

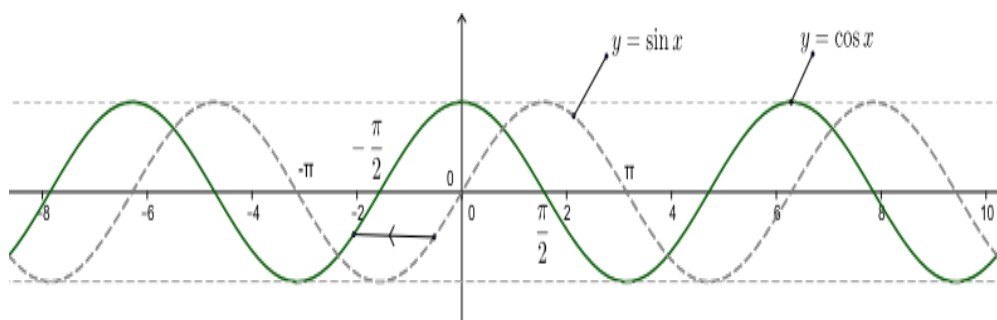
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HUẾ**  
**KHOA TOÁN**



**SINH VIÊN THỰC HIỆN : TRẦN THỊ CẨM YÊN**  
**MÃ SINH VIÊN : 16S1011103**

**ỨNG DỤNG CỦA CÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**  
**TRONG THỰC TẾ**

**Học phần: Hoạt động trải nghiệm sáng tạo**



**Huế - 5/2018**

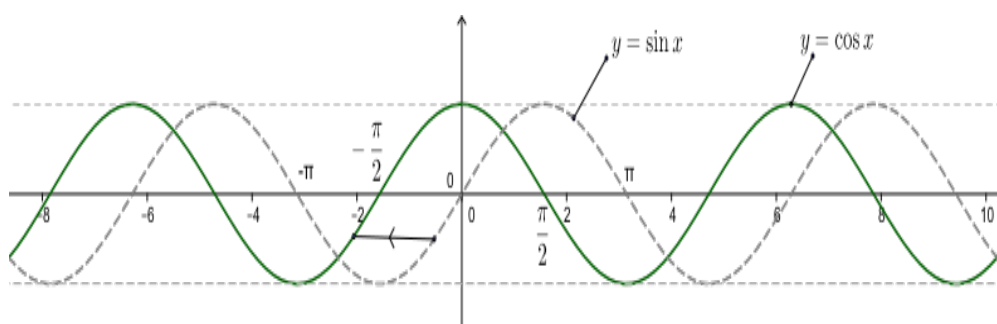
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HUẾ**  
**KHOA TOÁN**



**SINH VIÊN THỰC HIỆN : TRẦN THỊ CẨM YÊN**  
**MÃ SINH VIÊN : 16S1011103**  
**GIẢNG VIÊN HƯỚNG DẪN : NGUYỄN ĐĂNG MINH PHÚC**

**ỨNG DỤNG CỦA CÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**  
**TRONG THỰC TẾ**

**Học phần: Hoạt động trải nghiệm sáng tạo**



**Huế-5/2018**

# LỜI MỞ ĐẦU

Toán học nói chung, lượng giác nói riêng đóng một phần quan trọng cuộc sống thường nhật của chúng ta. Tuy nhiên lại không nhiều người để ý thấy được sự hiện diện của nó trong mọi sự việc diễn ra hằng ngày. Bằng cách học đánh giá các phương trình, đọc các câu chuyện mà chúng kể để khám phá ra những đặc điểm của thế giới xung quanh. Phương trình lượng giác là cầu nối liên kết quan trọng giữa đại số và hình học, giữa lý thuyết và thực tiễn, đi từ các hoạt động giải trí cho đến tính chiều cao của thủy triều... Chúng đã là động lực trong nền văn minh nhân loại hàng ngàn năm nay. Các phương trình lượng giác đã chi phối xã hội, giấu mình ở phía sau sân khấu nhưng ảnh hưởng của chúng thì vẫn hiện diện ở đó, bất kể chúng ta có chú ý hay không.

