

Họ & tên học sinh: Lớp:

ĐỀ 101

PHẦN I. (3,0 điểm) **Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** (học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0,25 điểm)

Câu 1. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng bằng

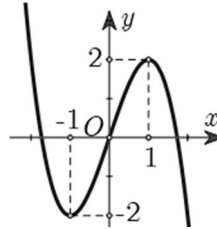
- A. 15. B. 5. C. 9. D. 13.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+1) \leq 2$ là

- A. $(1;9)$. B. $(-1;7]$. C. $(-\infty;9]$. D. $(-1;8]$.

Câu 3. Cho hàm số có đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-1;1)$.
B. $(-\infty;1)$.
C. $(-\infty;-1)$.
D. $(-1;+\infty)$.



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x^2 - 5x + 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

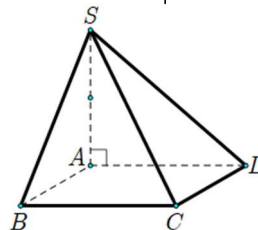
- A. 4. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{5}$. D. 0.

Câu 6. Trong không gian, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} thỏa mãn $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 8$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -20\sqrt{3}$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -20$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 40$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = AB = 2$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, SA vuông góc mặt đáy. Gọi H là trung điểm SA . Tính $\mathcal{D} = |2\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{BH}|$.

- A. $2\sqrt{7}$.
B. $2\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. 4.



Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-2; -5; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 0)$. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

- A. 1. B. 5. C. 3. D. $\sqrt{10}$.

Câu 9. Cho a, b là hai số thực dương khác 1 thỏa mãn đồ thị của hàm số $y = f(x) = \log_a x + \log_b x$ luôn đi qua điểm $M(e; 20)$. Tính đạo hàm của hàm số tại điểm $x = 5$.

- A. 15. B. $\frac{1}{15}$. C. 4. D. $\frac{e}{4}$.

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3 có phương trình là

- A. $y = 7x + 13$. B. $y = 30 - 7x$. C. $y = 3x + 9$. D. $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

Câu 11. Hàm số $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 6 \ln x + 2025$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-3; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 3)$. D. $(0; 1)$.

Câu 12. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất ?

- A. 80 USD. B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai (học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai).

Câu 1. Lợi nhuận thu được P (nghìn USD) của một công ty khi dùng số tiền x (nghìn USD) chi cho quảng cáo được cho bởi công thức $P = P(x) = -\frac{1}{10}x^3 + 6x^2 + 400$ với $x \geq 0$.

- a) Lợi nhuận của công ty tăng khi số tiền chi cho quảng cáo tăng.
b) Có hai phương án giúp công ty có thể thu được lợi nhuận bằng 800 nghìn USD.
c) Hàm số $P = P(x)$ có hai điểm cực trị.
d) Lợi nhuận tối đa mà công ty thu được bằng 3,6 triệu USD.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$.

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
b) Gọi A, B là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số. Diện tích của tam giác OAB bằng 8 (đơn vị diện tích), trong đó O là gốc tọa độ.
c) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x + 2$.
d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng $-3,2$.

Câu 3. Bạn An làm đèn lồng bằng cách dùng một sợi dây đồng dài 28 (dm) cắt thành ba đoạn để uốn làm khung đèn. Đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng x (dm) để làm đáy, hai đoạn còn lại có độ dài bằng nhau uốn thành các đường gấp khúc ASC và BSD . Khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và bề mặt ngoài của đèn được dán giấy màu để trang trí, không dán mặt đáy (xem các mối nối, dán là không đáng kể).

- a) Độ dài cạnh bên của khung đèn bằng $(7 - x)$ (dm) với $0 < x < 7$ (dm).
b) Khi $x = 4$ (dm) thì độ dài đường cao của khung đèn là 1 (dm).
c) Khi các cạnh bằng nhau thì diện tích giấy màu cần dùng là $14\sqrt{3}$ (dm²).
d) Thể tích phần không gian của đèn lồng lớn nhất khi $x = 3,25$ (dm) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

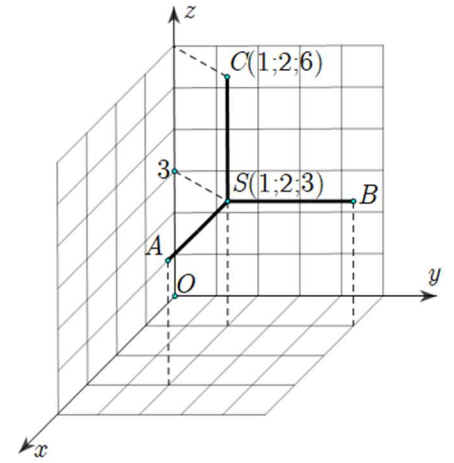
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm S, A, B, C như hình vẽ bên (mỗi ô lưới là 1 đơn vị).

a) Tọa độ điểm A, B lần lượt là $(3;2;3)$ và $(1;5;3)$.

b) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{BC} = 6$.

