

# TD1 - PLONGEMENTS DE MOTS STATIQUES CALCUL DU GRADIENT DE LA FONCTION DE PERTE

IAAA - MODÈLES DE LANGAGE

## 1. OBJECTIF

L'objectif de ce TD est de calculer le gradient de la fonction de perte utilisée par la méthode du *skip-gram with negative sampling* pour calculer des plongements statiques de mots. Etant donné le plongement  $\mathbf{m}$  d'un mot, celui d'un mot  $\mathbf{c}_{pos}$  choisi dans le contexte de  $m$  et  $k$  plongements  $\mathbf{c}_{neg_1}, \dots, \mathbf{c}_{neg_k}$  n'appartenant pas au contexte du mot  $m$ , la fonction de perte utilisée pour la mise à jour des plongements est la suivante :

$$L(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{pos}, \mathbf{c}_{neg_1}, \dots, \mathbf{c}_{neg_k}) = - \left[ \ln \sigma(\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{pos}) + \sum_{i=1}^k \ln \sigma(-\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{neg_i}) \right]$$

## 2. RAPPELS DE QUELQUES RÈGLES DE DÉRIVATION

$f$	$f'$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{u^2(x)}$
$\ln(u(x))$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$
$\exp(u(x))$	$u'(x) \exp(u(x))$
$(g \circ h)(x)$	$g'(h(x))h'(x)$

## 3. GRADIENT DU PRODUIT SCALAIRE

Montrer que :  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v}$

## 4. LA FONCTION SIGMOÏDE

La fonction sigmoïde, notée  $\sigma(x)$  est définie de la façon suivante :

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$

- (1) Montrer que  $\sigma(-x) = 1 - \sigma(x)$
- (2) Montrer que  $\sigma'(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$

## 5. GRADIENT DE LA FONCTION DE PERTE

Montrer les trois égalités suivantes :

- (1)  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{c}_{pos}} = [\sigma(\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{pos}) - 1] \mathbf{m}$
- (2)  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{c}_{neg}} = [\sigma(\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{neg})] \mathbf{m}$
- (3)  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{m}} = [\sigma(\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{pos}) - 1] \mathbf{c}_{pos} + \sum_{i=1}^k [\sigma(\mathbf{m} \cdot \mathbf{c}_{neg_i})] \mathbf{c}_{neg_i}$