Initiation à la programmation Java
IP2 - Séance No 9

Yan Jurski

21 mars 2020

Rappel sur les listes doublement chaînées

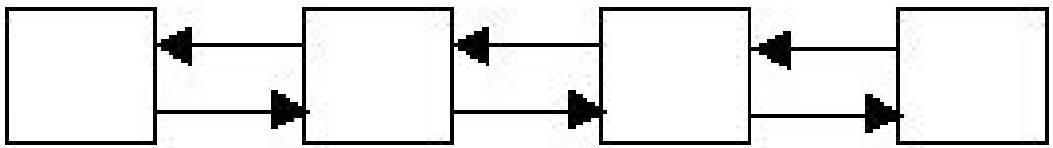
(et introduction indirecte aux arbres)

- Avec l'enregistreur à bande (bidirectionnel) nous avions vu :

Fichier CelluleTape.java

```
public class CelluleTape{
 private E content;
 private CelluleTape next;
 private CelluleTape previous;
}
```

- La syntaxe est associée à une propriété sous-jacente :
  - si `next` $\neq$ `null` alors `this.next.previous = this`
  - si `previous` $\neq$ `null` alors `this.previous.next = this`
- Les modèles sont linéaires : des listes chaînées



- Avoir d'autres liaisons serait considéré comme une erreur

Rappel sur les listes doublement chaînées

(et introduction indirecte aux arbres)

- Avec l'enregistreur à bande (bidirectionnel) nous avions vu aussi :

Fichier MonMagneto.java

```
public class MonMagneto {
 private CelluleTape first;
 private CelluleTape last;
}
```

- La syntaxe est associée à une propriété différente :
  - `first` $\neq$ `null ssi last` $\neq$ `null`
  - et lorsque non null :
    - `first.previous` $=$ `null` ainsi que last.next $=$ null
    - `first=last.previous.previous....` (sans savoir combien de fois)
    - `last=first.next.next....`
- Mais ce modèle n'est pas récursif, il est simplement descendant, au sens où `MonMagneto` domine `CelluleTape`

Rappel sur les listes doublement chaînées

(et introduction indirecte aux arbres)

Fichier MonMagneto.java

```
public class MonMagneto {
 private CelluleTape first;
 private CelluleTape last;
}
```

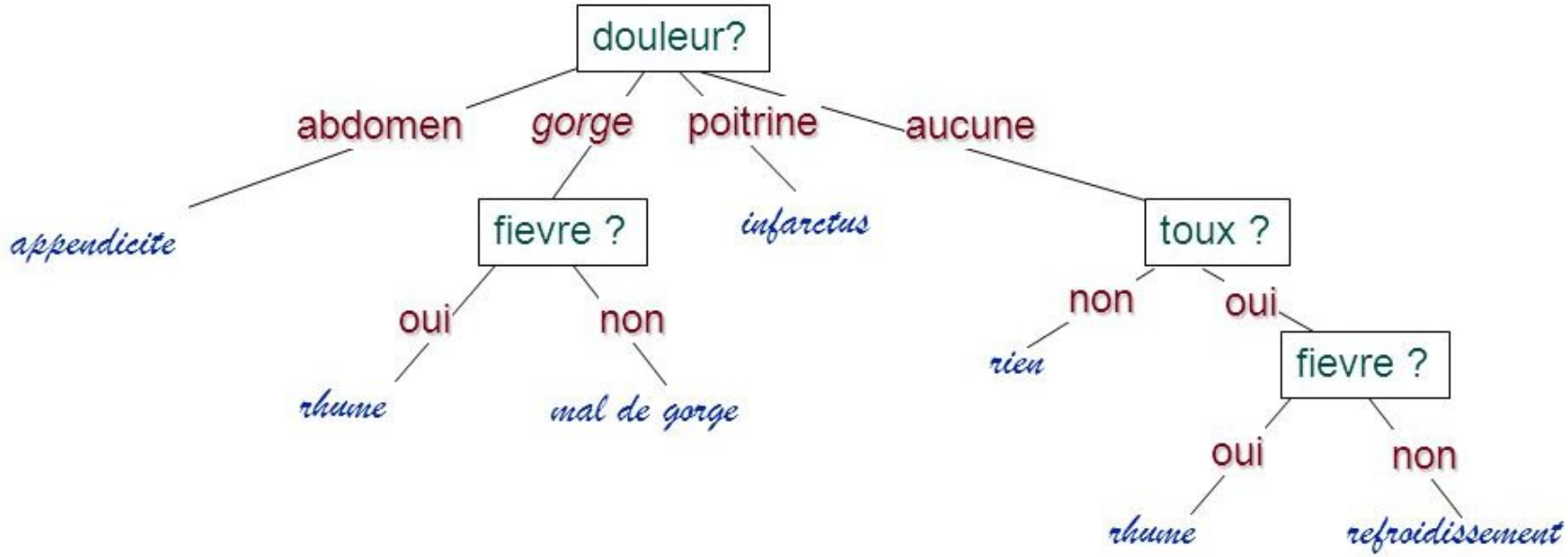
Fichier CelluleTape.java

```
public class CelluleTape{
 private E content;
 private CelluleTape next;
 private CelluleTape previous;
}
```

- On va étudier cette dimension verticale
- Eventuellement les combiner

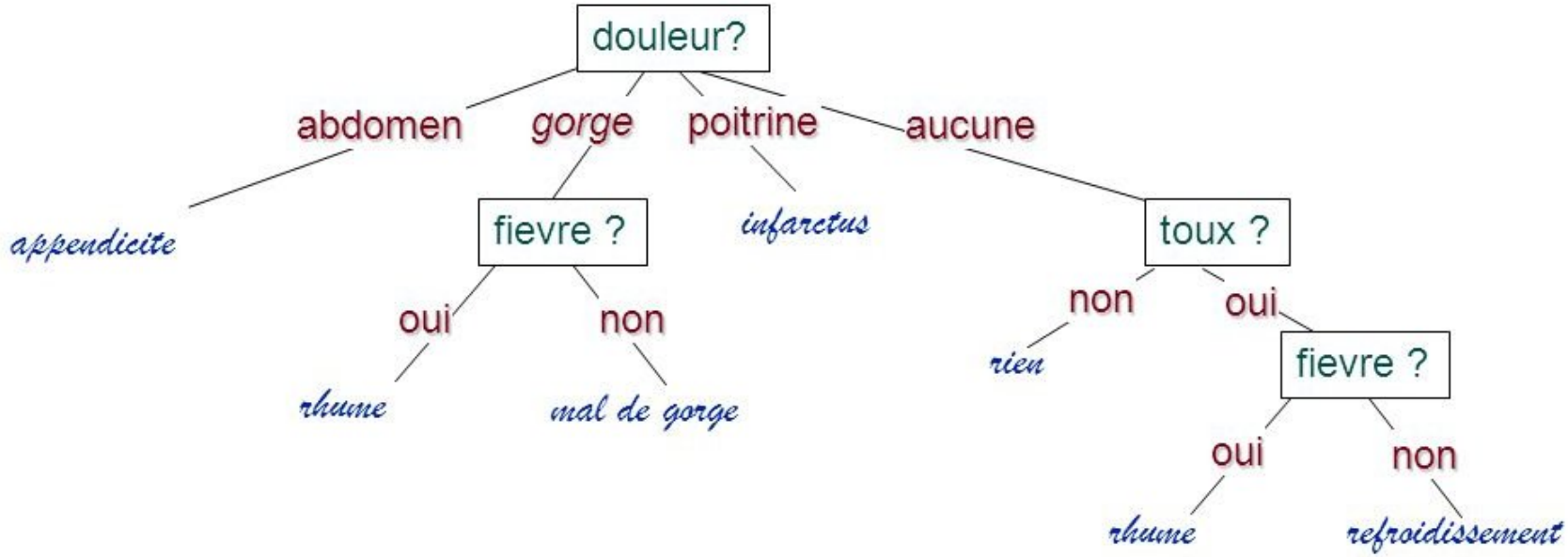
Généralités sur les arbres - Exemples concrets

Arbre de décision



Généralités sur les arbres - Exemples concrets

Arbre de décision



- Rq : pour prendre une décision on aurait pu écrire un programme ...

Sketch de programme

```
poserQuestion("douleur où ?")
selon (réponse) :
 cas "abdomen" : repondre appendicite
 cas "gorge" :
  poser question ("fièvre ?")
  selon (réponse) :
   cas oui : repondre rhume
   cas non : repondre mal de gorge
  fin selon
 cas "poitrine" : repondre infractus
 cas "aucune" :
  poser question ("toux?")
  selon (reponse) :
   cas non : répondre rien
   cas oui :
    poser question("fievre ?")
    selon (réponse) :
     cas oui : répondre rhume
     cas non : répondre refroidissement
```

Cela aurait été une approche maladroite

- Imaginez la taille de ce programme sur un cas réel ...
- Comment vont travailler le spécialiste et le programmeur ?
- Comment va-t-on prendre en compte les progrès de la médecine ?
- Une meilleur approche : séparer les données et le contrôle
  - Utiliser un arbre pour les données
  - Programmer le diagnostic en partant du haut de l'arbre initial :

Sketch du programme de diagnostic

```
si l état est bien déterminé donner le nom de la maladie
sinon
 poser la question
 refaire diagnostic en partant du branchement correspondant à la réponse
fin sinon
```

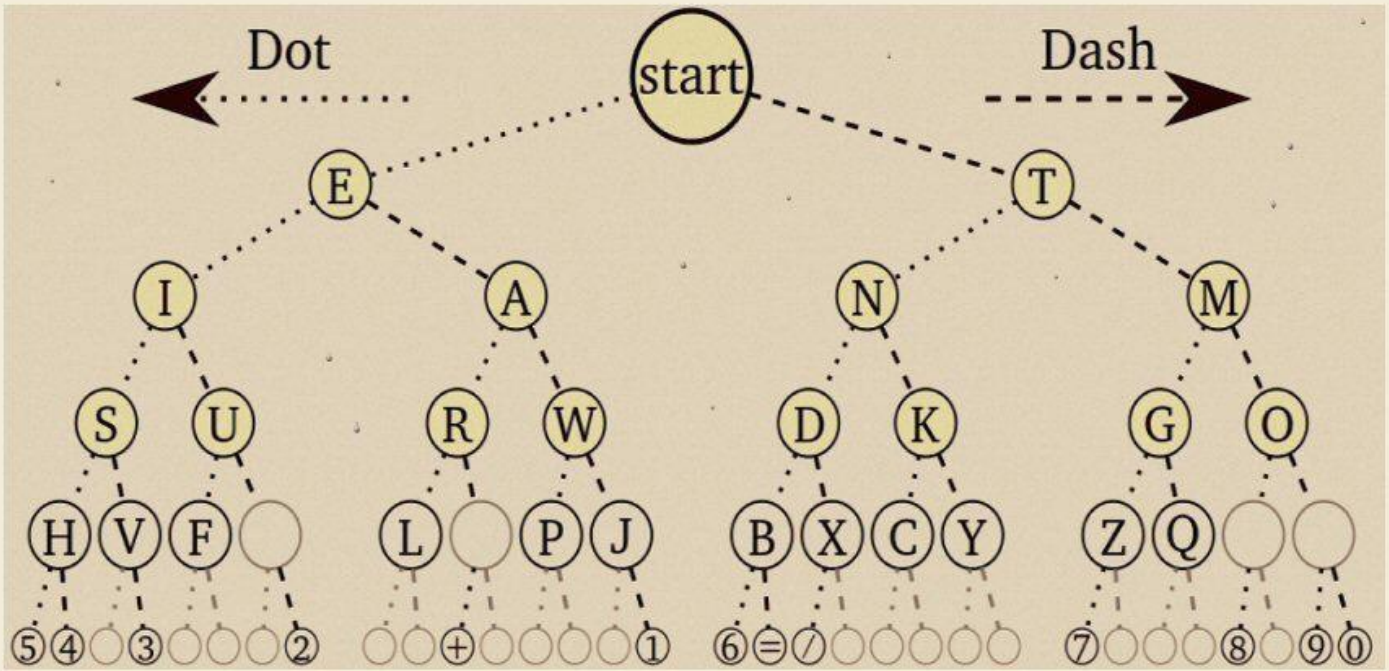
  - diagnostic va rappeler diagnostic (solution récursive)

comparez bien avec le programme précédent, et observez le rôle de l'arbre : une structure de données que l'on parcourt

Autres exemples concrets

Alphabet morse

A l'époque du télégraphe, pour communiquer à distance on envoyait des impulsions courtes ou longues.
Ces séquences de points (courts) et de tirets (longs) étaient ensuite transformées en lettres, et donc en messages.