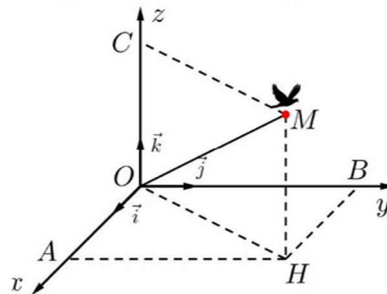
c) $\cos \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

d) Xét hình nón (\mathcal{N}) có đỉnh S , điểm A thuộc đường sinh và hai điểm B, C thuộc đường tròn đáy của (\mathcal{N}) . Bán kính hình nón bằng $\sqrt{6}$.



PHẦN III. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm).

Câu 1. Một chú chim bồ câu đang ở vị trí M được mô hình hóa trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ sau:



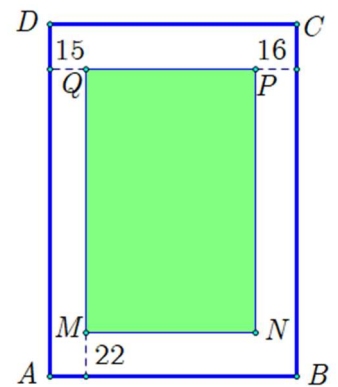
Gọi H là hình chiếu của điểm M xuống mặt phẳng (Oxy) . Biết $OM = 50\sqrt{2}$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 60^\circ$ và $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 45^\circ$. Nếu $M(a;b;c)$ thì giá trị của $a + b\sqrt{3} + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Biết tổng các nghiệm của phương trình $\sin(\pi \sin 2x) = 1$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng $a\pi$. Tìm a .

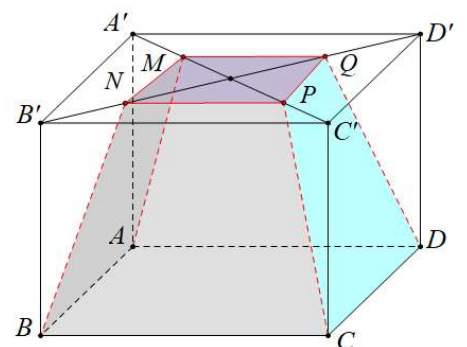
Câu 3. Mỗi trang của một quyển sách giáo khoa Toán được thiết kế thỏa mãn các tiêu chí sau (trang sách có dạng hình chữ nhật $ABCD$, phần diện tích dùng để trình bày là $MNPQ$):

- Diện tích của trang sách $ABCD$ bằng $491,04 \text{ (cm}^2\text{)}$.
- Lề trên và lề dưới bằng nhau và bằng 22 (mm) .
- Lề trái và phải lần lượt là 15 (mm) và 16 (mm) .

Phần diện tích dùng để trình bày (sau căn chỉnh lề) đạt giá trị lớn nhất, khi đó chu vi mỗi trang sách bằng bao nhiêu? (đơn vị: mm).



Câu 4. Một vật lưu niệm làm bằng thủy tinh có dạng hình lăng trụ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 10 \text{ (cm)}$. Phía bên trong làm bằng nhựa đặc là hình chóp cụt đều $MNPQ.ABCD$ có $MN = 5 \text{ (cm)}$ và chiều cao bằng chiều cao của lăng trụ như hình vẽ. Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(CDQP)$ bằng $3\sqrt{10} \text{ (cm)}$. Phần khoảng trống bên trong vật lưu niệm người ta bơm chất lỏng có màu sắc (xem độ dày thành vật thể không đáng kể). Khi đó thể tích phần chất lỏng bơm vào là $\frac{a}{b}$ (lít) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $a + b$.



Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng $A'ABC$ là tứ diện đều có cạnh bằng 2 (m). Cùng một thời điểm, hai chất điểm xuất phát từ C' và A di chuyển trên đoạn $C'A'$ và AM (với M là trung điểm của đoạn BC) với tốc độ lần lượt là 2 (m/s) và $2\sqrt{3}$ (m/s). Tìm thời điểm (tính theo giây) mà khoảng cách giữa hai chất điểm là ngắn nhất? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho hai hộp đựng bi, đựng hai loại bi là bi xanh và bi đỏ, tổng số bi trong hộp là 15 bi và hộp thứ nhất đựng nhiều bi hơn hộp thứ hai, đồng thời số bi xanh ở hộp một nhiều hơn số bi xanh ở hộp hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Nếu xác suất để lấy được 2 bi xanh là $\frac{5}{28}$ thì xác suất để lấy được 2 bi đỏ là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $\mathcal{D} = a + b$.

===== HẾT =====