Với mong muốn mở rộng vốn hiểu biết về các kiến thức thực tế liên quan đến vấn đề phương trình lượng giác, em đã quyết định chọn đề tài: “Ứng dụng của các phương trình lượng giác trong thực tế”.

Nội dung của bài báo cáo bao gồm 4 phần:

Phần 1: Khảo sát sự hiểu biết về các phương trình lượng giác tại địa phương

Phần 2: Định lý Pythagore

Phần 3: Các công thức lượng giác cơ bản

Phần 4: Định lý Côsin

Phần 5: Phép tam giác đặc

Em xin gửi lời cảm ơn chân thành đến:

- Thầy Nguyễn Đăng Minh Phúc – *Giảng viên môn hoạt động trải nghiệm sáng tạo*
- Bạn Dương Thị Dũng – *Sinh viên khoa tâm lý giáo dục trường Đại học sư phạm Huế*

- Bạn Hoàng Thị Thu Huệ - *Sinh viên khoa giáo dục tiểu học trường Đại học sư phạm Huế*
- Nguyễn Thị Thanh Thúy - *Sinh viên khoa hóa học trường Đại học sư phạm Huế*
- Lương Gia Hy- *Sinh viên đại học Y dược huế*

Tuy nhiên do tính phức tạp của đề tài nghiên cứu vì vậy sẽ không tránh khỏi những sai sót. Rất mong nhận được sự góp ý chân thành của thầy.

# MỤC LỤC

LỜI MỞ ĐẦU .....	1
PHẦN A: MỞ ĐẦU.....	4
I. Lí do chọn đề tài .....	4
II. Mục tiêu nghiên cứu .....	4
III. Phạm vi- Đối tượng-Khách thể nghiên cứu .....	4
IV. Nhiệm vụ nghiên cứu.....	4
V. Phương pháp nghiên cứu.....	4
PHẦN B: NỘI DUNG .....	5
I. Khảo sát sự hiểu biết về ứng dụng của các phương trình lượng giác tại địa phương .....	5
II. Định lí Pythagore.....	5
1. Công thức.....	5
2. Ứng dụng.....	6
III. Các công thức lượng giác cơ bản .....	6
1. Công thức.....	6
2. Ứng dụng.....	7
IV. Định lý Côsin.....	11
1. Công thức.....	11
2. Ứng dụng.....	12
V. Phép tam giác đặc (Mở rộng của định lý Pythagore).....	13
1. Khái niệm.....	13
2. Phương pháp .....	14
3. Ứng dụng.....	14
PHẦN C: KẾT LUẬN .....	16

# PHẦN A: MỞ ĐẦU

## I. Lí do chọn đề tài

- Với mong muốn cung cấp thông tin hữu ích, thú vị về các ứng dụng của sin cos trong cuộc sống hằng ngày
- Nhằm cung cấp mối quan hệ quan trọng giữa đại số, hình học với thực tế. Cho phép chúng ta tính khoảng cách theo các tọa độ, cách vẽ bản đồ, đo đạc địa hình, khảo sát, định vị và đặc biệt là thuyết tương đối hẹp và rộng- lý thuyết tuyệt vời về không gian, thời gian và độ hấp dẫn nhất hiện nay.

## II. Mục tiêu nghiên cứu

- Tìm ra các ứng dụng của các phương trình lượng giác và sự quan trọng của nó đối với thực tiễn.
- Làm cho người học có hứng thú, đam mê, tìm tòi nghiên cứu lượng giác nói riêng và toán học nói chung.

## III. Phạm vi- Đối tượng-Khách thể nghiên cứu

- Phạm vi nghiên cứu :Ứng dụng của phương trình lượng giác
- Đối tượng nghiên cứu: Phương trình lượng giác
- Khách thể nghiên cứu: Sinh viên đại học Sư phạm Huế và đại học Y dược Huế

## IV. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu phân tích các ứng dụng của phương trình lượng giác.
- Cung cấp thêm thông tin các ứng dụng mà người học chưa biết.

