

# Distribuciones de probabilidad



Alexander Baquiaux  
Universidad Galileo

Facultad de Ingeniería en Sistemas,  
Informática y Ciencias de la Computación

*Estadística Matemática*

Mayo 2017

”Statistics is the grammar of science.”

Karl Pearson

# Introducción

La *distribución de probabilidad* de una variable aleatoria es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria la probabilidad de que dicho suceso ocurra. [4]

Existe un buen numero de distribuciones conocidas y seguramente otro sin fin por descubrir. Las distribuciones son aplicadas sobre variables aleatorias, de las cuales tenemos dos tipos : **discretas** y **continuas**. En este documento abordaremos las variables aleatorias discretas.

En cada una de ellas, describiremos la distrubucion la variable y algunas otras características importantes como: la esperanza, la varianza y los momentos.

# Índice general

<b>1. Distribución Hipergeométrica</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción . . . . .	1
1.2. Variable aleatoria . . . . .	1
1.3. PDF . . . . .	1
1.3.1. Parámetros . . . . .	1
1.4. CDF . . . . .	2
1.5. Media y Varianza . . . . .	2
1.5.1. Media . . . . .	2
1.5.2. Varianza . . . . .	2
1.6. MGF . . . . .	2
1.7. Gráficas . . . . .	2
1.8. Aplicaciones en la vida real . . . . .	3
<b>2. Distribución Binomial negativa</b>	<b>4</b>
2.1. Descripción . . . . .	4
2.2. Variable aleatoria . . . . .	4
2.3. PDF . . . . .	4
2.3.1. Parámetros . . . . .	5
2.4. CDF . . . . .	5
2.5. Media y Varianza . . . . .	5
2.5.1. Media . . . . .	5
2.5.2. Varianza . . . . .	5
2.6. MGF . . . . .	5
2.7. Gráficas . . . . .	5
2.8. Aplicaciones en la vida real . . . . .	6

<b>3. Distribución Hipergeométrica</b>	<b>7</b>
3.1. Descripción . . . . .	7
3.2. Variable aleatoria . . . . .	7
3.2.1. Parámetros . . . . .	7
3.3. Media y Varianza . . . . .	7
3.4. PDF . . . . .	7
3.5. CDF . . . . .	7
3.6. MGF . . . . .	7
3.7. Gráficas . . . . .	7
3.8. Aplicaciones en la vida real . . . . .	7
<b>4. Conclusiones</b>	<b>8</b>
<b>Bibliography</b>	<b>9</b>

# Capítulo 1

## Distribución Hipergeométrica

Este modelo presenta similitudes con el Binomial, *pero sin la suposición de independencia de éste último*. [2] [1]

### 1.1. Descripción

Esta distribución está relacionada con muestreos aleatorios y sin reemplazom], a diferencia de la *Binomial*. La idea general es que de la muestra total con  $N$  elementos, existe un subconjunto con  $d$  elementos que pertenecen a una categoría cualquiera  $A$ , siendo el resto perteneciente a otra categoría  $B$ .

### 1.2. Variable aleatoria

La variable aleatoria en cuestión, al igual que en la binonail, se define como la cantidad de *éxitos* que se den.

La función de probabilidad para la distribución hipergeométrica, puede deducirse a través del análisis combinatorio.

### 1.3. PDF

$$P(X = x) = \frac{\binom{d}{x} \binom{N-d}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

#### 1.3.1. Parámetros

Los parámetros que usamos en las funciones de esta distribución son:

N	Cantidad total de elementos de la población. $N \in 0, 1, 2, 3, \dots$
d	elementos con éxito en la población. $m \in 0, 1, 2, 3, \dots$
n	Tamaño de la muestra extraída. $n \in 0, 1, 2, 3, \dots$
x	la cantidad de éxitos de los n extraídos.

El elemento  $\binom{d}{x}$ , evidencia la relación binomial.

## 1.4. CDF

La función de distribución acumulada es:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{\binom{d}{x+1} \binom{N-d}{n-x-1}}{\binom{N}{n}}$$

