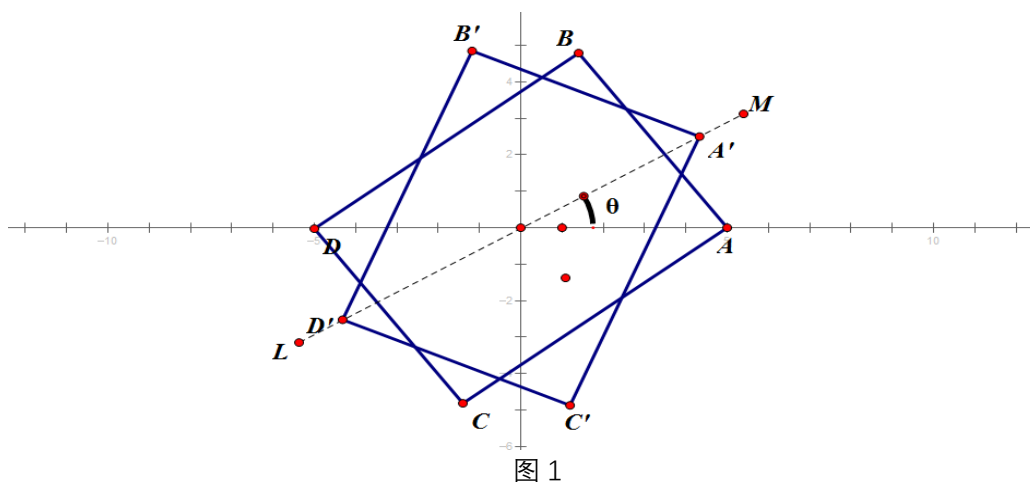


## 四脚呈长方形的椅子问题



### 定义

我们照猫画虎，也按照正方形来定义下面的一些变量：

A,B 两脚与地面距离之和  $\sim f(\theta)$

C,D 两脚与地面距离之和  $\sim g(\theta)$

有下面的两种假设：

- 地面为连续的曲面
- 椅子在任意位置 至少三只脚着地

得到下面的结论：

$f(\theta), g(\theta)$  是连续函数。对任意  $\theta$ ,  $f(\theta), g(\theta)$  至少一个为 0。

### 数学问题：

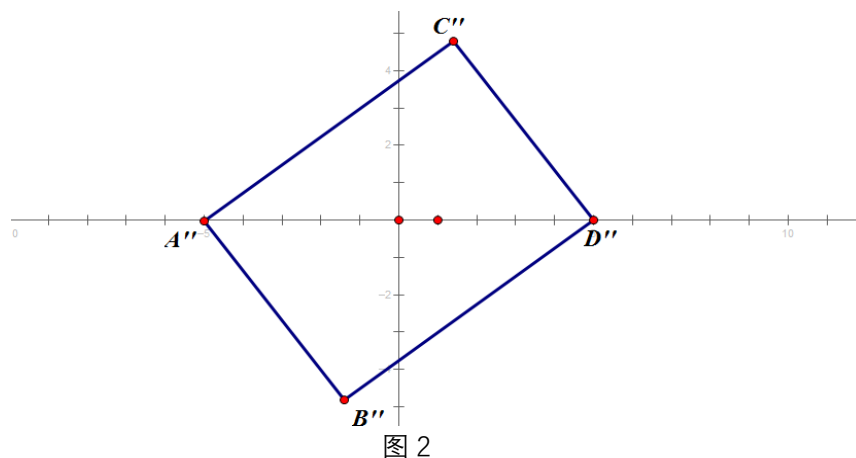
已知： $f(\theta), g(\theta)$  是连续函数；对任意  $\theta$ ,  $f(\theta) \cdot g(\theta) = 0$ ；且  $g(0) = 0$ ,  $f(0) > 0$ 。

证明：存在  $\theta_0$ , 使  $f(\theta_0) = g(\theta_0) = 0$ 。

### 求解：

将椅子旋转  $180^\circ$ , 边 AB 和边 CD 互换 (见图 2)。由  $g(0) = 0, f(0) > 0$ , 知  $f(\pi) = 0, g(\pi) > 0$ 。令  $h(\theta) = f(\theta) - g(\theta)$ , 则  $h(0) > 0$  和  $h(\pi) < 0$ 。由  $f, g$  的连续性知  $h$  为连续函数, 据连

续函数的基本性质, 必存在 $\theta_0$ , 使 $h(\theta_0) = 0$ , 即 $f(\theta_0) = g(\theta_0)$ . 因为 $f(\theta_0) \cdot g(\theta_0) = 0$ , 所以 $f(\theta_0) = g(\theta_0) = 0$



结论：在椅子挪动的过程中，一定能找到一个点，使得椅子的四个角放稳。

## 夫妻渡河问题求解

**定义：**

小于字母为妻子，大写字母为丈夫。例如三对夫妻为 aAbBcC。

**求解：**

我找到了一种递归求解的策略。

假设现在有  $n$  对夫妻。任选其中的两对夫妻，并且将其编号为： $(a, A), (b, B)$ 。

首先  $(b, B)$  过河，然后  $b$  回来，然后  $(a, A)$  过河，最后  $A$  回来。

那么现在的问题的规模变成了  $n-1$ 。显然这是一个递归的过程。

AC 代码：

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
void solve(int x){
    if(x == 0){
        cout<<"go: (a, A)"<<endl;
    }
    else{
        cout<<"go: ("<<char('a'+x)<<","<<char('A'+x)<<")"<<endl;
        cout<<"back: ("<<char('a'+x)<<")"<<endl;
        cout<<"go: ("<<char('a'+x-1)<<","<<char('a'+x)<<")"<<endl;
        cout<<"back: ("<<char('a'+x-1)<<")"<<endl;
    }
}

int main(){
    int n;
    cout<<"请输入小于等于 26 的数字"<<endl;
    cin>>n;
    for(int i=n-1; i>=0; i--){
        solve(i);
    }
    return 0;
}
```