## V. Phương pháp nghiên cứu

- Thực hiện video phỏng vấn mức độ hiểu biết của một số đối tượng về ứng dụng của các phương trình lượng giác trong thực tế.
- Tìm các thông tin trên Internet, sách, báo về các phương trình lượng giác.

# PHẦN B: NỘI DUNG

## I. Khảo sát sự hiểu biết về ứng dụng của các phương trình lượng giác tại địa phương

Thực hiện video khảo sát độ hiểu biết về ứng dụng của các phương trình lượng giác đối với một số sinh viên trường Đại học Sư phạm Huế và Đại học Y dược Huế.

Link video: [https://www.youtube.com/watch?v=7TtQzV-\\_geI&t=10s](https://www.youtube.com/watch?v=7TtQzV-_geI&t=10s)

### Nhận xét:

- Phần lớn sinh viên đều không biết ứng dụng của các phương trình lượng giác trong thực tế.
- Hầu hết sinh viên chỉ quan tâm đến việc tìm ra phương pháp để tính sau cho ngắn gọn nhất và mang lại kết quả đúng nhất.
- Cách tổ chức thi hiện nay phần lớn mới chỉ dừng lại việc đánh giá nhận thức sách vở của người học.
- Do lượng kiến thức cần phải tiếp thu quá nhiều nên học sinh hầu như không còn thời gian để tự tư duy và tìm hiểu kiến thức liên quan đến môn học ngoài thực tế. Nhiều em do áp lực quá lớn của khối lượng kiến thức nên chỉ còn một cách duy nhất là học thuộc lòng để đi thi.

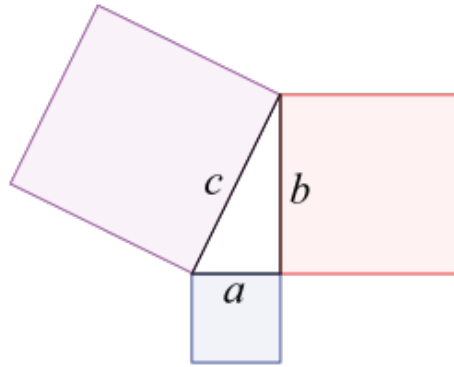
## II. Định lý Pythagore

### 1. Công thức

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Nội dung của định lý được phát biểu như sau: “ Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông”.

Pythagore còn giải mã định lý này như một đẳng thức của diện tích: “ Diện tích của một hình vuông dựng trên cạnh dài nhất của tam giác vuông bằng tổng diện tích của các hình vuông dựng trên hai cạnh còn lại” .



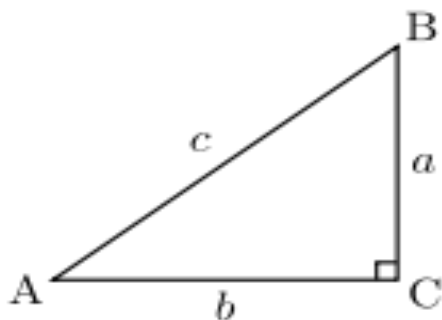
## 2. Ứng dụng

Phương trình Pythagore đã có những ứng dụng :

- Đưa con người đến với những hiểu biết hiện nay về địa lý trên hành tinh và vị trí của nó trong hệ mặt trời.
- Là bước quan trọng hướng tới kỹ thuật hình học cần thiết trong việc vẽ bản đồ, đo đạc địa hình.
- Mở ra mối quan hệ cực kì quan trọng giữa hình học và đại số hé lộ hình dạng thế giới của chúng ta và vị trí của nó trong vũ trụ.
- Nhận thấy trái đất có dạng hình tròn dựa trên những bằng chứng như bóng tròn của Trái Đất lên Mặt Trăng trong thời gian xảy ra nguyệt thực.
- Tạo ra chiếc thước eke thợ mộc