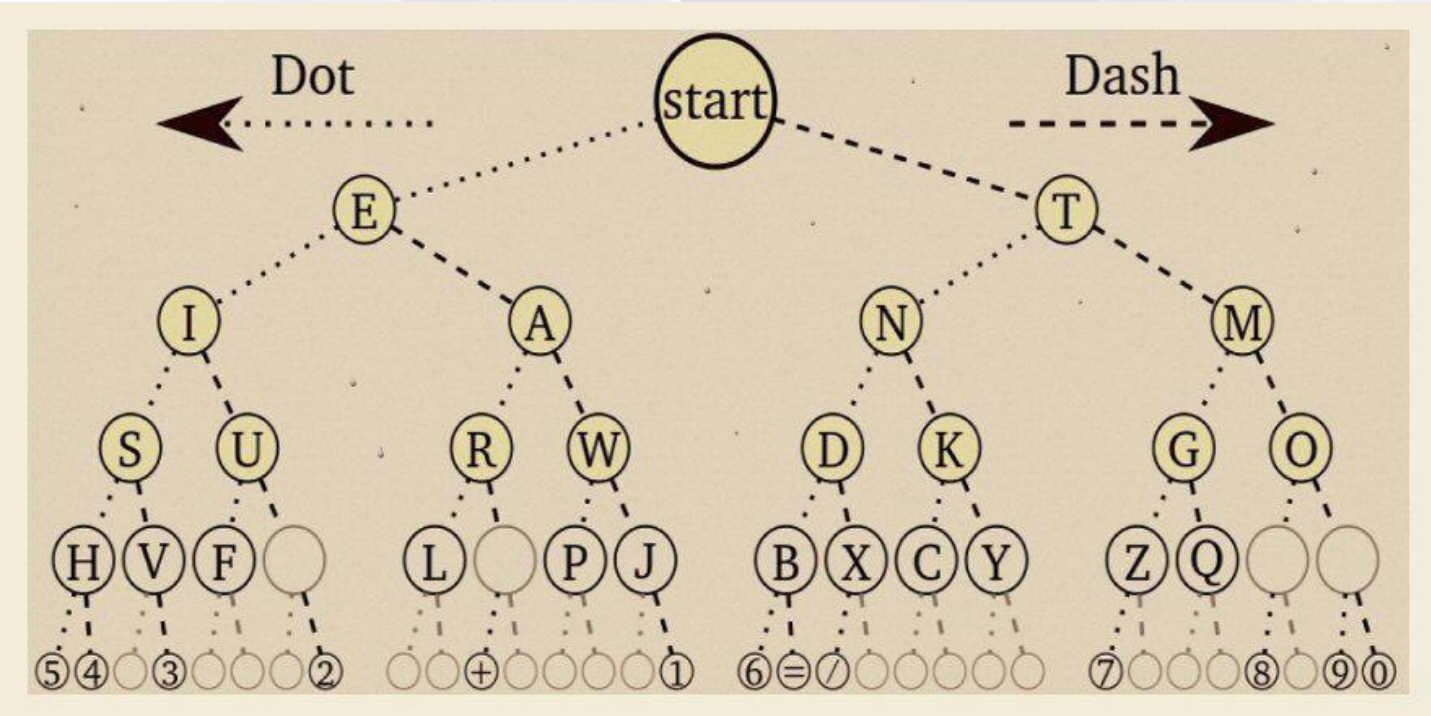


Autres exemples concrets

Alphabet morse

Pour décoder une chaîne de points et de tirets et en donner la lettre :

- avez vous le courage d'écrire un programme de la forme `switch`/`case` ?
- par contre, si l'arbre est une donnée, il suffit de parcourir la chaîne en même temps que l'arbre

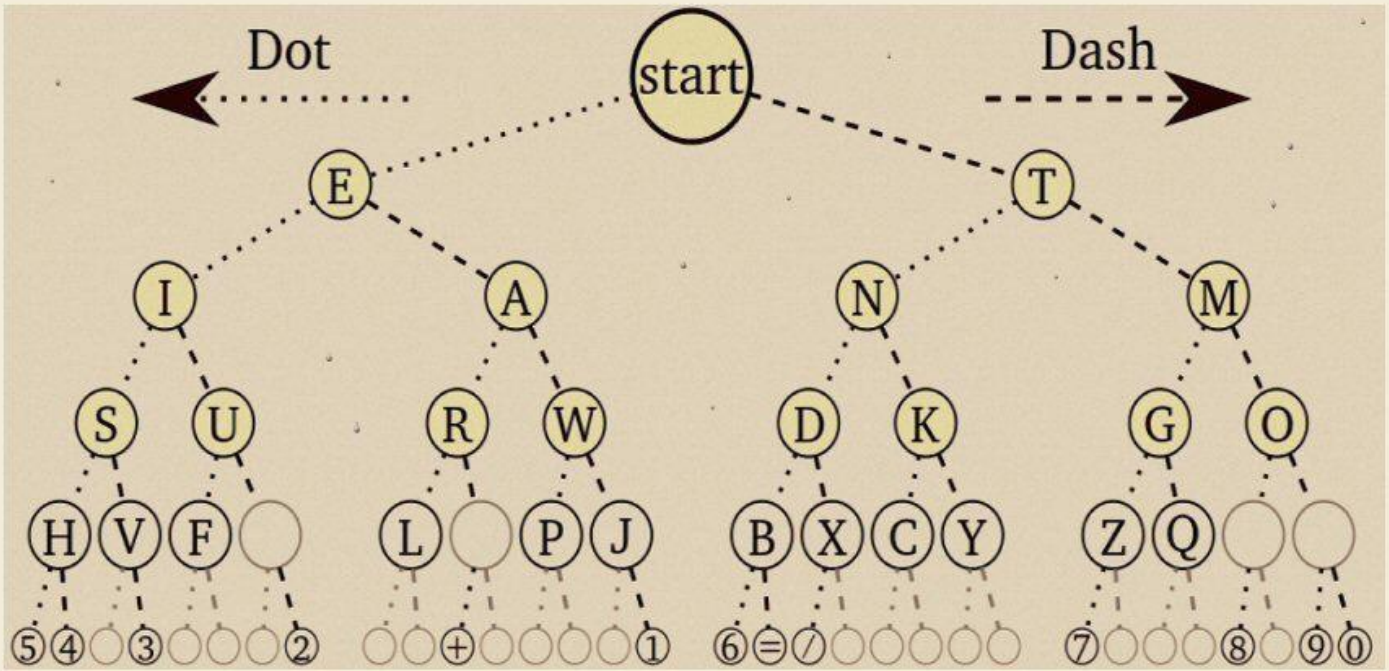


Autres exemples concrets

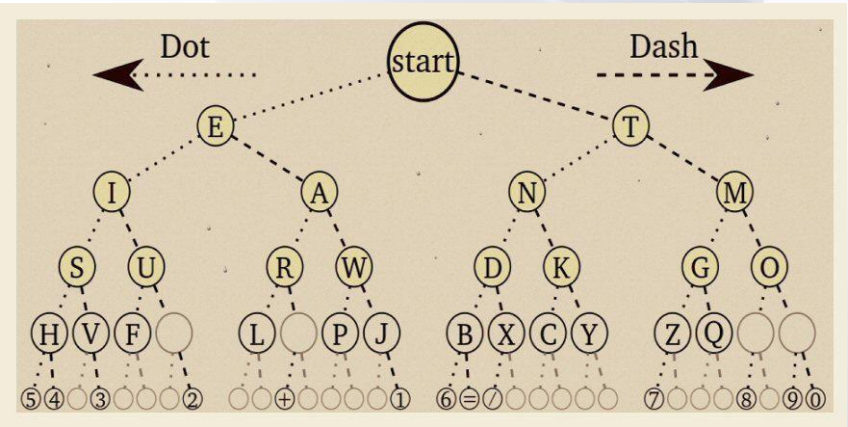
Alphabet morse etc. . .

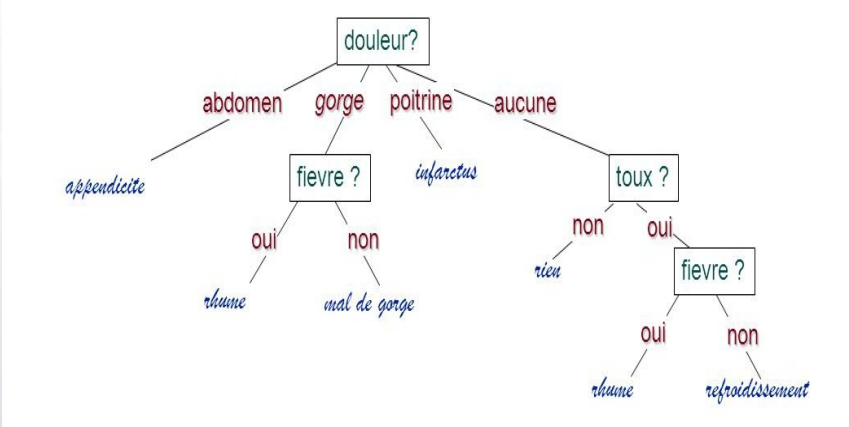
L'arbre étant une donnée du programme, on peut lui en passer d'autres.

