

OPERATEUR LOGIQUES ELEMENTAIRES ET REGLES DE BASE

Le fonctionnement du circuit qui réalise la fonction « **traiter les informations** » peut être entièrement décrit par l'application des règles de la logique binaire.

Comme nous l'avons vu précédemment, en logique binaire combinatoire, l'état des variables de sortie est toujours le résultat d'opérations logiques effectuées à partir des variables d'entrée.

Pour effectuer ces opérations, on dispose d'opérateurs logiques élémentaires appelés fonction logique de base ou également porte logique.

Un opérateur logique permet d'effectuer une opération logique sur des variables logiques conformément aux règles de l'**algèbre de Boole**.

LES FONCTIONS LOGIQUES DE BASE

Les fonctions logiques sont des opérateurs logiques. C'est à dire qu'en fonction d'une ou plusieurs variables données, ils vont répondre par une sortie particulière.

Le symbole "=" se lit "**équivalent**" pour bien distinguer le résultat logique d'un résultat mathématique.

Opérations de base en algèbre logique :

- | | | | |
|-------------------|-----|----------------|------------------|
| • SOMME LOGIQUE | "+" | $a + b$ | on dit "a ou b" |
| • PRODUIT LOGIQUE | "." | $a . b$ | on dit "a et b" |
| • COMPLEMENT | "—" | \overline{a} | on dit "a barre" |

Définition du complément d'une variable :

Nous avons vu précédemment qu'une variable « a » avait deux états, l'état 0 et l'état 1. Si on admet qu'il peut exister une variable « \bar{a} » qui a l'état inverse de la variable « a », alors on pourra dire que « \bar{a} » est le **complément** de « a ».

Fonctions logiques de base :

➤ Fonction OUI : (égalité)

L reproduit la variable d'entrée a.

Equation logique

$$L = a$$

Schéma électrique

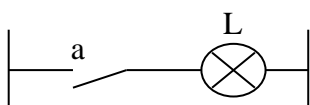
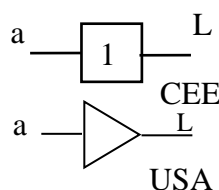


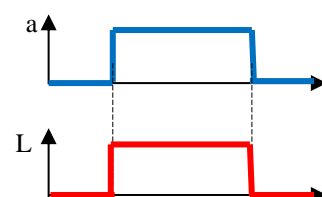
Table de Vérité

a	L
0	0
1	1

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction NON : (complément) :**

L reproduit l'inverse de la variable d'entrée a.

Equation logique

$$L = \overline{a}$$

Schéma électrique

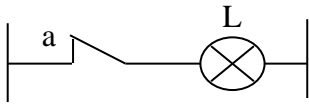
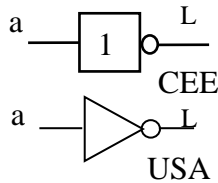


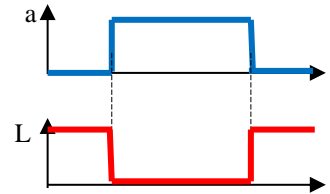
Table de Vérité

a	L
0	1
1	0

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction ET (AND) :**

L reproduit le produit des variables d'entrée a et b.

Equation logique

$$L = a \cdot b$$

Schéma électrique

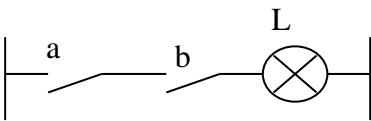
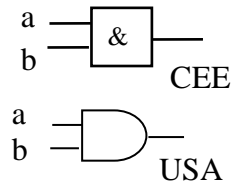


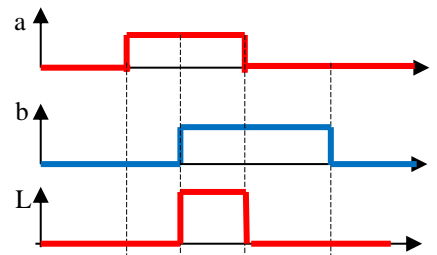
Table de Vérité

a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction OU (OR) :**

L reproduit la somme logique des variables d'entrée a et b.

