

1. 由实验得到五个离散点上的值： $x=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $y=\{1, 16, 81, 256, 625\}$ 。试用拉格朗日插值法和牛顿插值方法确定 $x = 3.5$ 处的 y 值；

2. 在 $[0, 2\pi]$ 区间，存在如下分布曲线：

$$y = \sin(x) \quad (1)$$

基于以上解析分布，求出 41 个均匀分布的离散点上的值；

随后，在 $[0, 2\pi]$ 区间均匀分布 101 个点，以这 41 个离散点为基础，分别采用牛顿插值和拉格朗日插值方法重构出 101 个点上的 y 值，并比较两周插值方法的误差。

3. 使用追赶法求解以下线性方程组：

$$\begin{bmatrix} 10 & 3 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 8 & 3 & 1 & 5 \\ 1.5 & 2 & 9 & 6 & 4 \\ 4.1 & 2 & 7 & 11 & 9 \\ 5.1 & 3 & 7 & 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53 \\ 48 \\ 59.4 \\ 86.1 \\ 90.1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

4. 使用牛顿迭代方法求解以下方程：

$$y + x^2 - 0.5 - x = 0$$

$$x^2 - 5xy - y = 0$$

$$\text{Initial guess } x = 1, y = 0$$