Distribuciones de probabilidad contínuas

Alexander Baquiax
Universidad Galileo

Facultad de Ingeniera en Sistemas,
Informtica y Ciencias de la Computacin
Estadística Matemática

Mayo 2017

"Statistics is the grammar of science."
Karl Pearson

Introducción

La *distribución de probabilidad* de una variable aleatoria es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria la probabilidad de que dicho suceso ocurra. [5]

Existe un buen numero de distribuciones conocidas y seguramente otro sin fin por descubrir. Las distribuiciones son aplicadas sobre variables aleatorias, de las cuales tenemos dos tipos : **discretas** y **continuas**. En este documento abordaremos las variables aleatorias discretas.

En cada una de ellas, describiremos la distrubucion la variable y algunas otras características importantes como: la esperanza, la varianza y los momentos.

Índice general

Capítulo 1

Distribución T de Student

Esta distribución surge de la necesidad de estimar la **media** de una población normalmente distribuida pequeña. [5]

1.1. Descripción

Aparece de manera natural al realizar la prueba t de Student para la determinación de las diferencias entre dos medias muestrales y para la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las medias de dos poblaciones cuando se desconoce la desviación típica de una población y ésta debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.

1.2. PDF

$$P(X = x) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\sqrt{v\pi}\Gamma(v/2)}(1 + x^2/v)^{-(v+1)/2}$$

1.2.1. Parámetros

Los parámetros que usamos en las funciones de esta distribución son:

v	Grados de libertad $N \in 1, 2, 3, ...$

1.3. CDF

La función de distribución acumualada es:

$$\frac{1}{2} + x\Gamma(\frac{v+1}{2})\frac{H}{\sqrt{v\pi}\Gamma(v/2)}$$

Donde H es la función Hipergeométrica.

1.4. Media y Varianza

1.4.1. Media

La esperanza de una variable aleatoria X con distribución hipergeométrica es:

$$0$$

1.4.2. Varianza

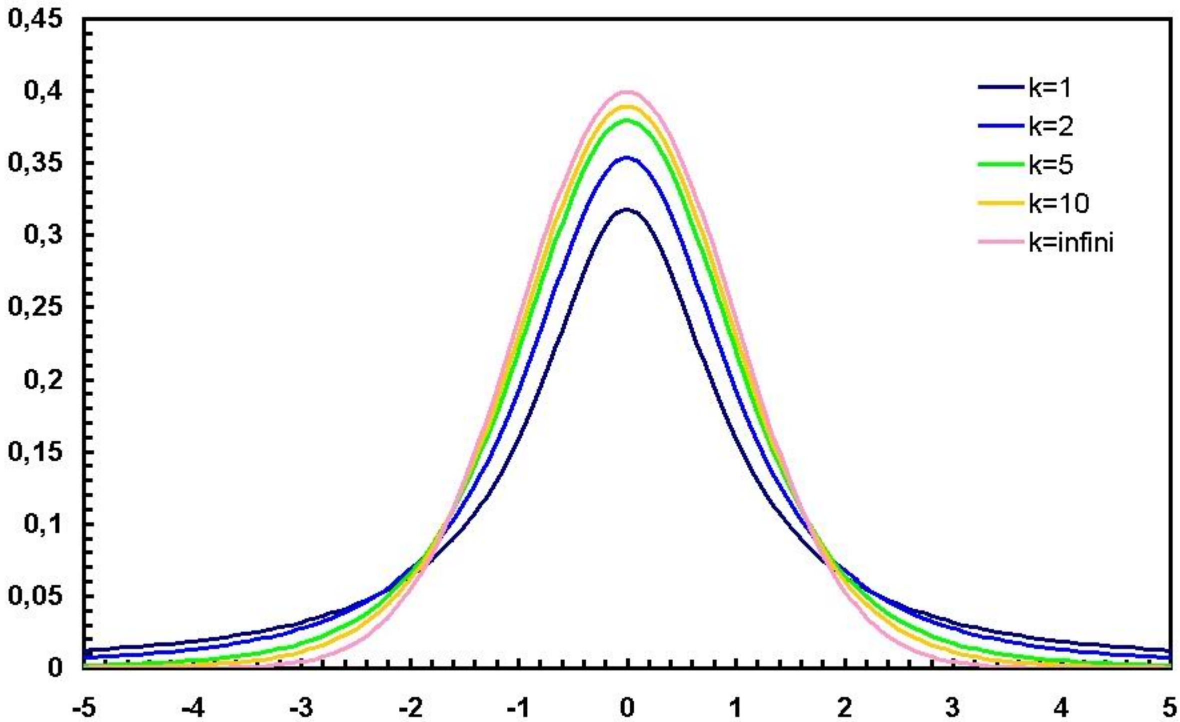
siendo su varianza

$$\frac{v}{v-2}$$

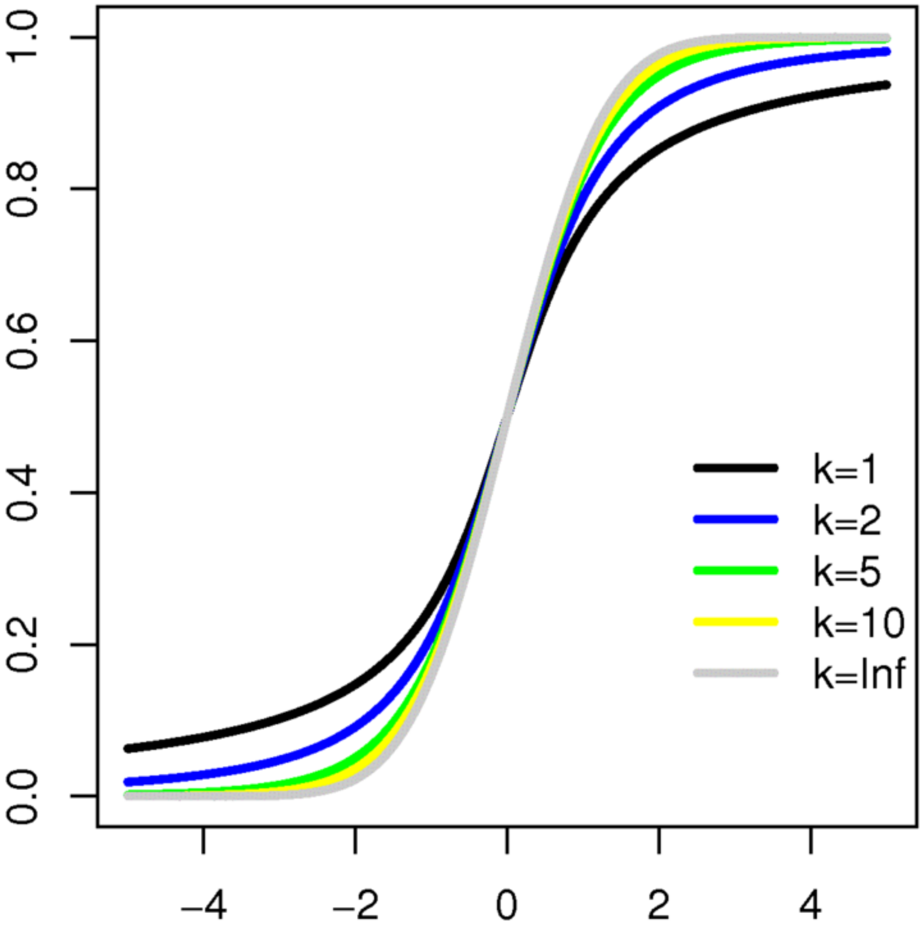
1.5. MGF

No definida

1.6. Gráficas



PDF



CDF

1.7. Aplicaciones en la vida real

Es aplicable cuando tenemos menos de 30 datos, y no conocemos la desviación estándar de la población y cuando la población de la extraemos la muestra está distribuida normalmente.

Capítulo 2

Distribución F

Usada en teoría de probabilidad y estadística, la distribución F es una distribución de probabilidad continua. También se le conoce como distribución F de Snedecor (por George Snedecor) o como distribución F de Fisher-Snedecor (por Ronald Fisher).

2.1. Descripción

La distribución F es una distribución continua de muestreo de dos variables aleatorias independientes con distribuciones de chi-cuadrado, cada una de las cuales se divide entre sus grados de libertad. [2]

En el caso de la binomial negativa, hallarémos la cantidad de n primeros éxitos dentro de una serie de ensayos. Si fuese sólo el primer éxito, sería una geométrica.

2.2. PDF

$$\frac{\sqrt{\frac{(d_1,x)^{d_1},d_2^{d_2}}{(d_1x+d_2)^{d_1+d_2}}}}{x\,\mathrm{B}(\frac{d_1}{2},\frac{d_2}{2})}$$