## III. Các công thức lượng giác cơ bản

### 1. Công thức



$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

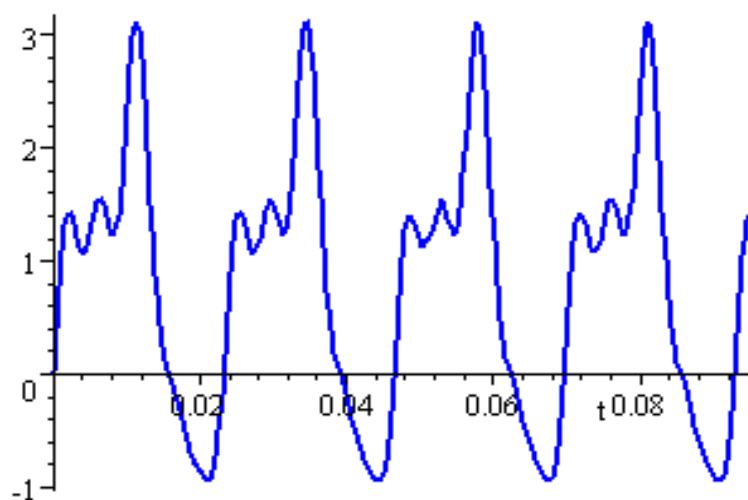
$$\tan A = \frac{a}{b}$$



## 2. Ứng dụng

### ➤ Ứng dụng của sin, cos

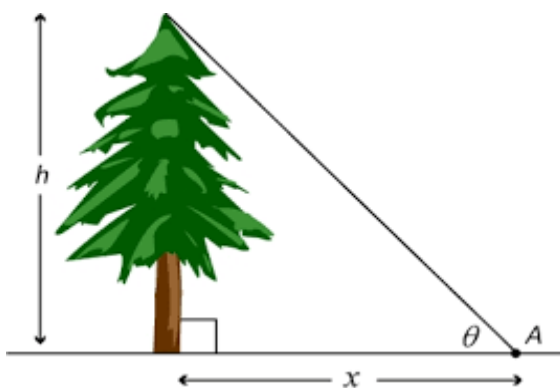
- Trong nghiên cứu âm nhạc, công nghệ nhạc số, âm thanh truyền đi theo mô hình sóng lặp đi lặp lại được gọi là sóng âm. Hình sóng này biểu diễn âm lượng, độ cao, độ trầm để tạo ra âm thanh như mong ước. Mỗi một nốt trong âm nhạc được biểu thị bởi kích thước của sóng sin, sóng sin rộng thì âm thanh trầm và ngược lại. Ứng dụng phổ biến là Auto-tune để chỉnh giọng hát để những người mù âm nhạc có thể trở thành ca sĩ hạng A.



- Trong các trò chơi trên điện thoại, máy tính
  - Trò chơi mario: Khi mario vượt chướng ngại vật, mario không bao giờ nhảy vuông góc so với mặt đất mà thực chất là một đường parabol. Các phép toán lượng giác giúp lập trình viên xác định mario nên nhảy bao cao, bao xa là hợp lí.



- Trong các trò chơi để lập trình cho các vật di chuyển máy tính cần đến sin và cos
  - Trong chụp hình
- Ứng dụng của công thức lượng giác cơ bản
- Tính chiều cao của cây hay tòa nhà nào đó mà ta không thể trèo lên đỉnh của nó để đo trực tiếp ta sẽ áp dụng công thức lượng giác này
- Ví dụ tính chiều cao cây hay tính chiều cao tháp Eiffel