- Le même programme fonctionnera avec un alphabet différent
- On peut optimiser selon les fréquences de lettres par pays
- Raisonner ainsi conduit à la compression de texte en binaire (c'est comme cela que marche Zip)



Modélisation



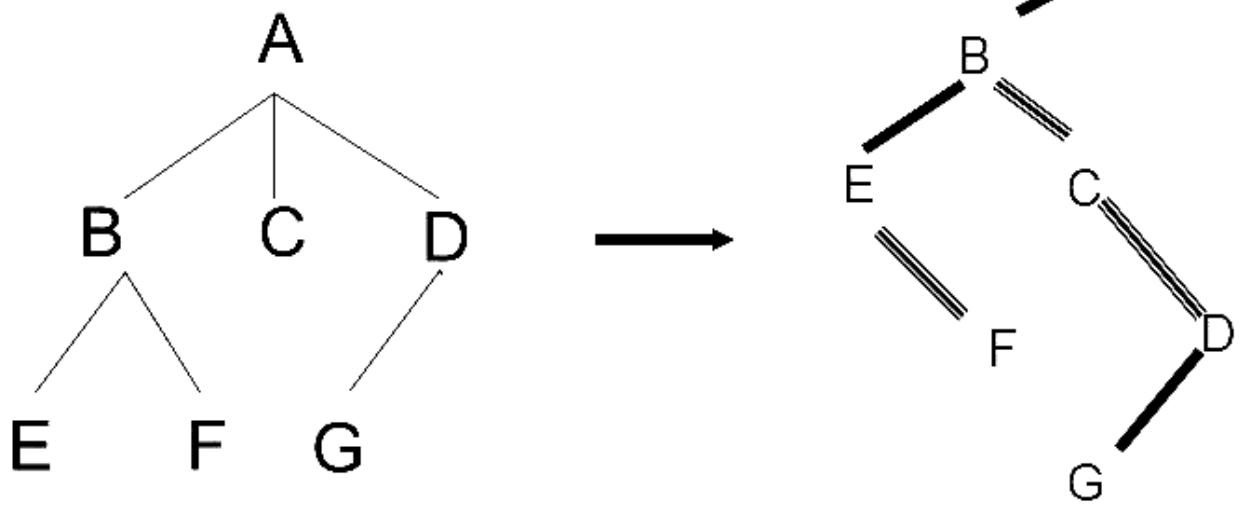


Points communs - Vocabulaire :

- La racine : le point d'entrée de l'arbre
- Les étiquettes : la direction du branchement
- Les noeuds : toutes les racines des sous-arbres (arbre initial compris)
- Père et fils : les noeuds liés par un branchement (du haut vers le bas)
- Les feuilles : les noeuds sans fils
- Un chemin : une suite de noeuds, liés verticalement de père à fils
- Le degré d'un noeud : le nombre de branchement sortants possible

Modélisation - Importance du cas binaire

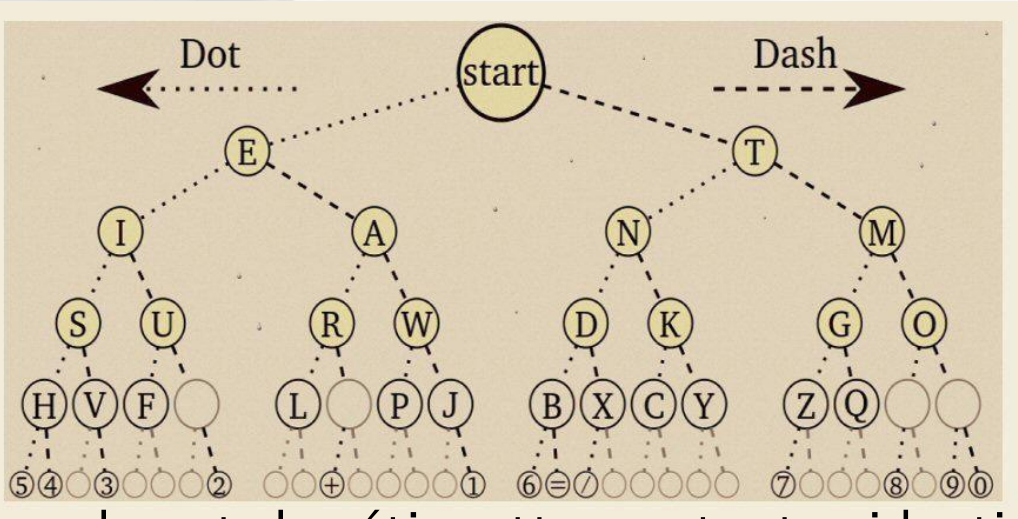
Principe : on peut se ramener à un arbre binaire avec des primitives fils aîné (fa ———) et frère cadet (fc ═══)



- Comprendre d'abord le cas de l'arbre binaire est donc fondamental
- On s'adaptera ensuite au cas n-aire

Modélisation

Cas binaire



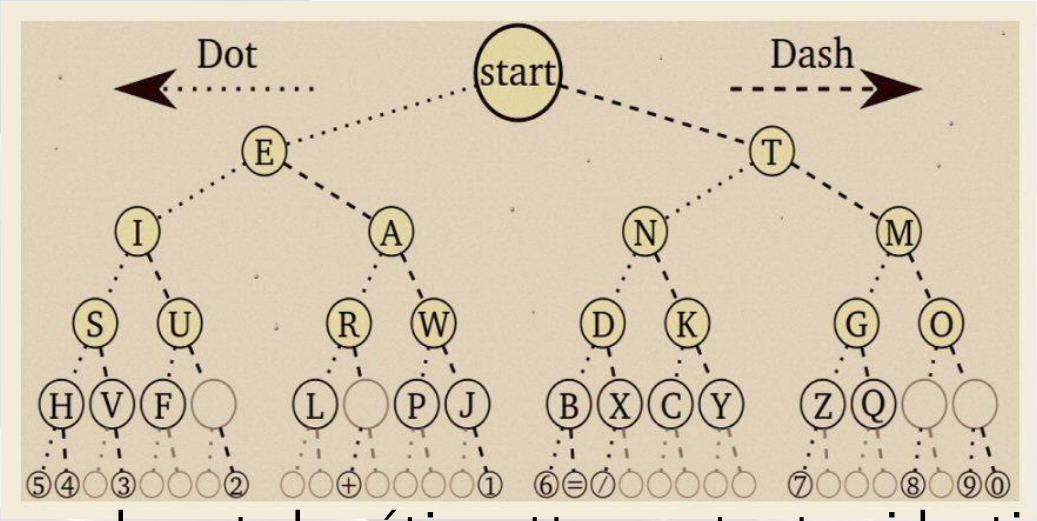
- Si tous les noeuds ont des étiquettes sortantes identiques (point et trait), on peut associer ce lien (entre noeuds pères et fils) à une variable propres aux noeuds. Ici un noeud père nomme ses deux fils :

Fichier NoeudMorse.java

```
public class NoeudMorse{
 private char content;
 private NoeudMorse fils_dot;
 private NoeudMorse fils_dash;
}
```

Modélisation

Cas binaire



- Si tous les noeuds ont des étiquettes sortantes identiques (point et trait), on peut associer ce lien (entre noeuds pères et fils) à une variable propres aux noeuds. Ici un noeud père nomme ses deux fils :

Fichier NoeudMorse.java

```
public class NoeudMorse{
 private char content;
 private NoeudMorse fils_dot;
 private NoeudMorse fils_dash;
}
```

Fichier CelluleTape.java

```
public class CelluleTape{
 private E content;
 private CelluleTape next;
 private CelluleTape previous;
}
```

et comparez attentivement ces deux syntaxes ! ! !

Les arbres binaires en général - Modèle à 3 classes

Fichier E.java (Contenu sans importance)

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG;
 private Noeud filsD;
}
```

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public Arbre(){
  racine=null;
 }
 public boolean estVide(){
  return racine==null;
 }
}
```

Modèle à 3 classes (construction)

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG;
 private Noeud filsD;
 public Noeud(E x, Noeud g, Noeud d){
  content=x;
  filsG=g;
  filsD=d;
 }
}
```

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public Arbre(){ racine=null; }
 public boolean estVide(){ return racine==null;}
 public Arbre(E x, Arbre a1, Arbre a2){
  racine = new Noeud(x,a1.racine,a2.racine);
 }
}
```

Quelques algorithmes - contient

- Ecrivons une méthode d'arbre `contient` qui retourne si oui ou non un élément de type `E` est situé quelque part dans un noeud d'un arbre.

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 ...
}
```

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public boolean contient(E x){
  if (this.estVide()) return false; // cas facile
  return racine.contient(x); // sinon on délègue (comme on le faisait
      avec les listes)
 }
}
```

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public boolean contient(E x){
  if (content==x) return true;
  boolean testg=false, testd=false;
  if (filsG !=null) testg=filsG.contient(x);
  if (filsD !=null) testd=filsD.contient(x);
  return (testg || testd);
 } // difficile à écrire sans récursion,
} // qu'il faut maîtriser à présent !!
```

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public boolean contient(E x){
  if (this.estVide()) return false;
  return racine.contient(x);
 }
}
```

Quelques algorithmes - Ordre de parcours

- A la différence des listes, pour lesquelles l'ordre de parcours était évident car il était naturellement linéaire, pour les arbres il y a plusieurs façon de les décrire. Nous l'illustrons ici en proposant plusieurs façons d'afficher le contenu d'un arbre.

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 ...
}
```

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public void affiche(){
  if (this.estVide()) System.out.println("Arbre vide"); // cas simple
  else racine.affiche(); // on délègue aux noeuds
 }
}
```

Quelques algorithmes - Ordre de parcours

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public void affiche(){
  System.out.print(content.toString()+", "); // supposé exister
  if (filsG!=null) filsG.affiche();
  if (filsD!=null) filsD.affiche();
 }
}
```

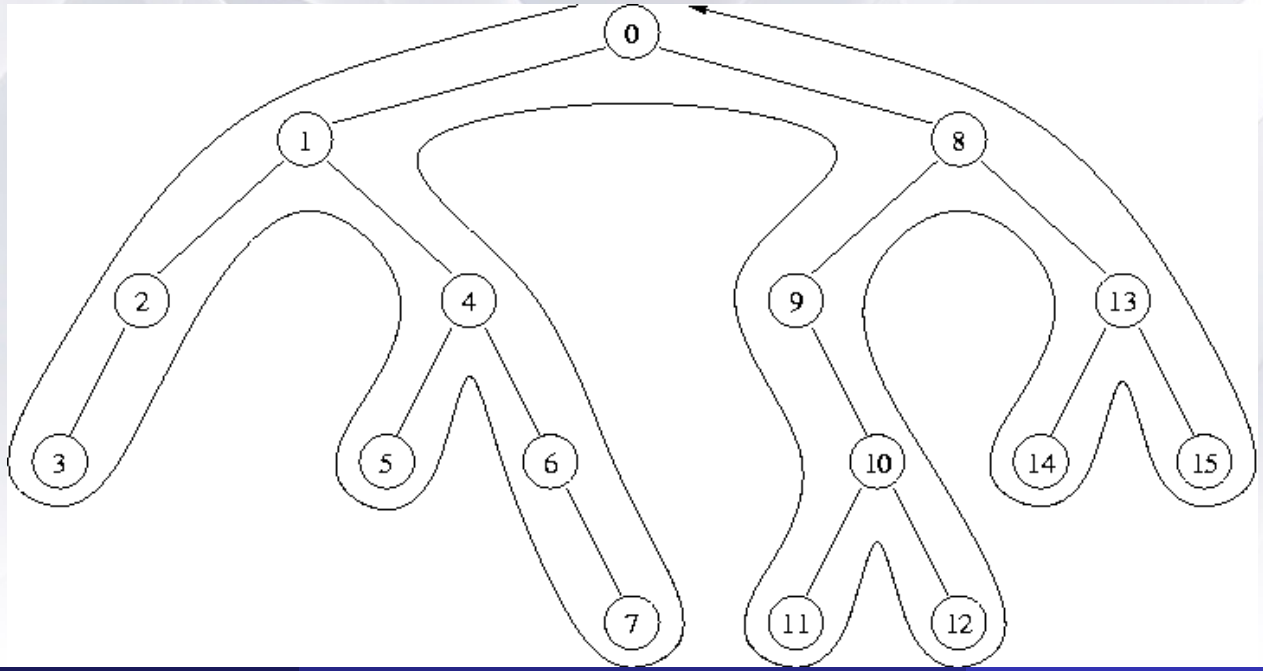
Fichier Arbre.java

