

BÀI TẬP THỰC HÀNH TUẦN 07
MÔN: PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

Bài 1. Viết một hàm trong C/C++ trong đó:

- Input: $f(n)$, hai số nguyên dương a, b chứa khoảng giá trị của n . Ví dụ $a = 10, b = 1000$. Khi đó n chạy từ $10 \rightarrow 1000$.
- Output: Chỉ ra độ phức tạp của $f(n) = O(n^\alpha)$, nếu không có dạng này hiện thông báo.

Kiểm tra lại hàm đã có với các trường hợp sau:

- a) $f(n) = n^2$.
- b) $f(n) = n^3 + \cos(n).n^4$.
- c) $f(n) = n^n$.
- d) $f(n) = n^3 + n^2 + n + 1$.

Bài 2. Viết chương trình nhân 2 số nguyên lớn A, B có N chữ số.

- Input: A, B và N .
- Output: $C = A.B$.

Bằng 2 phương pháp:

- a) Phương pháp truyền thống có độ phức tạp $O(N^2)$.
- b) Phương pháp cải tiến $O(N^{\log 3})$.

Kiểm tra lại chương trình với điều kiện sau:

- Lấy $N = 2^k, k = 10, 11, \dots, 32$. A, B là 2 số nguyên có N chữ số lấy ngẫu nhiên. Ứng với mỗi giá trị của N , tính thời gian trung bình để $A.B$.
- So sánh 2 phương pháp để xác định hai phương pháp có độ phức tạp là $O(N^2)$ và $O(N^{\log 3})$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

"Input: $f(n)$, hai số nguyên dương a, b chứa khoảng giá trị của n " nên ta có giá trị của $f(n)$. Do "Output: Chỉ ra độ phức tạp của $f(n) = O(n^\alpha)$ " nên $f(n) \sim n^\alpha$. Ta sẽ lấy \log cả 2 vế $\log(f(n)) \sim \alpha \log n$ thì lúc này ta sẽ xấp xỉ được giá trị của α . Để $f(n)$ có độ phức tạp là $O(n^\alpha)$ thì $f(n)$ phải có dạng là 1 đa thức bậc α :

$$f(n) = a_0 + a_1n + a_2n^2 + \dots + a_\alpha n^\alpha$$

Thế các giá trị của $f(n)$ và n tương ứng vào phương trình trên để tìm các hệ số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_\alpha$.

Bài 2.

a) Phương pháp cổ điển: nhân từng chữ số của A với B (kết quả được dịch trái 1 vị trí sau mỗi lần nhân) sau đó cộng các kết quả lại..

b) Phương pháp cải tiến (Thuật toán nhân nhanh của Karatsuba)

- Viết A, B dưới dạng

$$A = A_1 * 10^{n/2} + A_2$$

$$B = B_1 * 10^{n/2} + B_2$$

- Đặt

$$C = A_1 * B_1$$

$$D = A_2 * B_2$$

$$E = (A_1 + A_2)(B_1 + B_2) - C - D$$

Khi đó

$$A * B = C * 10^n + E * 10^{n/2} + D$$

.

Ví dụ: Tính $1234 * 4321$.

Áp dụng thuật toán ta được

$$C_1 = 12 * 43$$

$$D_1 = 34 * 21$$

$$E_1 = (12 + 34) * (43 + 21) - C_1 - D_1 = 46 * 64 - C_1 - D_1$$

Áp dụng thuật toán với $C_1 = 12 * 43$ thì ta được

$$C_2 = 1 * 4 = 4$$

$$D_2 = 2 * 3 = 6$$

$$E_2 = (1 + 2) * (4 + 3) - C_2 - D_2 = 11$$

Khi đó $C_1 = 12 * 43 = 4 * 10^2 + 11 * 10 + 6 = 516$.

Áp dụng thuật toán với $D_1 = 34 * 21$ thì ta được

$$C_3 = 3 * 2 = 6$$

$$D_3 = 4 * 1 = 4$$

$$E_3 = (3 + 4) * (2 + 1) - C_3 - D_3 = 11$$

Khi đó $C_1 = 34 * 21 = 6 * 10^2 + 11 * 10 + 4 = 714$.

Áp dụng thuật toán với $E_1 = 46 * 64 - C_1 - D_1$ thì ta được

$$C_4 = 4 * 6 = 24$$

$$D_4 = 6 * 4 = 24$$

$$E_4 = (4 + 6) * (6 + 4) - C_4 - D_4 = 52$$

Khi đó $E_1 = 46 * 64 - C_1 - D_1 = 24 * 10^2 + 52 * 10 + 24 - 516 - 714 = 1714$.

$$\implies 1234 * 4321 = 516 * 10^4 + 1714 * 10^2 + 714 = 5332114.$$

LƯU Ý:

- Nộp bài: code + 1 file report trình bày lại toàn bộ quá trình làm bài thực hành (bắt buộc).
- Bài làm giống nhau trừ 50% trên tổng số điểm của tuần đó.