Equation logique

$$L = a + b$$

Schéma électrique

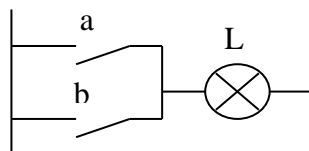
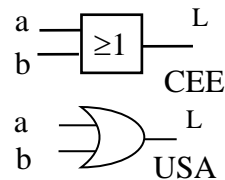


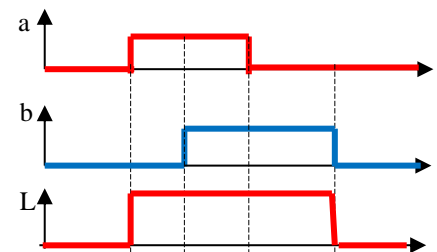
Table de Vérité

a	b	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction NOR (Not OR, Non OU) :**

L reproduit l'inverse de la somme logique des variables d'entrée a et b. La fonction NOR est une fonction universelle, c'est à dire que les fonctions OUI, NON, OU, ET peuvent être réalisées avec uniquement des opérateurs NOR.

Equation :

$$\begin{aligned} L &= \overline{a + b} \\ L &= \overline{a} \cdot \overline{b} \end{aligned}$$

Schéma électrique

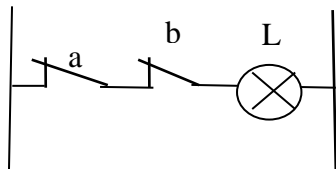
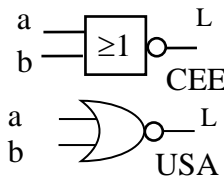


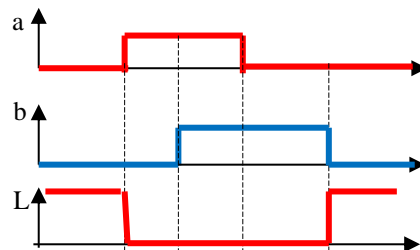
Table de Vérité

a	b	L
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction NON-ET (NAND) :**

L reproduit l'inverse du produit logique des variables d'entrée a et b. La fonction NAND est aussi une fonction universelle.

Equation :

$$\begin{aligned} L &= \overline{a \cdot b} \\ L &= \overline{a} + \overline{b} \end{aligned}$$

Schéma électrique

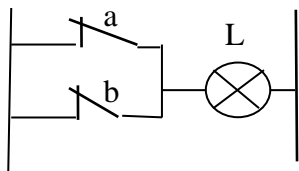
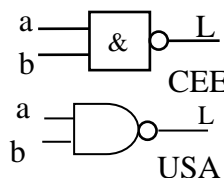


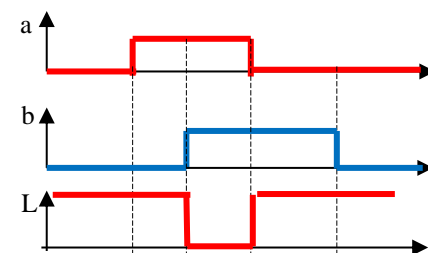
Table de Vérité

a	b	L
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction OU EXCLUSIF (XOR) :**

L reproduit la somme logique d'une variable d'entrée a associée au complément d'une variable d'entrée b et d'une variable d'entrée b associée au complément d'une variable d'entrée a.

Equation :

$$\begin{aligned} L &= a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b \\ L &= a \oplus b \end{aligned}$$

Schéma électrique

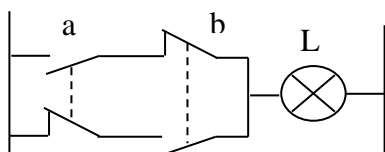
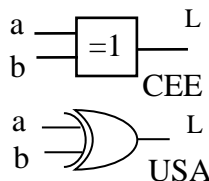