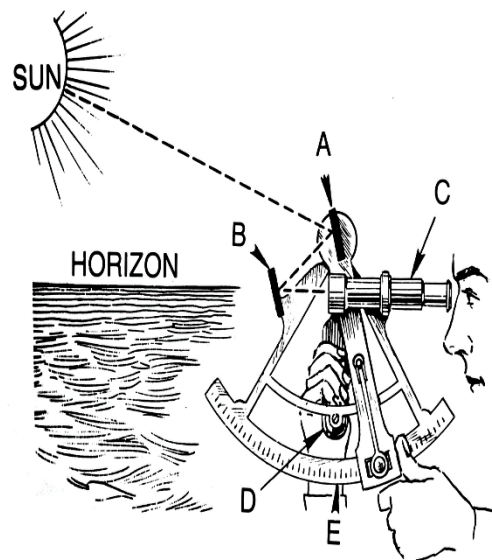
Chiều cao của cây được tính là:

$$h = x \tan \theta$$

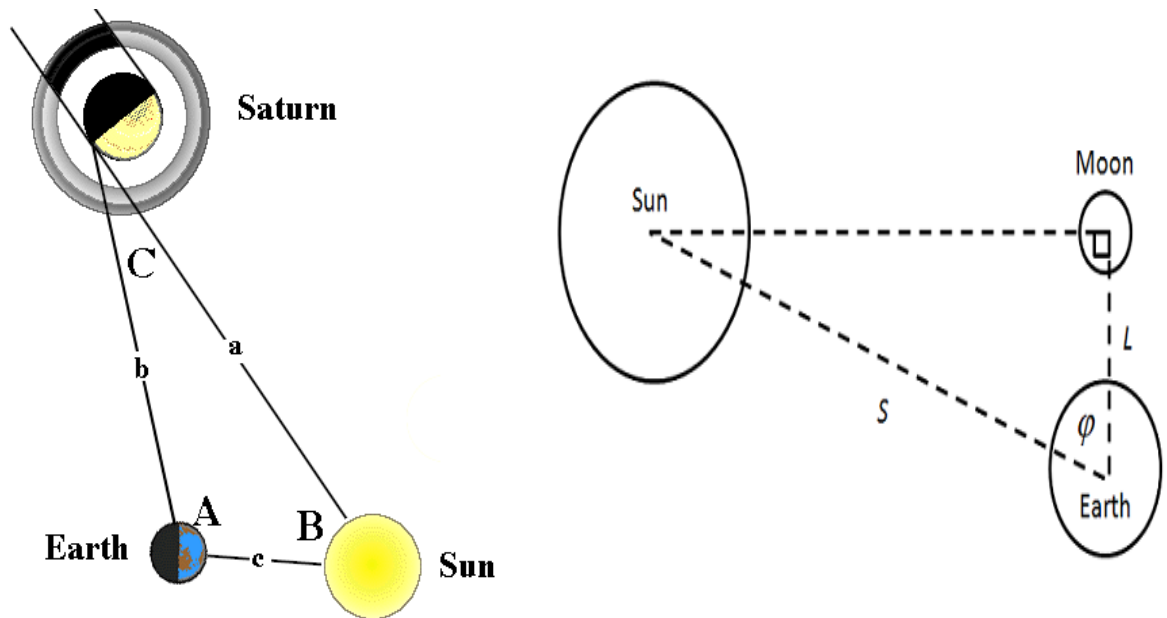


Hình ảnh tháp Eiffel

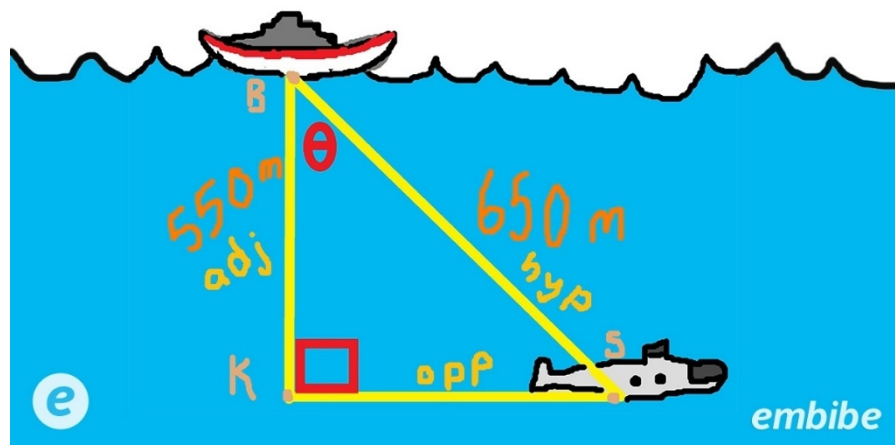
- Trong hàng hải, người ta ứng dụng lượng giác để tính khoảng cách từ bờ đến biển và cũng sử dụng để đo đường chân trời.



- Trong thiên văn học, người ta có thể tính khoảng cách giữa các hành tinh với nhau.



- Trong đại dương học, sử dụng để tính toán chiều cao của thủy triều trong đại dương.
- Trong kỹ thuật biển, sử dụng lượng giác để xây dựng, điều hướng tàu biển.



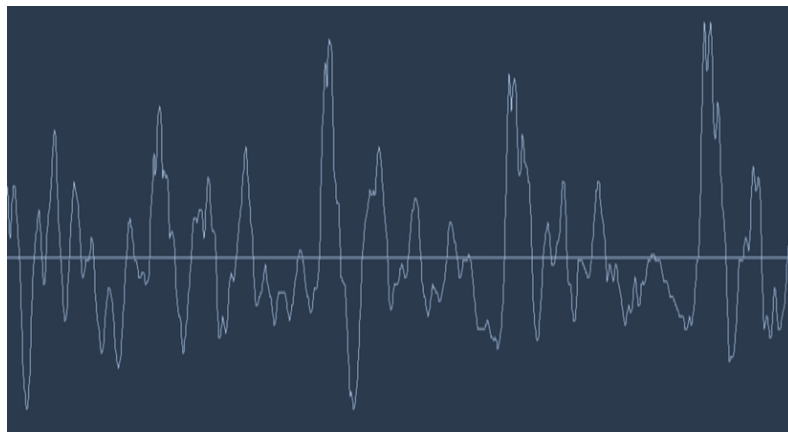
- Trong sinh học, các nhà sinh học biển sử dụng lượng giác để thiết lập các phép đo. Ví dụ tìm hiểu mức độ ánh sáng ở các độ sâu khác nhau ảnh hưởng đến khả năng quang hợp của tảo.
- Trong tội phạm học, lượng giác có thể giúp tính toán quỹ đạo của đạn, để ước tính những gì có thể gây ra va chạm trong tai nạn xe hơi hoặc góc nào là viên đạn.
- Có thể sử dụng lượng giác để đo khoảng cách từ các hệ thống nước ngầm.
- Đo đạc khu vực

Trước khi xây dựng, các kỹ sư sử dụng máy trắc địa để đo đạc khu vực, xác định góc ánh sáng mặt trời và hướng gió để tính toán nơi đặt tấm năng lượng mặt trời



Hình ảnh máy trắc địa

- Các hàm sin, cos hàm mô tả sóng âm, sóng ánh sáng.