```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public void affiche(){
  if (this.estVide()) System.out.println("Arbre vide");
  else racine.affiche();
 }
}
```

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public void affiche(){
  System.out.print(content.toString()+", "); // supposé exister
  if (filsG!=null) filsG.affiche();
  if (filsD!=null) filsD.affiche();
 }
}
```

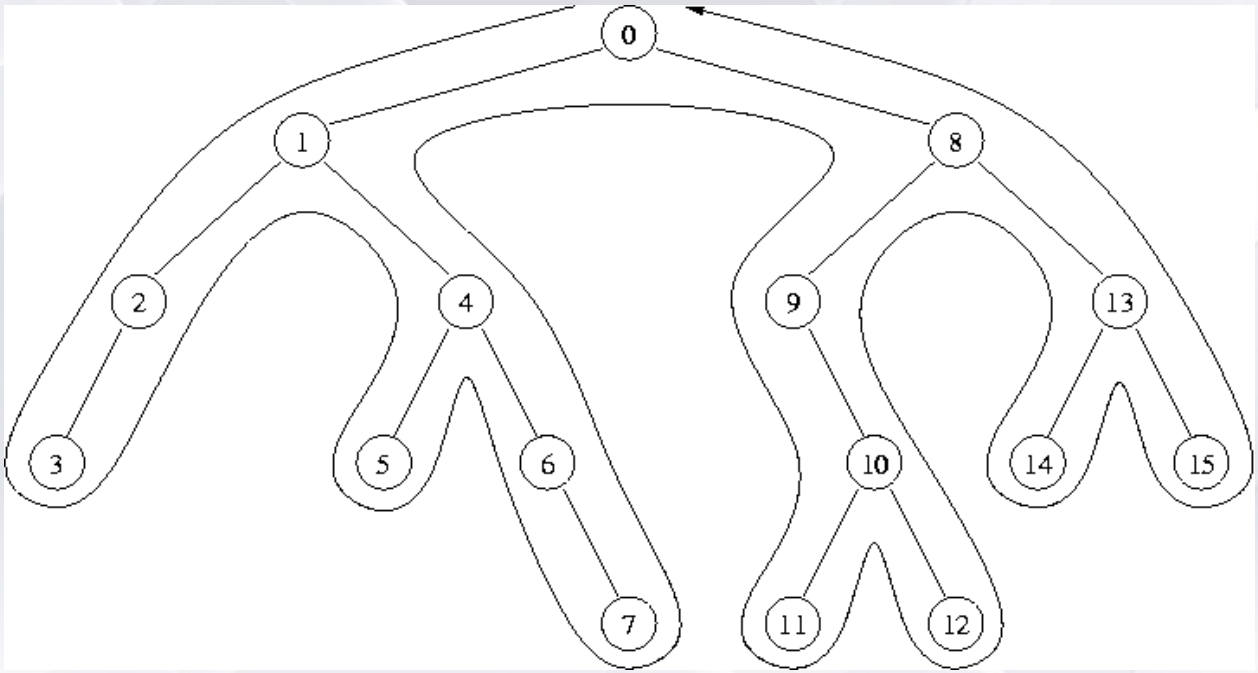
- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre



Fichier Noeud.java

```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void affichePrefixe(){
  System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
 if (filsG!=null) filsG.affichePrefixe();
 if (filsD!=null) filsD.affichePrefixe();
}
```

- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre

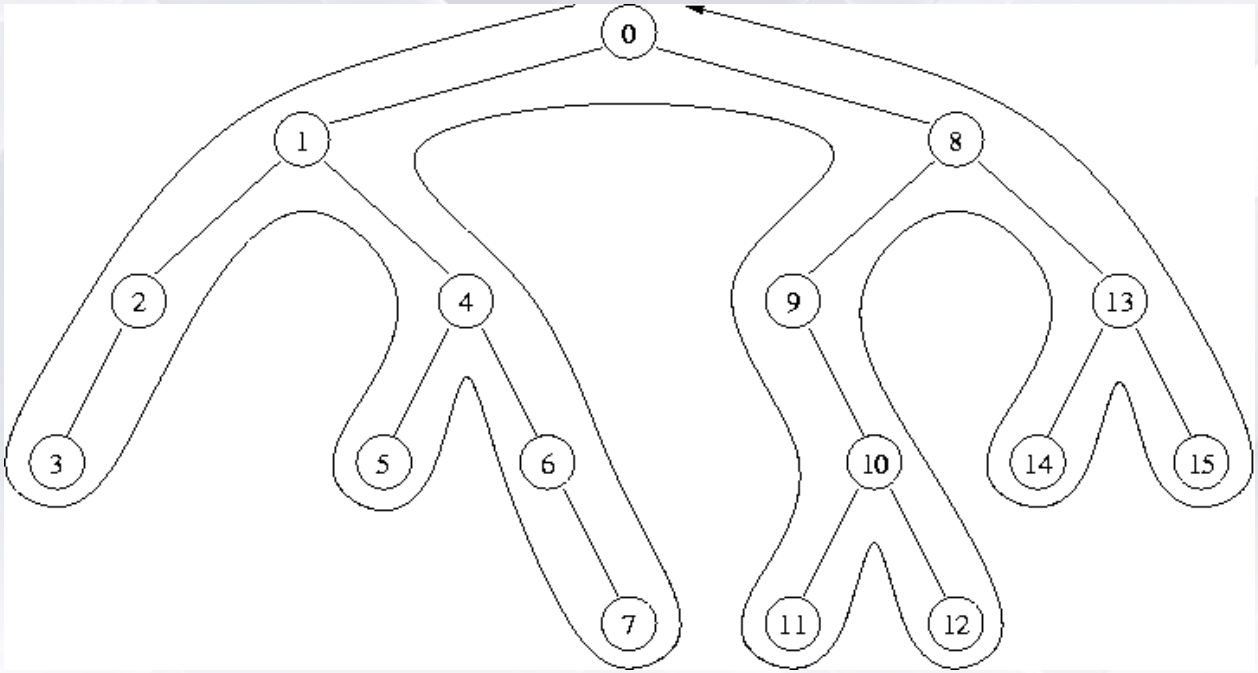


0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

Fichier Noeud.java

```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void afficheSuffixe(){
 if (filsG!=null) filsG.afficheSuffixe();
 if (filsD!=null) filsD.afficheSuffixe();
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
}
```

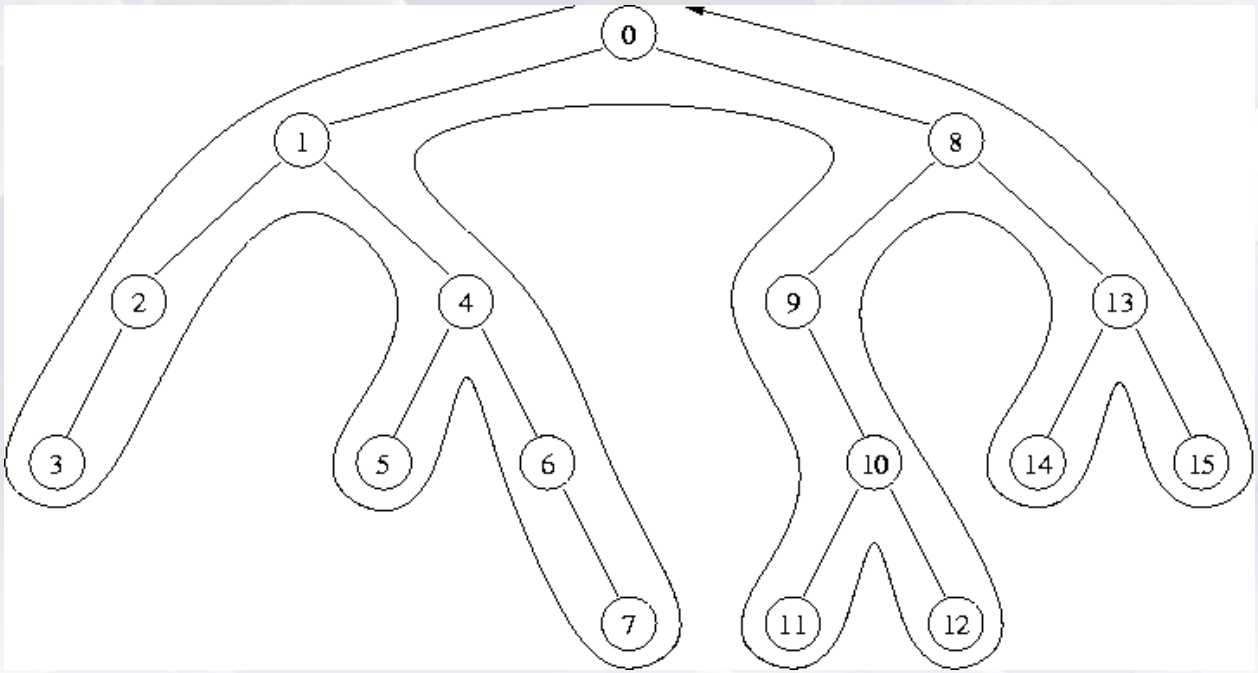
- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre



Fichier Noeud.java

```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void afficheSuffixe(){
 if (filsG!=null) filsG.afficheSuffixe();
 if (filsD!=null) filsD.afficheSuffixe();
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
}
```

- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre

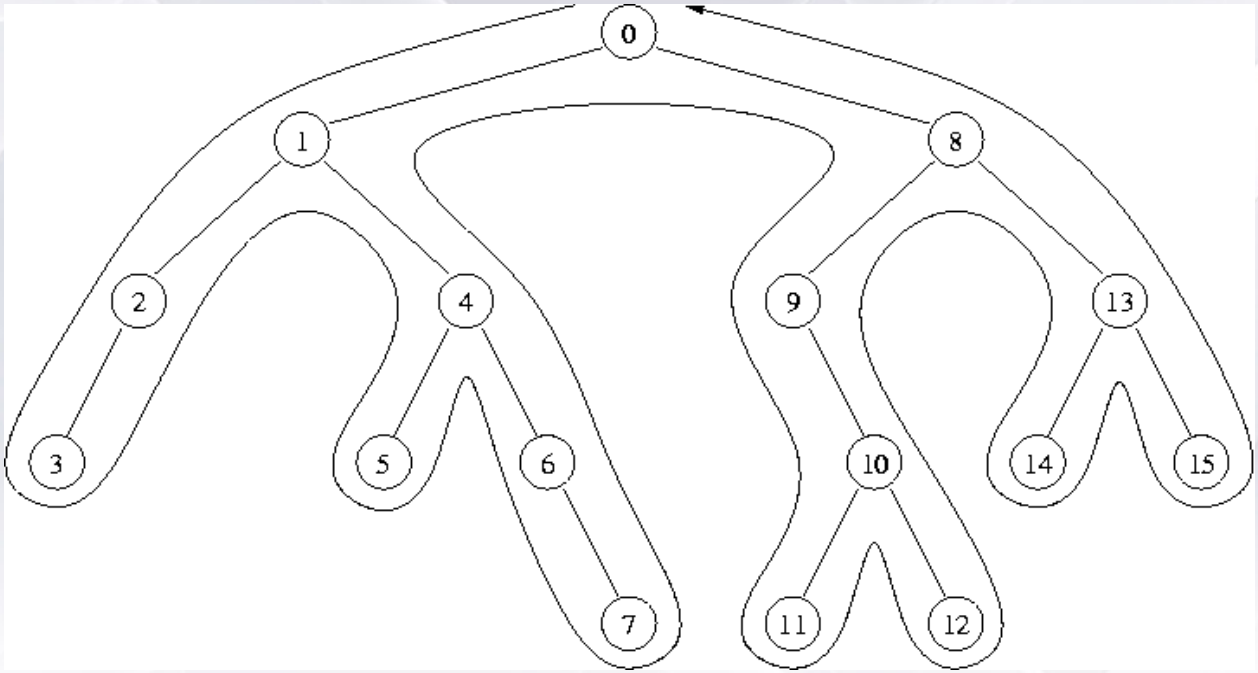


3, 2, 5, 7, 6, 4, 1, 11, 12, 10, 9, 14, 15, 13, 8, 0

Fichier Noeud.java

```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void afficheInfixe(){
 if (filsG!=null) filsG.afficheInfixe();
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
 if (filsD!=null) filsD.afficheInfixe();
}
```