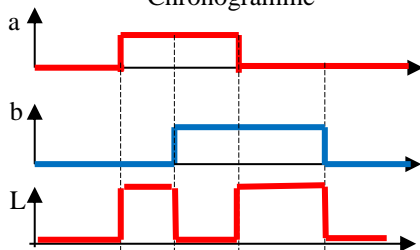
Table de Vérité

a	b	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Logigramme



Chronogramme



➤ **Fonction NON OU EXCLUSIF (XNOR) :**

L reproduit la somme logique d'une variable d'entrée a associée à une variable d'entrée b et au complément d'une variable d'entrée b associée au complément d'une variable d'entrée a

Equation :

$$L = a \cdot b + \overline{a} \cdot \overline{b}$$

$$L = a \odot b$$

Schéma électrique

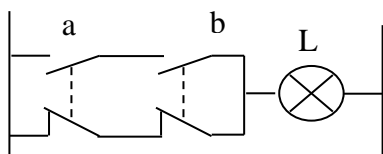
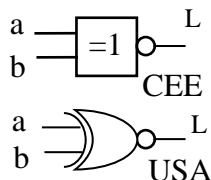


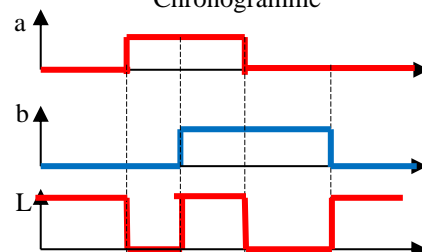
Table de Vérité

a	b	L
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Logigramme

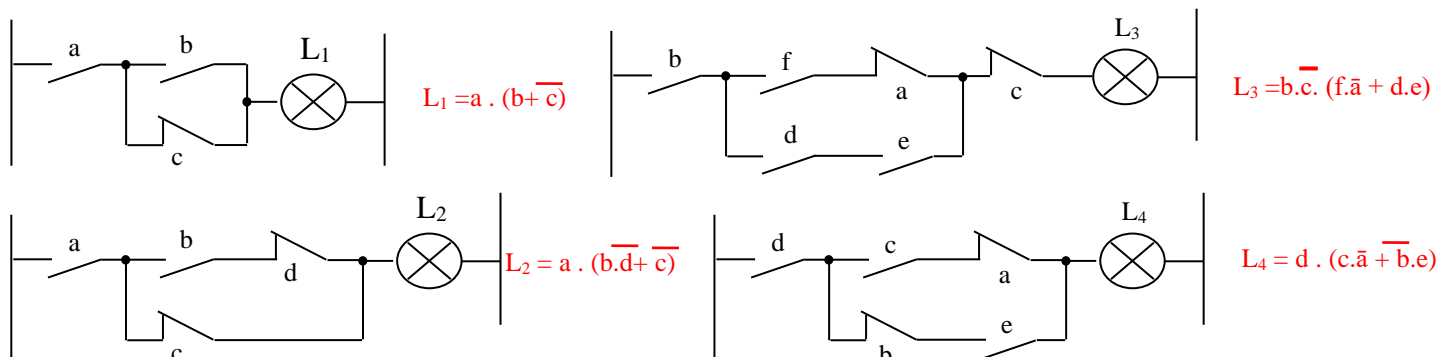


Chronogramme



Travaux dirigés : Méthode de résolution et Règles

➤ Etablissement d'une équation à partir d'un schéma à contacts :