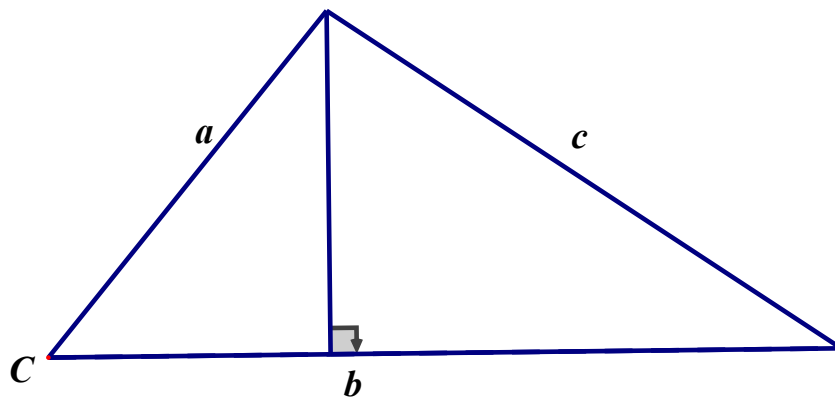


#### IV. Định lý Côsin

##### 1. Công thức

Định lý Pythagore có thể mở rộng trong trường hợp không có góc vuông. Trình bày tam giác với góc C và các cạnh a,b,c. Chia đôi tam giác thành các tam giác vuông

như hình. Khi đó áp dụng định lý Pythagore ( hai tam giác vuông) và sau một vài tính toán có được định lý Côsin.

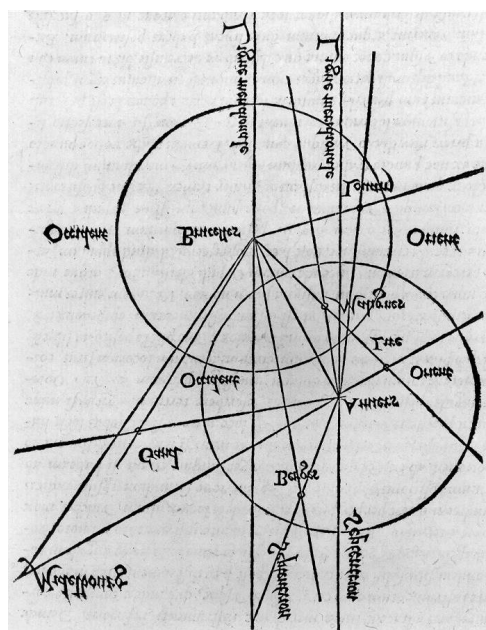


$$a^2 + b^2 - 2ab \cos C = c^2$$

Nếu ta biết được hai cạnh của tam giác và góc xen giữa chúng, ta có thể sử dụng chúng để tính các cạnh còn lại.

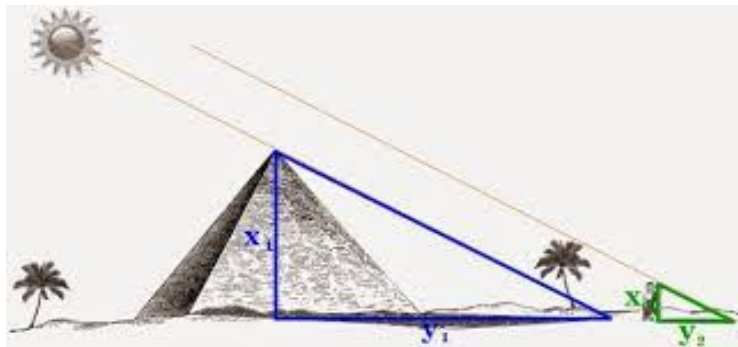
## 2. Ứng dụng

- Nếu được trang bị các phương trình lượng giác và dụng cụ đo thích hợp, ta có thể tiến hành đo trắc lượng và lập bản đồ chính xác.



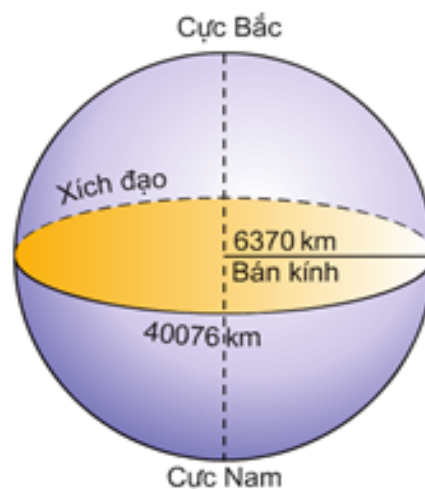
- Đánh giá chiều cao

Ví dụ như đánh giá chiều cao của kim tự tháp



- Tính toán và đo kích thước của Trái Đất

Tính toán kích thước của Trái Đất dựa vào quan sát góc giữa Mặt Trời và Mặt Đất vào giữa trưa ở hai nơi khác nhau Alexandria và Aswan, Ai Cập.