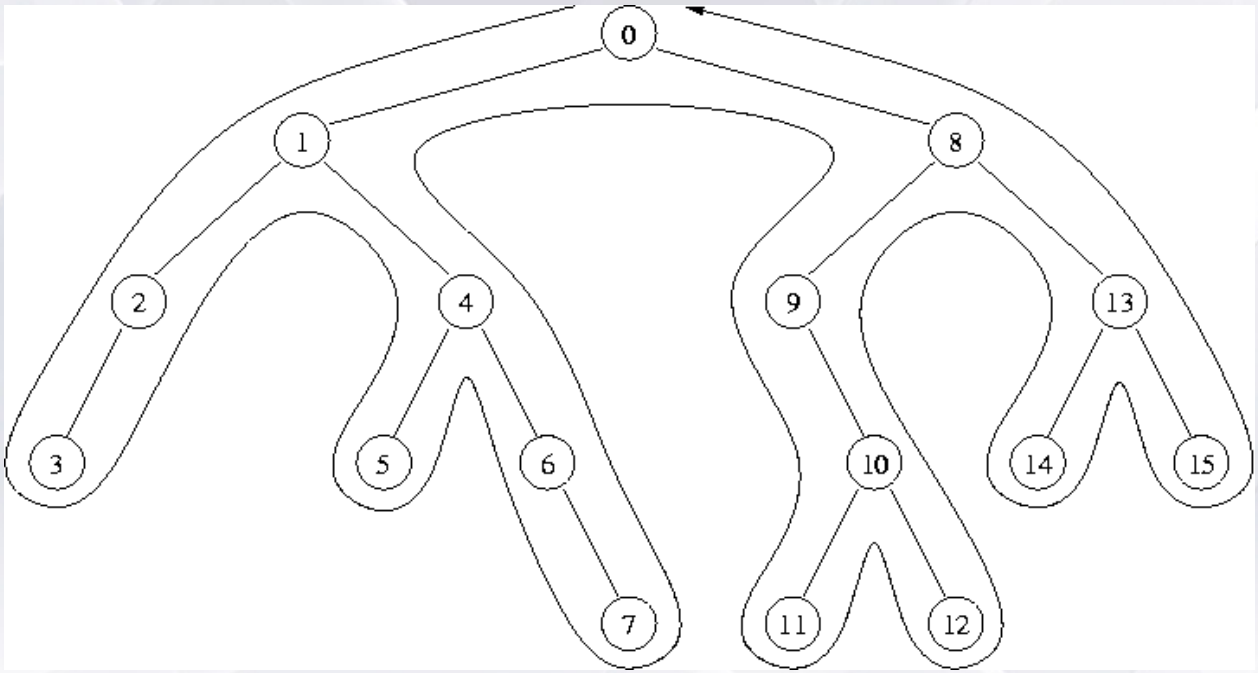
- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre



Fichier Noeud.java

```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void afficheInfixe(){
 if (filsG!=null) filsG.afficheInfixe();
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
 if (filsD!=null) filsD.afficheInfixe();
}
```

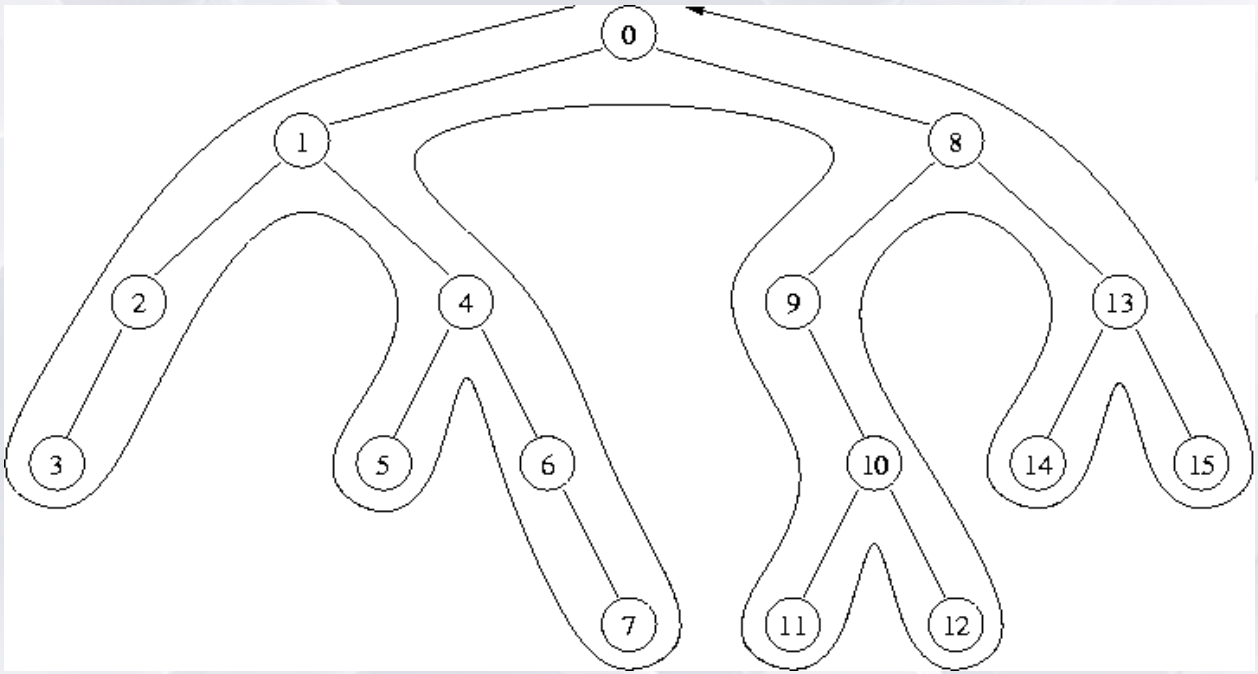
- Le point de contrôle du programme colle à la structure de l'arbre



3, 2, 1, 5, 4, 6, 7, 0, 9, 11, 10, 12, 8, 14, 13, 15

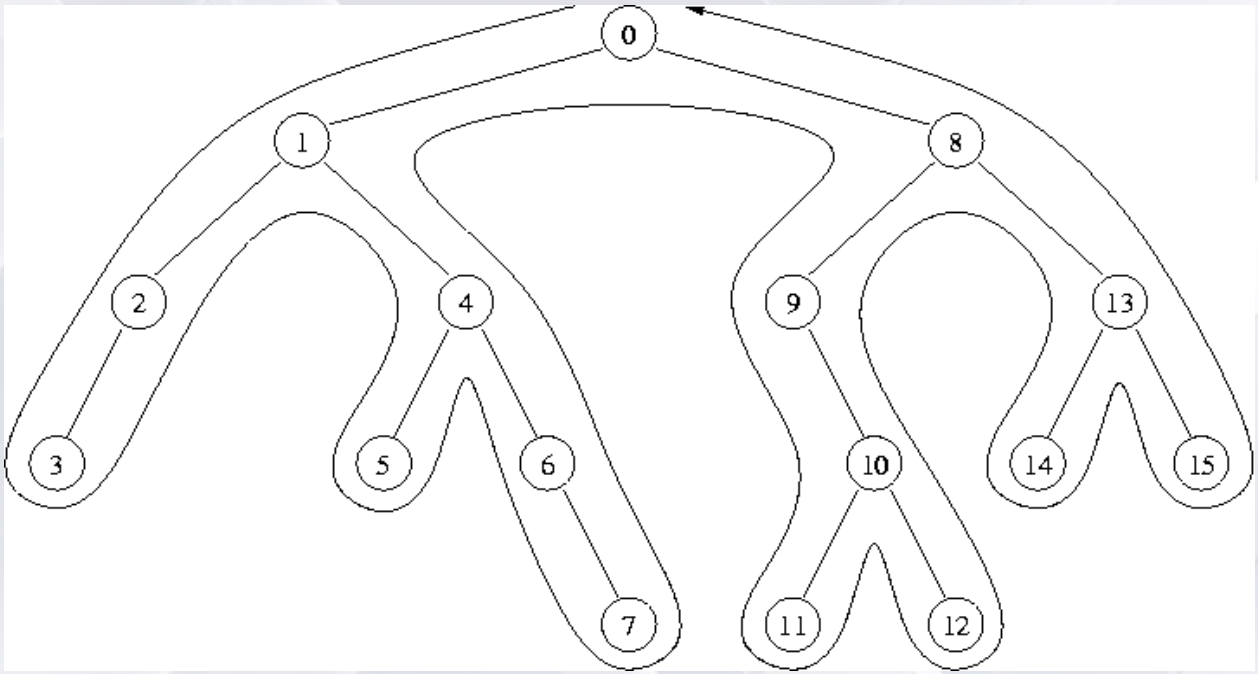
Exercice

```
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public void afficheBizarre(){ // appelé uniquement sur notre exemple
  System.out.print(content.toString()+", ");
  filsG.afficheInfixe();
  filsD.afficheSuffixe();
}
```



Exercice

```
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public void afficheBizarre(){ // appelé uniquement sur notre exemple
  System.out.print(content.toString()+", ");
  filsG.afficheInfixe();
  filsD.afficheSuffixe();
}
```



0, 3, 2, 1, 5, 4, 6, 7, 11, 12, 10, 9, 14, 15, 13, 8

Ordre de parcours

- Il vous faut connaître ces différences
- *« le point de contrôle colle à la structure de l'arbre »* signifie aussi qu'on utilise la pile des appels pour stocker les noeuds dont l'exploration du sous arbre n'est pas terminé

Quelques algorithmes - Echange de noeud

- Ecrire **miroir** qui intervertit le fils gauche et droit de chaque noeud dont **this** est racine