## 1.5. Media y Varianza

### 1.5.1. Media

La esperanza de una variable aleatoria X con distribución hipergeométrica es:

$$E(X) = \frac{nd}{N}$$

### 1.5.2. Varianza

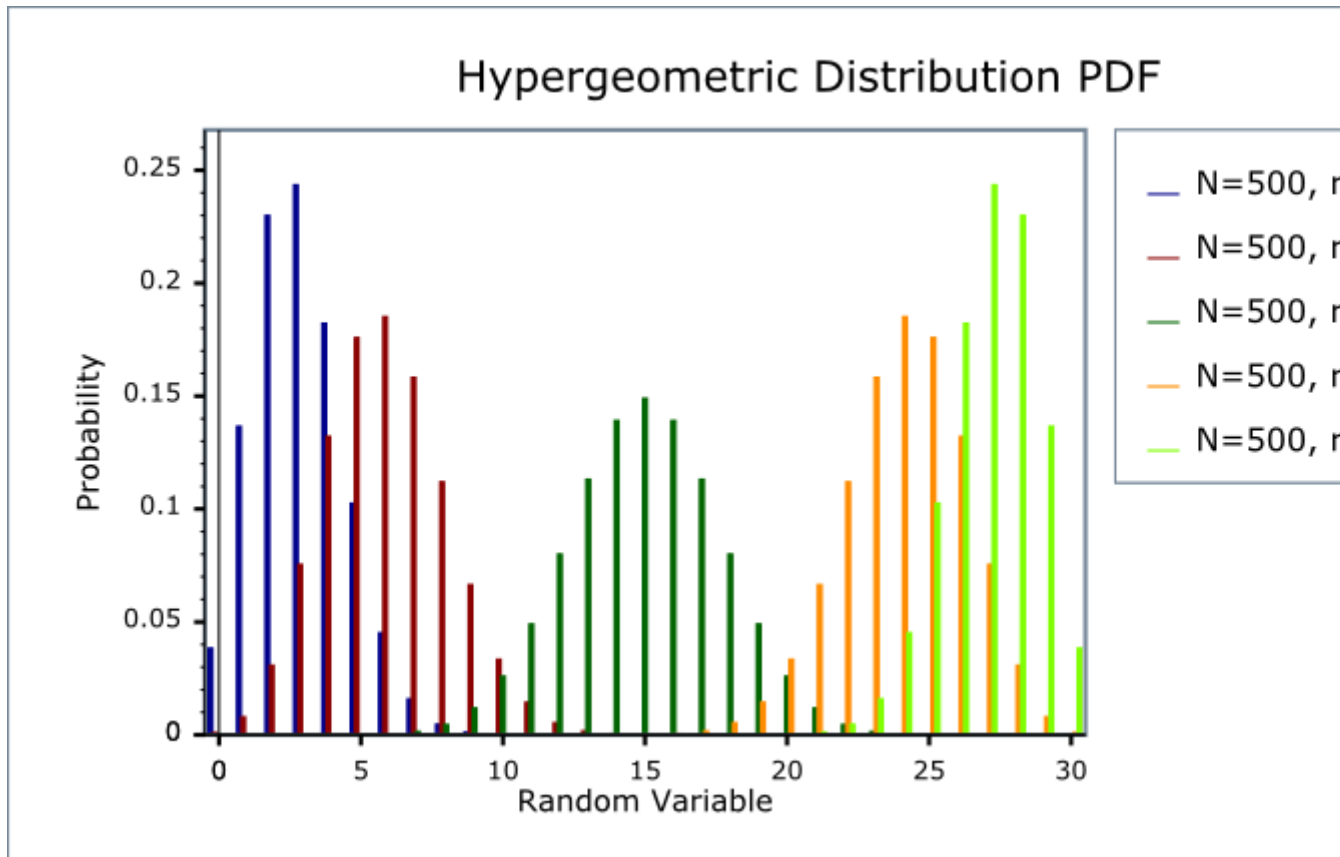
siendo su varianza

$$Var(X) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) \left(\frac{nd}{N}\right) \left(1 - \frac{d}{N}\right)$$

## 1.6. MGF

$$\frac{\binom{N-x}{n} (-n, -K; N-K-n+1; e^t)}{\binom{N}{n}}$$

## 1.7. Gráficas



## 1.8. Aplicaciones en la vida real

Es aplicable a muestreos en los que no se realiza reemplazo, a diferencia de la binomial.



## Capítulo 2

# Distribución Binomial negativa

Es una ampliación de la distribución *Geométrica*, utilizada cuando se desean hacer muchas repeticiones hasta encontrar el primer éxito.

### 2.1. Descripción

Así como tal vez se logra intuir al leer el título de esta distribución, la relación con la distribución *Binomial* existe!

Recordemos, en la *Binomial*, hallabamos la cantidad de éxitos en  $n$  pruebas con una probabilidad  $p$  de suceder. [3]

En el caso de la binomial negativa, hallaremos la cantidad de  $n$  primeros éxitos dentro de una serie de ensayos. Si fuese sólo el primer éxito, sería una geométrica.

