

BÀI TẬP THỰC HÀNH TUẦN 10
MÔN: PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

Đề bài (Knapsack problem) Cho một tập hợp A gồm có n phần tử

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, a_i \in \mathbb{R} (a_i > 0)$$

Với một số thực dương S , viết chương trình tìm một tập con $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$ của A sao cho

$$a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k} = S \quad (i_j \neq i_l, \forall j, l \in \{1, 2, \dots, k\})$$

- Input: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, S$.
- Output: $\{a_{i_1}, \dots, a_{i_k}\}$.

Hint: Sử dụng phương pháp chia để trị hoặc quy hoạch động

Test:

- $n = 50, 100, 150, \dots, 950, 1000$.
- Tạo ngẫu nhiên $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 500\}$.
- $S = 200$.
- Với mỗi n , tính thời gian trung bình để tìm một tập con có các phần tử đôi một khác nhau và có tổng bằng S . Giả sử thời gian trung bình là t

HƯỚNG DẪN

1. Chia để trị: Ý tưởng là chia đôi tập A (tập A đã được sắp xếp) thì ta sẽ có 3 trường hợp

- TH1: Các phần tử đôi một khác nhau có tổng bằng S nằm hoàn toàn ở nửa bên trái.
- TH2: Các phần tử đôi một khác nhau có tổng bằng S nằm hoàn toàn ở nửa bên phải.
- TH3: Các phần tử đôi một khác nhau có tổng bằng S nằm rải rác ở nửa bên trái và nửa bên phải.

2. Quy hoạch động:

Bài toán: Cho n item I_1, \dots, I_n , mỗi item I_i có một trọng số w_i , một giá trị v_i và trọng số tổng lớn nhất W . Ta muốn xác định tập con $T \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ sao cho

$$\max \sum_{i \in T} v_i, \\ \sum_{i \in T} w_i \leq W$$

Xây dựng mảng $V[0 \dots n, 0 \dots W]$. Với $1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq W$, $V[i, j]$ sẽ lưu trữ tổng giá trị lớn nhất của tập con $\{1, \dots, i\}$ bất kì có tổng trọng số tối đa là j .

- Khởi tạo:

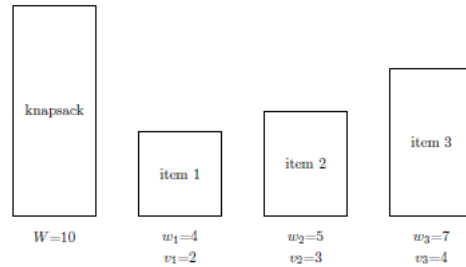
$$V[i, 0] = 0 \text{ với } i = 0, \dots, n$$

$$V[0, j] = 0 \text{ với } j = 0, \dots, W$$

- **Công thức hồi qui:**

$$V[i, j] = \max(V[i - 1, j], v_i + V[i - 1, j - w_i]) \text{ với } 1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq W$$

- **Ví dụ:** Xét $W = 10$, có 3 item, item 1 có $w_1 = 4$ và $v_1 = 2$, item 2 có $w_2 = 5$ và $v_2 = 3$, item 3 có $w_3 = 7$ và $v_3 = 4$.



Khi đó, lời giải của bài toán là:

$$w_1 + w_2 = 9 \leq 10 \text{ và } v_1 + v_2 = 5$$

- **Thuật toán**

Algorithm 1 Thuật toán quy hoạch động cho bài toán Knapsack

```

1: for  $i = 1$  to  $n$  do
2:    $V[i, 0] = 0$ 
3: for  $j = 1$  to  $W$  do
4:    $V[0, j] = 0$ 
5: for  $i = 1$  to  $n$  do
6:   for  $j = 1$  to  $W$  do
7:      $V[i, j] = \max(V[i - 1, j], v_i + V[i - 1, j - w_i])$ 
8: Return  $V[n, W]$ 

```

- **Dynamic programming table:** Xét ví dụ sau: có 3 item, $w_1 = 1$, $w_2 = 3$ và $w_3 = 3$, các giá trị tương ứng là $v_1 = 2$, $v_2 = 3$ và $v_3 = 4$, $W = 4$. Đầu tiên, ta sẽ điền $V[i, 0] = 0$ và $V[0, j] = 0$ vào dòng đầu tiên

và cột đầu tiên của bảng. Sau đó, ta tính

$$V[1, 1] = \max(V[0, 1], V[0, 0] + 2)$$

$$V[2, 2] = \max(V[1, 2], V[1, 0] + 3)$$

Tương tự, ta có bảng sau:

$i \setminus j$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	2	2	2	2
2	0	2	3	5	5
3	0	2	3	5	6

LƯU Ý:

- Nộp bài: code + 1 file report trình bày lại toàn bộ quá trình làm bài thực hành (bắt buộc).
- Bài làm giống nhau trừ 50% trên tổng số điểm của tuần đó.