

Bài tập về nhà - Lesson 10

Bài tập 10.1: Điện năng tiêu thụ trong tháng (y) của một nhà máy hoá chất được cho là chịu liên quan bởi các yếu tố: nhiệt độ trung bình xung quanh (x_1), số ngày nhà máy hoạt động trong tháng (x_2), độ tinh khiết trung bình của sản phẩm (x_3), tổng sản lượng sản phẩm sản xuất trong tháng (x_4). Số liệu điện năng tiêu thụ trong năm 2019 của nhà máy trên được cho bởi bảng ở dưới đây.

y	x_1 (°F)	x_2 (ngày)	x_3 (%)	x_4 (tấn)
240	25	24	91	100
236	31	21	90	95
270	45	24	88	110
274	60	25	87	88
301	65	25	91	94
316	72	26	94	99
300	80	25	87	97
296	84	25	86	96
267	75	24	88	110
276	60	25	91	105
288	50	25	90	100
261	38	23	89	98

Xét mô hình hồi quy tuyến tính sau: $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \epsilon$ với giả thiết $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

- Hãy tính ước lượng của các hệ số hồi quy $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$. Từ đó hãy dự báo điện năng tiêu thụ trong tháng (y) của nhà máy khi biết các giá trị của biến đầu vào là $x_1 = 75, x_2 = 24, x_3 = 90\%, x_4 = 98$.
- Với mức ý nghĩa 0,05 hãy kiểm định xem có hay không mối quan hệ tuyến tính giữa biến phụ thuộc y với các biến giải thích x_1, x_2, x_3, x_4 , tức là hãy kiểm định cặp giả thuyết – đối thuyết sau: $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$ với $H_1 : \exists \beta_j \neq 0; j = 1, 2, 3, 4$.
- Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, hãy kiểm định xem điện năng tiêu thụ trong tháng (y) của nhà máy (y) có quan hệ tuyến tính với độ tinh

khuyết trung bình của sản phẩm (x_3) hay không? Ta kiểm định cặp GT-ĐT sau:

$$H_0 : \beta_3 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0$$

ở mức ý nghĩa 0.05

4. Hãy tính hệ số xác định đã hiệu chỉnh của mô hình.

Bài tập 10.2: Độ bền kéo của dây liên kết trong quy trình sản xuất chất bán dẫn là một đặc tính quan trọng. Bảng số liệu dưới đây cung cấp thông tin về cường độ kéo (y), chiều dài dây (x_1) và chiều cao khuôn (x_2).

y	x_1	x_2
10	2	50
25	8	110
32	11	120
35	10	550
25	8	295
17	4	200
14	2	375
9	2	52
24	9	100
27	8	300

Xét mô hình hồi quy tuyến tính sau: $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$, với giả thuyết $\epsilon \sim N(0; \sigma^2)$.

1. Hãy tính ước lượng của các hệ số hồi quy $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2)$. Từ đó hãy dự báo cường độ kéo y khi chiều dài dây $x_1 = 7$ và chiều cao khuôn $x_2 = 250$.

2. Với mức ý nghĩa 0,05 hãy kiểm định xem có hay không mối quan hệ tuyến tính giữa biến phụ thuộc y với các biến giải thích x_1, x_2 , tức là hãy kiểm định cặp giả thuyết – đối thuyết sau: $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ với $H_1 : \exists \beta_j \neq 0, j = 1; 2$.
3. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, hãy kiểm định xem độ bền kéo của dây liên kết trong quy trình sản xuất chất bán dẫn (y) có quan hệ tuyến tính với chiều dài dây (x_1) hay không? Ta kiểm định cặp GT- ĐT sau:

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

ở mức ý nghĩa 0.05

4. Hãy tính hệ số xác định đã hiệu chỉnh của mô hình.