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public miroir(){
  Noeud tmp;
  tmp=filsG;     // ------------
  filsG=filsD; // échange local
  filsD=tmp;  // ------------
  ...
 }
}
```

Quelques algorithmes - Echange de noeud

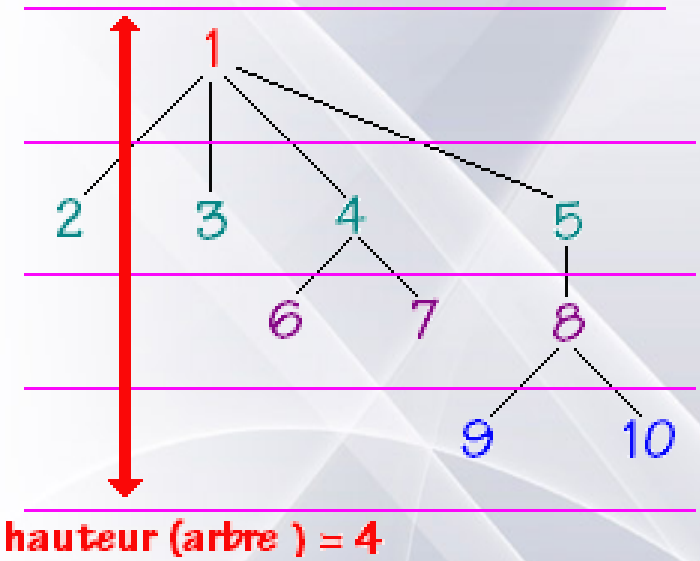
- Ecrire **miroir** qui intervertit les fils gauche et droit de chaque noeuds dont **this** est racine

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud {
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public miroir(){
  Noeud tmp;
  tmp=filsG;     // ------------
  filsG=filsD; // échange local
  filsD=tmp;  // ------------
  if (filsG!=null) filsG.miroir(); // continuation récursive
  if (filsD!=null) filsD.miroir();
 }
}
```

Quelques algorithmes - hauteur

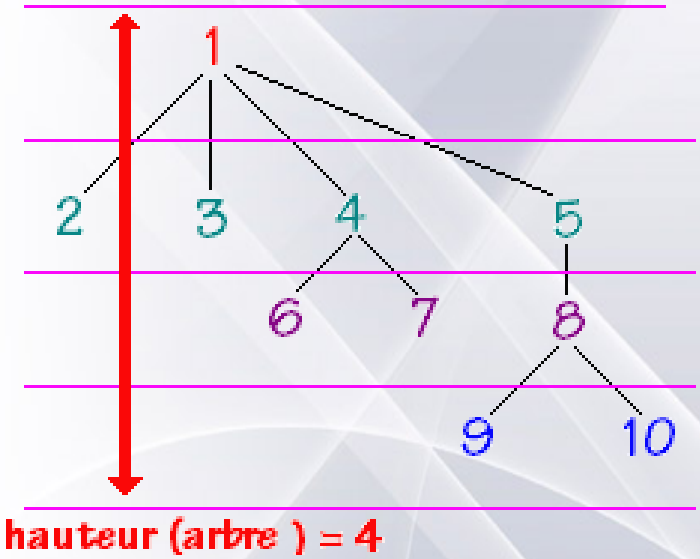
- Hauteur : taille du plus long chemin de la racine à une feuille



(illustré ici sur un arbre n-aire)

Quelques algorithmes - hauteur

- Hauteur : longueur du plus long chemin de la racine à une feuille



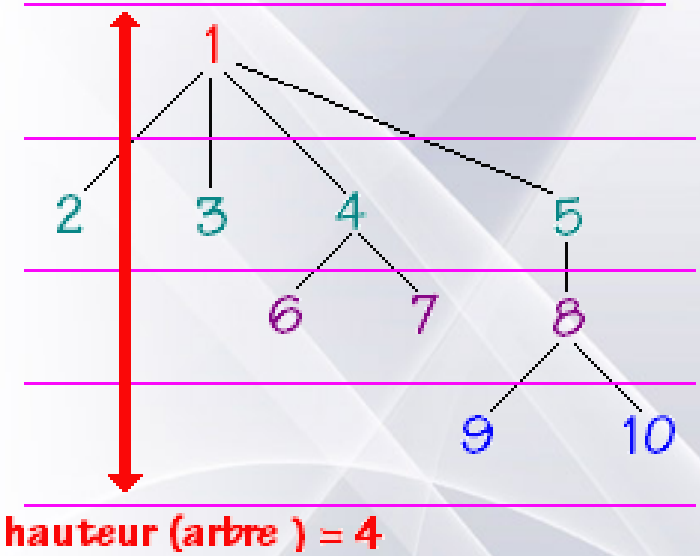
(illustré ici sur un arbre n-aire)

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre {
 public int hauteur(){
  if (estVide()) return 0;
  else return racine.hauteur();
 }
}
```

Quelques algorithmes - hauteur

- Hauteur : longueur du plus long chemin de la racine à une feuille



(illustré ici sur un arbre n-aire)

Fichier Arbre.java

```
public class Arbre {
 public int hauteur(){
 if (estVide()) return 0;
 else return racine.hauteur;
 }
}
```

Fichier Noeud.java

```
public int hauteur(){
 if (estFeuille()) return 1;
 int hg=0;hd=0;
 if (filsG!=null) hg=filsG.hauteur();
 if (filsD!=null) hd=filsD.hauteur();
 return 1+Math.max(hg,hd);
}
```

Fichier Noeud.java

```
public boolean estFeuille(){
 return ( (filsG==null) &&
      (filsD==null) );
}
```

(résolu ici sur un arbre binaire)

Quelques algorithmes - Compter les feuilles

Fichier Arbre.java

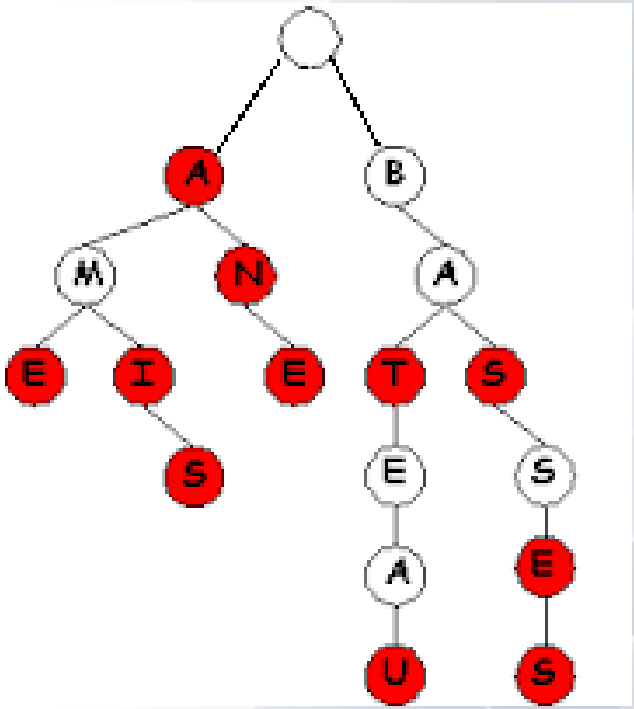
```
public class Arbre{
 private Noeud racine;
 public int nbFeuilles(){
  if (this.estVide()) return 0;
  else return racine.nbFeuilles();
 }
}
```

Fichier Noeud.java