## V. Phép tam giác đặc (Mở rộng của định lý Pythagore)

### 1. Khái niệm

- Tam giác đặc là phương pháp gián tiếp để tính toán khoảng cách nhờ sử dụng góc. Khi khảo sát một vùng đất phẳng, của một công trình hay một quốc gia, vấn đề thực tiễn cần quan tâm là đo góc để dễ dàng đo khoảng cách.



- Phép tam giác đặc cho phép đo rất ít khoảng cách nhưng đo nhiều góc sau đó mọi thứ còn lại được suy ra từ phép lượng giác.

## 2. Phương pháp

- Kẻ một đường thẳng giữa hai điểm, gọi là đường cơ sở và đo độ cao của nó trực tiếp với độ chính xác cao.
- Chọn một điểm nhô lên trong vùng đất mà có thể nhìn thấy hai đầu của đường cơ sở và đo các góc từ cả hai đầu của đường cơ sở này đến điểm đó.
- Lúc đó ta có một tam giác biết một cạnh của nó và hai góc giúp định hình dạng và kích cỡ tam giác sau đó sử dụng lượng giác để tính hai cạnh còn lại.

## 3. Ứng dụng

- Tính khoảng cách giữa các nơi  
Tính khoảng cách giữa hai thị trấn của Hà Lan, Alkmaar và Bergen op Zoom khi sử dụng mạng 33 tam giác.
- Quan sát các góc tới tất cả các điểm chú ý: tháp, nhà thờ, ngã tư ....
- Xác định, định vị vị trí chính xác của chúng ta  
Xe của bạn( hoặc điện thoại) có thể cài GPS, sử dụng lượng giác cho biết chính xác bạn đang ở đâu trên bề mặt trái đất. GPS sử dụng dữ liệu từ nhiều vệ tinh, kiến thức về hình học trái đất, sau đó xác định vĩ độ và kinh độ của bạn.





- Đo bản đồ cỡ lớn nhờ sử dụng ảnh từ vệ tinh và GSP.

# PHẦN C: KẾT LUẬN

Qua bài nghiên cứu, thấy rằng toán học không phải là một môn khoa học khô khan như chúng ta thường nghĩ. Toán học là cái gì đó kì bí và vĩ đại, vô cùng say mê và cuốn hút nhiều cuộc đời theo đuổi nó. Toán học cũng như những bầu trời đêm kia còn ẩn chứa nhiều điều bí ẩn mà con người chưa hiểu hết về nó, kích thích sự tò mò của con người muốn nghiên cứu tận cùng đến nó. Vẻ đẹp của toán học nằm ở các phương trình, các phương trình là huyết mạch của toán học, của khoa học và công nghệ. Không có chúng thế giới sẽ không tồn tại dưới dạng hiện nay.

Cũng như các các phương trình lượng giác đã để lại những đóng góp quan trọng đối với các ngành khoa học: tội phạm học, kiến trúc, âm nhạc, hàng hải... Những gì mà các phương trình lượng giác áp dụng ngày nay: những cái đơn giản sơ cấp được chúng ta thực hiện hằng ngày, thành thực mà chúng ta vô tình bỏ qua việc nhận biết nó có phải là các phương trình lượng giác mà ta đã học hay không.

Qua đây cũng cho mọi người thấy được những điểm mới mẻ, lôi cuốn mà các phương trình lượng giác hay toán học mang lại và vì thế làm cho ta thêm yêu toán học và muốn khám phá về nó hơn.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Ian Stewart (2005), *17 equations that changed the world*, NXB Trẻ