### 2.2. Variable aleatoria

La variable representa los  $n$  primeros éxitos dentro de los  $N$  ensayos. Por ejemplo, podríamos decir algo como: *La probabilidad de que  $A$  sea el 3er elemento con éxito entre los  $N$  ensayos.*

### 2.3. PDF

La función de densidad de probabilidad se define como:

$$P(X = x) = \binom{x-1}{x-k} p^k (1-p)^{x-k}$$

### 2.3.1. Parámetros

Los parámetros observables son:

p	probabiidad de éxito
k	cantidad de éxitos esperados
x	número de pruebas necesarias para obtener $k$ .

## 2.4. CDF

## 2.5. Media y Varianza

### 2.5.1. Media

$$\mu = \frac{k(1-p)}{p}$$

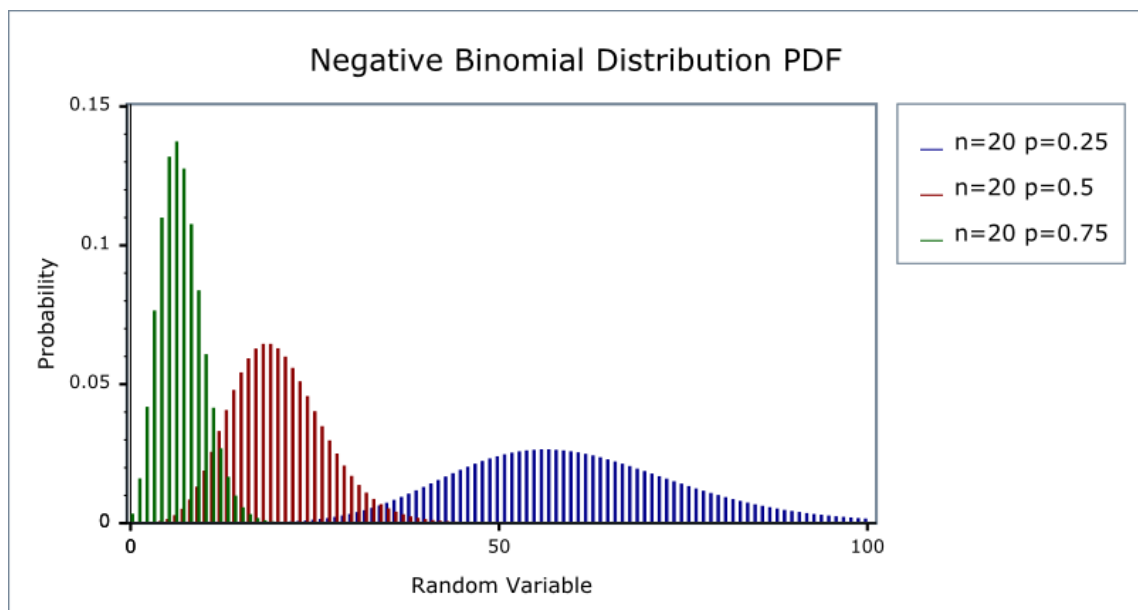
### 2.5.2. Varianza

$$\sigma^2 = \frac{k(1-p)}{p^2}$$

## 2.6. MGF

$$mgf = \left( \frac{p}{1-(1-p)e^{it}} \right)^k$$

## 2.7. Gráficas



## 2.8. Aplicaciones en la vida real

Tal y como se mencionó al inicio de este capítulo, esta distribución se usa cuando deseamos saber la ocurrencia de  $1 + n$  éxitos. Por ejemplo, si deseamos saber cuál es la probabilidad de que un niño con probabilidad de adquirir una enfermedad, sea el tercero entre una muestra. Es decir el tercer niño en contraerla.

# Capítulo 3

## Conclusiones

Creo que luego de ver un poco más a fondo estos temas, se entiende el verdadero valor que le podemos dar en el área laboral. Tal vez esta no es la mejor investigación que alguien puede haber hecho, pero sin duda presentó una buena forma de descubrir algunas otras fronteras.

Personalmente no me siento satisfecho, al no haber terminado este documento. Pero rescato las cosas nuevas que descubrí al intentar investigar. A parte, nunca había usado  $\text{\LaTeX}$ , y ahora tengo un nuevo conocimiento que seguro me servirá en un futuro cercano.

# Bibliografía

- [1] La distribución hipergeométrica  
<http://www.ub.edu/stat/grupsinnovacio/statmedia/demo/temas/capitulo3/b0c3m1t9.htm>.
- [2] Wikipedia. Distribución hipergeométrica — wikipedia, la enciclopedia libre, 2016.  
[Internet; descargado 5-mayo-2017].
- [3] Wikipedia. Distribución binomial negativa — wikipedia, la enciclopedia libre, 2017. [Internet; descargado 9-mayo-2017].
- [4] Wikipedia. Distribución de probabilidad — wikipedia, la enciclopedia libre, 2017.  
[Internet; descargado 4-mayo-2017].