```
public class Noeud{
 private E content;
 private Noeud filsG, filsD;
 public int nbFeuilles(){
  if (estFeuille()) return 1;
  int nbG=0, nbD=0;
  if (filsG!=null) nbG=filsG.nbFeuilles();
  if (filsD!=null) nbD=filsD.nbFeuilles();
  return nbG+nbD;
 }
}
```

Vous pouvez vous arrêter ici pour cette semaine

Pour aller plus loin - Concision des arbres



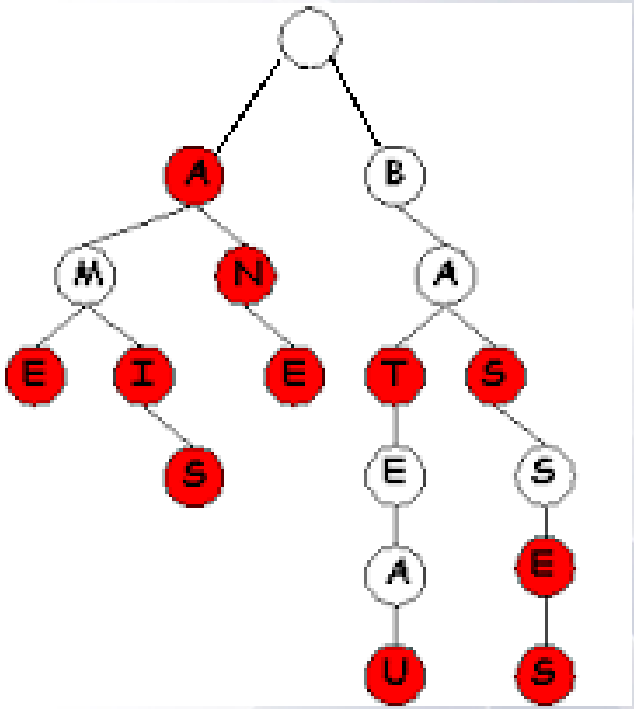
Explication de ce dessin :

- Un noeud contient une lettre et une couleur
- Les chemins représentent des mots
- Ils sont valides s'ils terminent sur rouge

Question :

- Combien de mots sont représentés ?

Pour aller plus loin - Concision des arbres



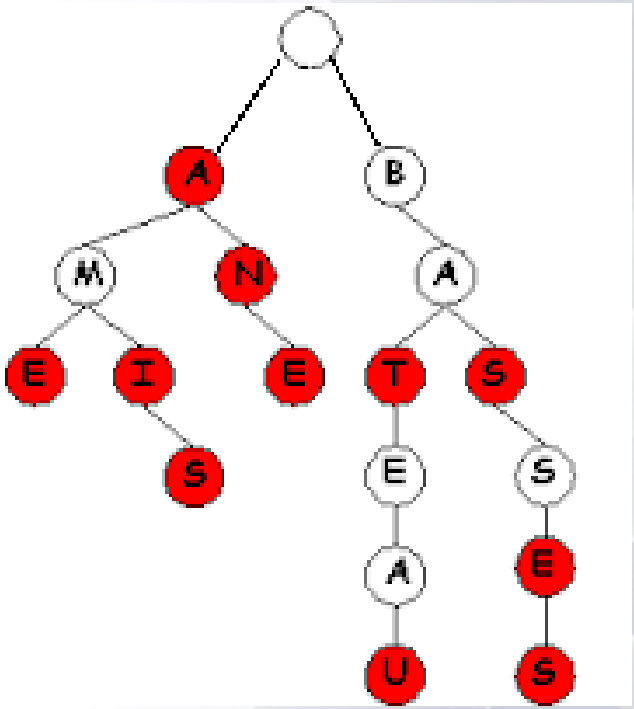
Explication de ce dessin :

- Un noeud contient une lettre et une couleur
- Les chemins représentent des mots
- Ils sont valides s'ils terminent sur rouge

Question :

- Combien de mots sont représentés ?
  - ici : 11 (autant que de noeuds rouges)
- Combien de lettres pour les écrire tous ?

Pour aller plus loin - Concision des arbres



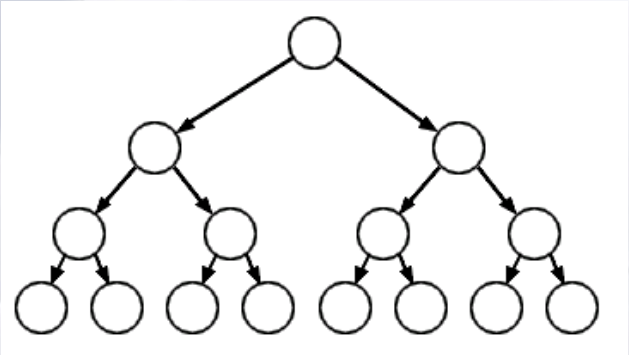
Explication de ce dessin :

- Un noeud contient une lettre et une couleur
- Les chemins représentent des mots
- Ils sont valides s'ils terminent sur rouge

Question :

- Combien de mots sont représentés ?
  - ici : 11 (autant que de noeuds rouges)
- Combien de lettres pour les écrire tous ?
- *a, an, ane, ame, ami, amis, bat, bateau, bas, basse, basses* : soit 39 lettres
- L'arbre a 18 noeuds, économie des préfixes

Pour aller plus loin - Concision des arbres (2)

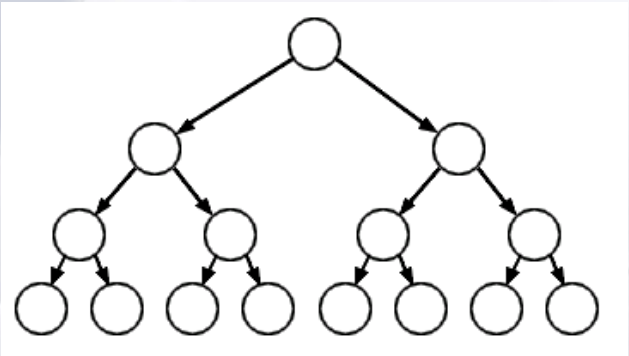


- On a représenté ici un arbre binaire complet de hauteur 4
- Il contient 15 noeuds
- 1 chemins de longueur 1 noeud
- 2 chemins de longueur 2 noeuds
- 4 chemins de longueur 3 noeuds
- 8 chemins de longueur 4 noeuds
- Potentiellement 15 mots d'un total de 49 lettres

Pour aller plus loin - Concision des arbres (3)

- Si l'arbre binaire complet était de hauteur 5
- Il contiendrait $15 + 16 = 31$ noeuds
- 1 chemins de longueur 1 noeud
- 2 chemins de longueur 2 noeuds
- 4 chemins de longueur 3 noeuds
- 8 chemins de longueur 4 noeuds
- 16 chemins de longueur 5 noeuds
- Potentiellement 31 mots d'un total de $49 + 16 * 5 = 129$ lettres

Pour aller plus loin - Concision des arbres (4)



- La comparaison exponentiellement plus grande entre :
  - la hauteur
  - et le nombre de noeud de l'arbre (ou de feuilles)
- Cette différence d'ordre de grandeur sera très utilisée l'an prochain

Ordre de parcours - Version itérative vs Version récursive ...

- Voyons où cela nous mènera si on voulait réfléchir à une version itérative de ce programme de parcours vu précédemment ...

Fichier Noeud.java

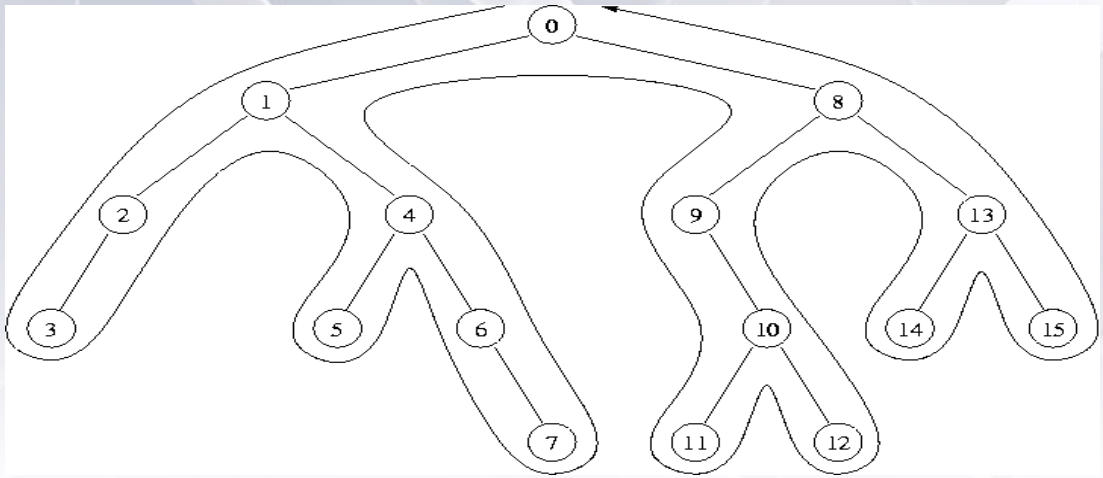
```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void affichePrefixe(){
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
 if (filsG!=null) filsG.affichePrefixe();
 if (filsD!=null) filsD.affichePrefixe();
}
```

Ordre de parcours - Version itérative vs Version récursive ...

Fichier Noeud.java

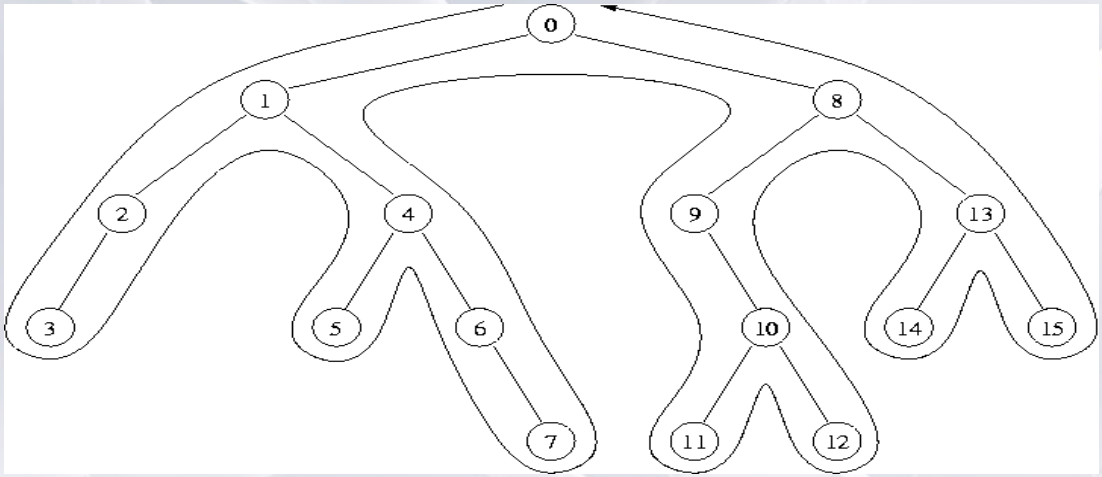
```
private E content;
private Noeud filsG, filsD;
public void affichePrefixe(){
 System.out.print(content.toString()+", ") ; // supposé exister
 if (filsG!=null) filsG.affichePrefixe();
 if (filsD!=null) filsD.affichePrefixe();
}
```

- nous avions remarqué que *« le point de contrôle colle à la structure de l'arbre »* c.à d. qu'on utilise la pile des appels pour stocker les noeuds dont l'exploration du sous arbre n'est pas terminées



Fichier Noeud.java

```
public void parcoursPrefixeIteratif (){
 MaPile p = new MaPile(); // construite pour des Noeuds
 Noeud tmp ;
 p.push (this);
 while (! p.isEmpty() ){
  tmp = p.pop();
  System.out.print( tmp.content.toString() ); // en premier
  if ( tmp.filsD != null ) p.push( tmp.filsD ); // en second
  if ( tmp.filsG != null ) p.push( tmp.filsG ); // en troisième
 }
}
```



- Qui donne ?
- Et si on inverse l'ordre des instructions ?

Ordre de parcours - Version itérative vs Version récursive ...

Fichier Noeud.java

```
public void parcoursPrefixeIteratif (){
 MaPile p = new MaPile(); // construite pour des Noeuds
 Noeud tmp ;
 p.push (this);
 while (! p.isEmpty() ){
  tmp = p.pop();
  System.out.print( tmp.content.toString() ); // en premier
  if ( tmp.filsD != null ) p.push( tmp.filsD ); // en second
  if ( tmp.filsG != null ) p.push( tmp.filsG ); // en troisième
 }
}
```

- **MaPile** est associée à un ordre, liée aux opérations : **push, pop**
  - dernier entré premier sorti

Ordre de parcours - Version itérative vs Version récursive ...

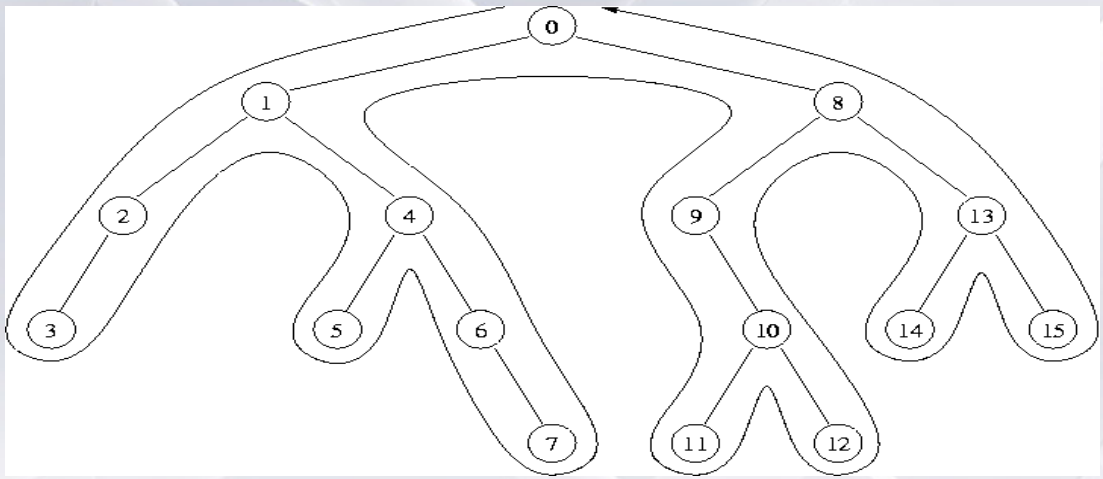
Fichier Noeud.java