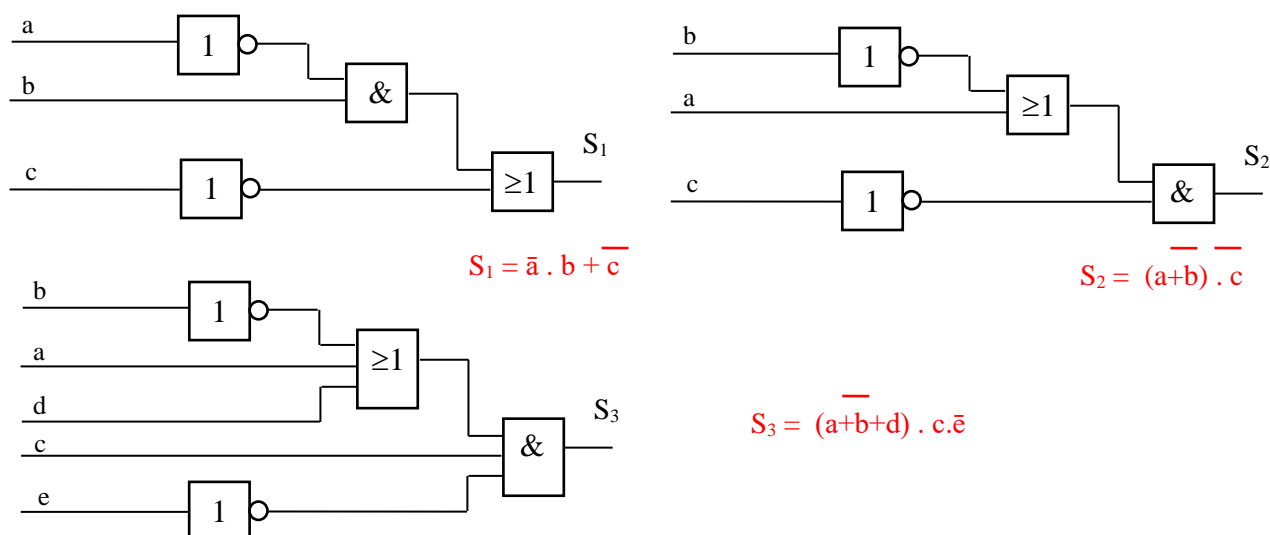


Règles :

- Un contact ouvert au repos est noté avec sa variable (exemple : « a »)
- Un contact fermé au repos est noté par sa variable complémentée (exemple : \bar{b})
- Des contacts en série forment un « ET » logique
- Des contacts en parallèle forment un « OU » logique

➤ Etablissement d'une équation à partir d'un logigramme :

Un logigramme est la représentation graphique de l'association de plusieurs opérateurs logiques d'après leurs symboles normalisés. Ce logigramme permet la réalisation du circuit à l'aide de composants électroniques.



Méthode :

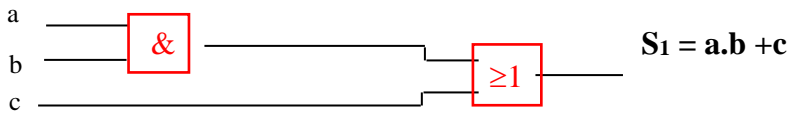
On progresse des entrées vers la sortie ; on écrit alors l'équation logique à la sortie de chaque porte au fur et à mesure de la progression.

➤ Etablissement d'un logigramme à partir d'une équation logique:

Exemple n°1 : $S_1 = a.b + c$

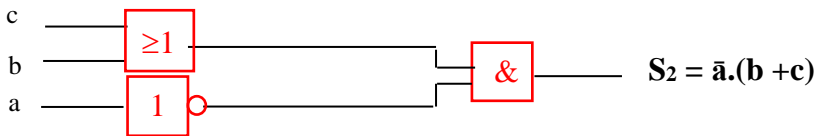
Cette fonction comprend 2 opérateurs : un opérateur « ET » et un opérateur « OU »

Par convention, un opérateur ET est prioritaire par rapport à un opérateur OU. C'est à dire que pour représenter la variable S, il faut d'abord effectuer un « ET » entre les variables « a » et « b », puis effectuer ensuite un « OU » entre ce premier résultat et la variable « c ». Le logigramme de S1 est donc :



Exemple n°2 : $S_2 = \bar{a}.(b + c)$

Ici, attention, la présence de parenthèses indique qu'il faut d'abord effectuer le OU entre les variables « b » et « c », puis effectuer ensuite le ET entre le résultat de la parenthèse et la variable « \bar{a} » :



Méthode :

Ordre de priorité pour dessiner un logigramme :

- 1- Effectuer les compléments si nécessaire
- 2- Effectuer les parenthèses
- 3- Effectuer les ET
- 4- Terminer par les OU

Exemple n°3 : $S_3 = \bar{a}.b + c.(d+e)$