```
public void parcoursPrefixeIteratif (){
 MaPile p = new MaPile(); // construite pour des Noeuds
 Noeud tmp ;
 p.push (this);
 while (! p.isEmpty() ){
  tmp = p.pop();
  System.out.print( tmp.content.toString() ); // en premier
  if ( tmp.filsD != null ) p.push( tmp.filsD ); // en second
  if ( tmp.filsG != null ) p.push( tmp.filsG ); // en troisième
 }
}
```

- **MaPile** est associée à un ordre, liée aux opérations : **push, pop**
  - dernier entré premier sorti
- On peut *« bousculer »* un peu notre code, et utiliser : **MaFile**
  - premier entré premier sorti

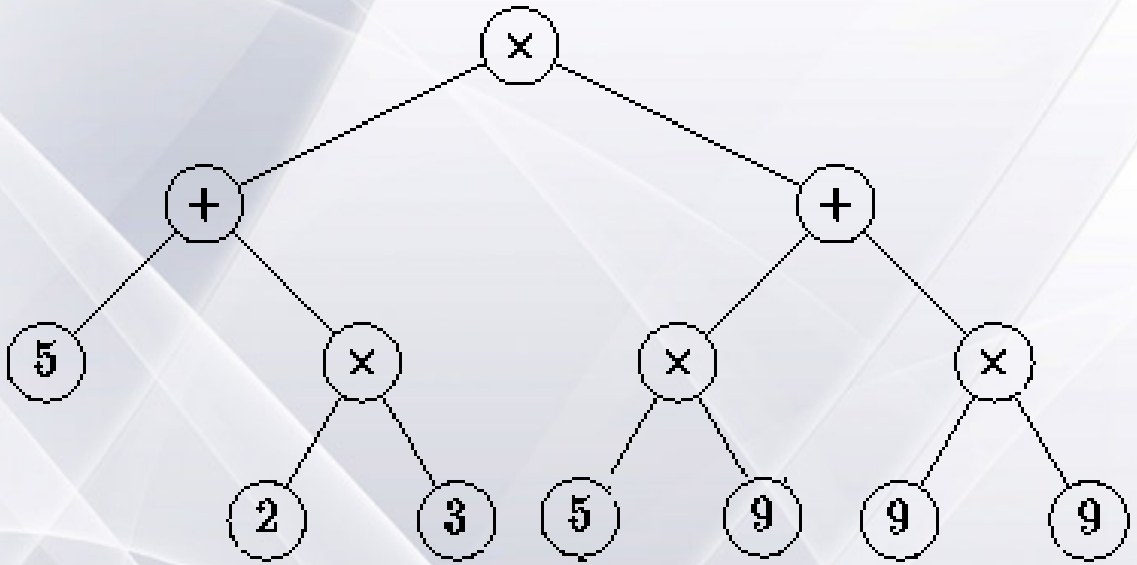
Fichier Noeud.java

```
public void parcoursIteratifFile1 (){
 MaFile p = new MaFile(); // construite pour des Noeuds
 Noeud tmp ;
 p.add (this);
 while (! p.isEmpty() ){
  tmp = p.get();
  System.out.print( tmp.content.toString() ); // en premier
  if ( tmp.filsD != null ) p.add( tmp.filsD ); // en second
  if ( tmp.filsG != null ) p.add( tmp.filsG ); // en troisième
 }
}
```



- Qui donne ?

Exercice - (non corrigé)



- Les feuilles d'un arbre portent un chiffre
- Les autres noeuds portent une opération '+' ou '*'
- Calculez la valeur de l'expression portée par un noeud

Exercice - Ajout orienté

- Ecrivez une méthode **boolean ajoutOrienté(E x,String dir)**
- **dir** est un mot composé des lettres 'g' et 'd'
- pour que l'ajout fonctionne :
  - **dir** privé de sa dernière lettre doit référencer un noeud existant
  - la direction finale, partant de ce noeud doit être inoccupée
- Rappel : la classe `String` possède les méthodes
  - `String substring(int beginIndex)`
  - `char charAt(int index)`

Exercice - Ajout orienté

- Ecrivez une méthode **boolean ajoutOrienté(E x,String dir)**
- **dir** est un mot composé des lettres 'g' et 'd'
- pour que l'ajout fonctionne :
  - **dir** privé de sa dernière lettre doit référencer un noeud existant
  - la direction finale, partant de ce noeud doit être inoccupée
- Rappel : la classe `String` possède les méthodes
  - `String substring(int beginIndex)`
  - `char charAt(int index)`

Fichier Arbre.java

```
public boolean ajoutOriente (E x, String dir){
 if (dir==null || dir.length()==0 || racine==null) return false;
 return racine.ajoutOriente(x,dir);
}
```

Exercice - Ajout orienté

Fichier Noeud.java

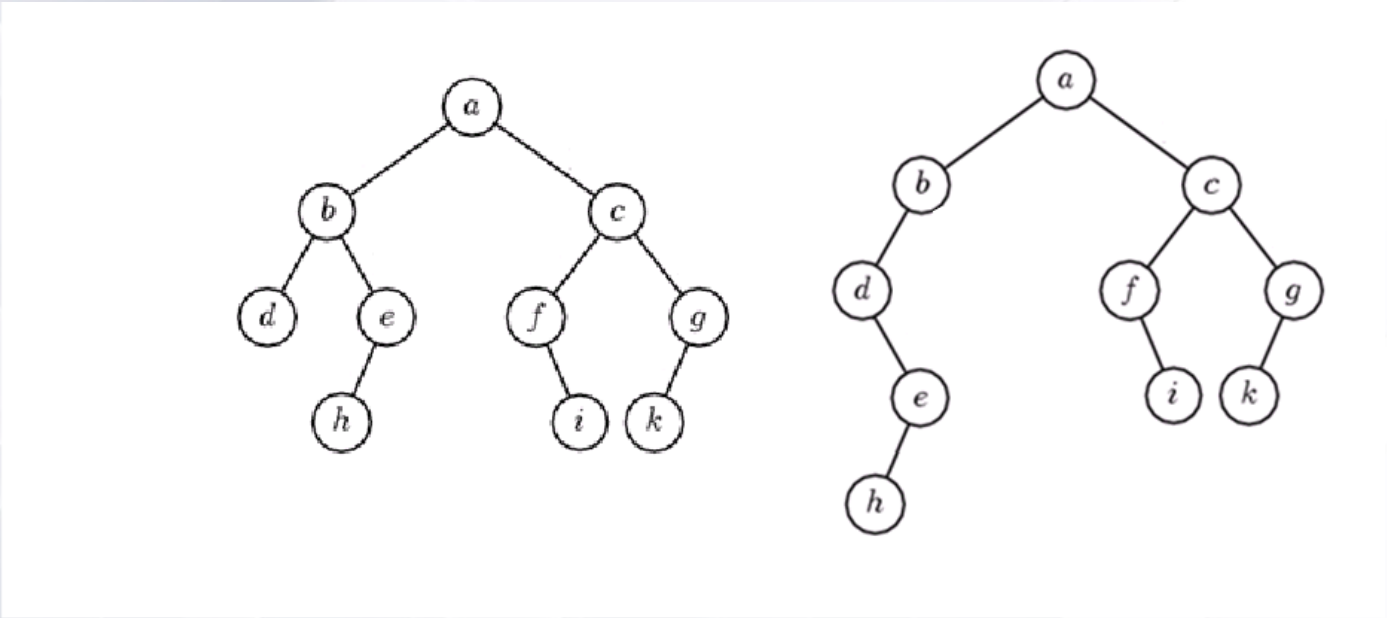
```
public boolean ajoutOriente (E x, String dir){
 char d=dir.charAt(0);
 if ( (dir.length()==1) && (d=='g') ) {
  if (filsG != null) return false;
  else { filsG=new Noeud(x, null, null); return true; }
 }
 if ( (dir.length()==1) && (d=='d') ) {
  if (filsD != null) return false;
  else { filsD=new Noeud(x, null, null); return true; }
 }
 dir=dir.substring(1);
 if ( (d=='g') && (filsG != null) ) return filsG.ajoutOriente(x,dir);
 if ( (d=='d') && (filsD != null) ) return filsD.ajoutOriente(x,dir);
 // cas restant : ni 'g' ni 'd', ou noeud intermediaire inexistant
 return false;
}
```

Exercice

- Dessinez deux arbres dont le parcours préfixe est : **a,b,d,e,h,c,f,i,g,k**

Exercice

- Dessinez deux arbres dont le parcours préfixe est : **a,b,d,e,h,c,f,i,g,k**



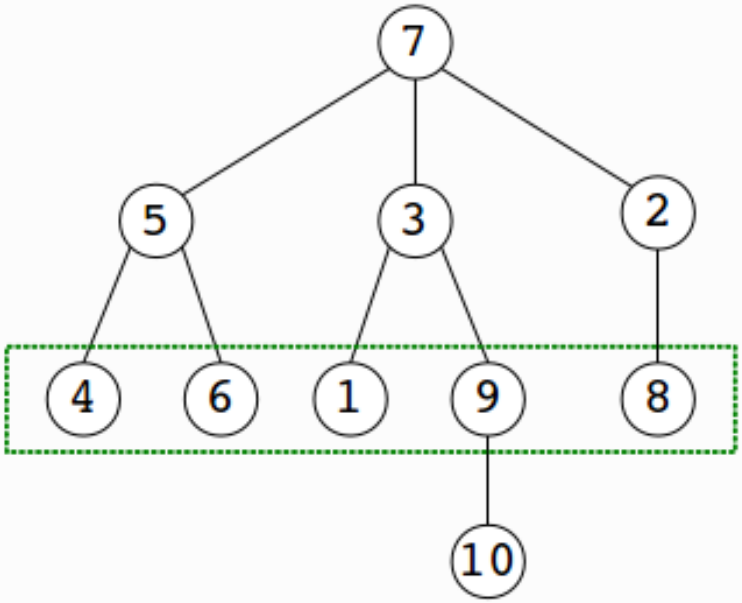
Exercice

- Si on connaît le résultat d'un parcours en ordre préfixe et celui d'un parcours en ordre suffixe pour un même arbre, peut-on le dessiner ?

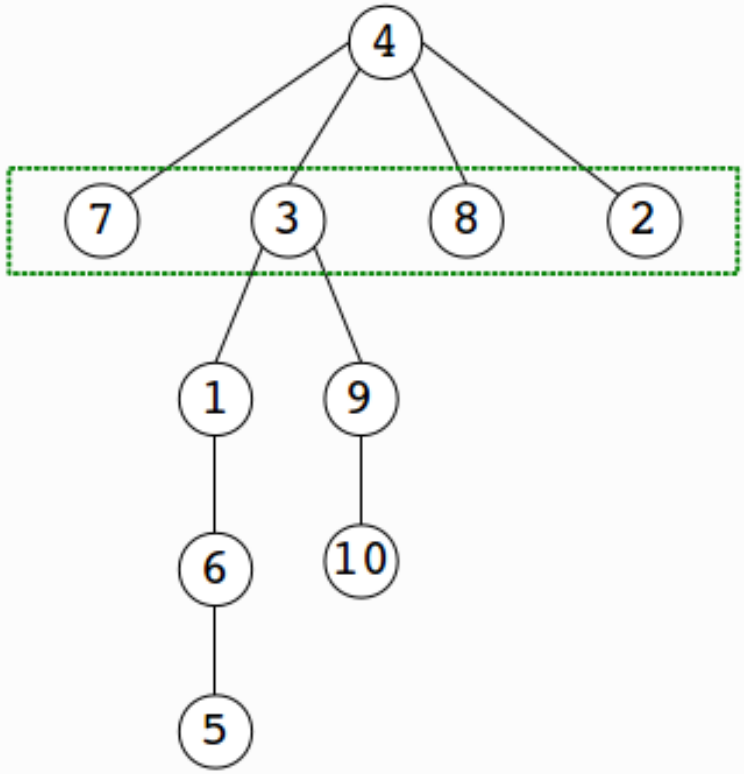
Exercice

- Si on connaît le résultat d'un parcours en ordre préfixe et celui d'un parcours en ordre suffixe pour un même arbre, peut-on le dessiner ?
- ... non ... avec 'abc' en préfixe, et 'cba' en suffixe on peut trouver plusieurs arbres

Exercice - (Difficile, on le corrigera plus tard)



La largeur vaut 5.



La largeur vaut 4.

rq : sur le dessin les arbres représentés sont n-aire, mais la même définition s'applique évidement aux arbres binaires

- Ecrivez un algorithme (et ses outils intermédiaires) pour calculer la largeur d'un arbre binaire