2.2.1. Parámetros

Los parámetros observables son:

d_1	Grado de libertad
d_2	Grado de libertad

2.3. CDF

$$I_{\frac{d_1x}{d_1x+d_2}}(d_1/2, d_2/2)$$

2.4. Media y Varianza

2.4.1. Media

$$\mu = \frac{d_2}{d_2 - 2}$$

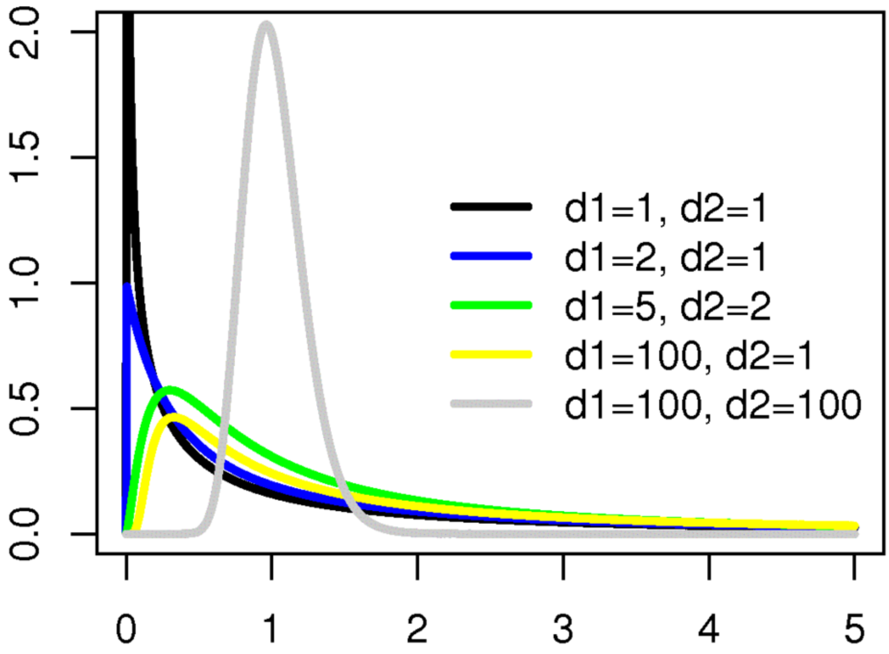
2.4.2. Varianza

$$\sigma^2 = \frac{2\, d_2^2\, (d_1 + d_2 - 2)}{d_1 (d_2 - 2)^2 (d_2 - 4)}$$

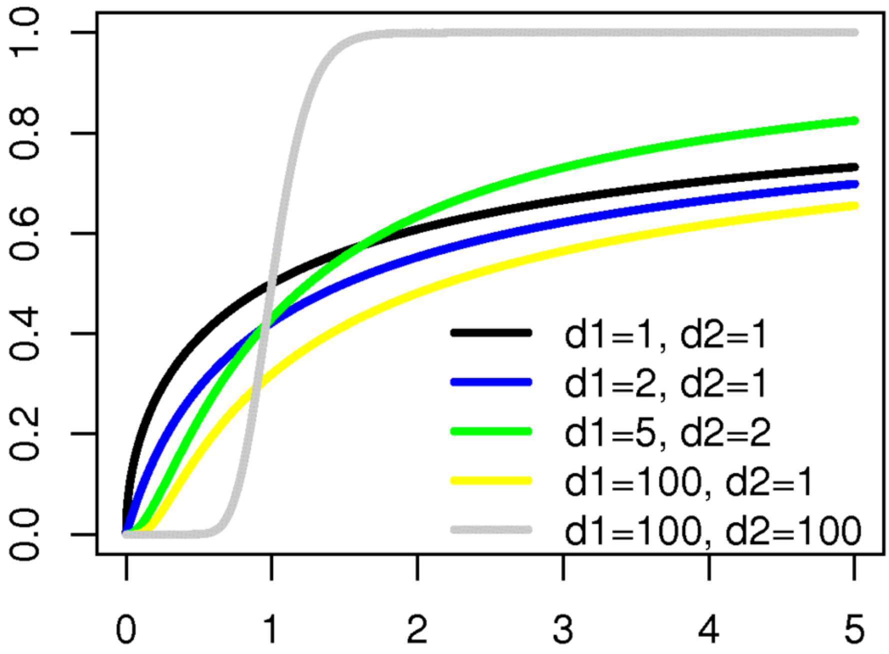
2.5. MGF

No definida

2.6. Gráficas



PDF



CDF

2.7. Aplicaciones en la vida real

La aplicación fundamental de la distribución F es la comparación de varianzas, es decir, el contraste de hipótesis referentes a varianzas de poblaciones normales e independientes, y a la comparación de medias de varias poblaciones, que constituye precisamente el "análisis de la varianza".

Capítulo 3

Distribución Γ (Gamma)

Este modelo es una generalización del modelo *exponencial.*

3.1. Descripción

Se utiliza para modelar variables que describen el tiempo hasta que se produce p veces un determinado suceso. [3]

3.2. PDF

$$f(x) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{\beta x}$$

3.2.1. Parámetros

Los parámetros observables son:

α	shape parameter
β	shape parameter

3.3. CDF

$$f(X < x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \gamma \alpha, \beta x$$

3.4. MGF

$$m = (1 - \frac{t}{\beta})^{\alpha}$$

3.5. Media y Varianza

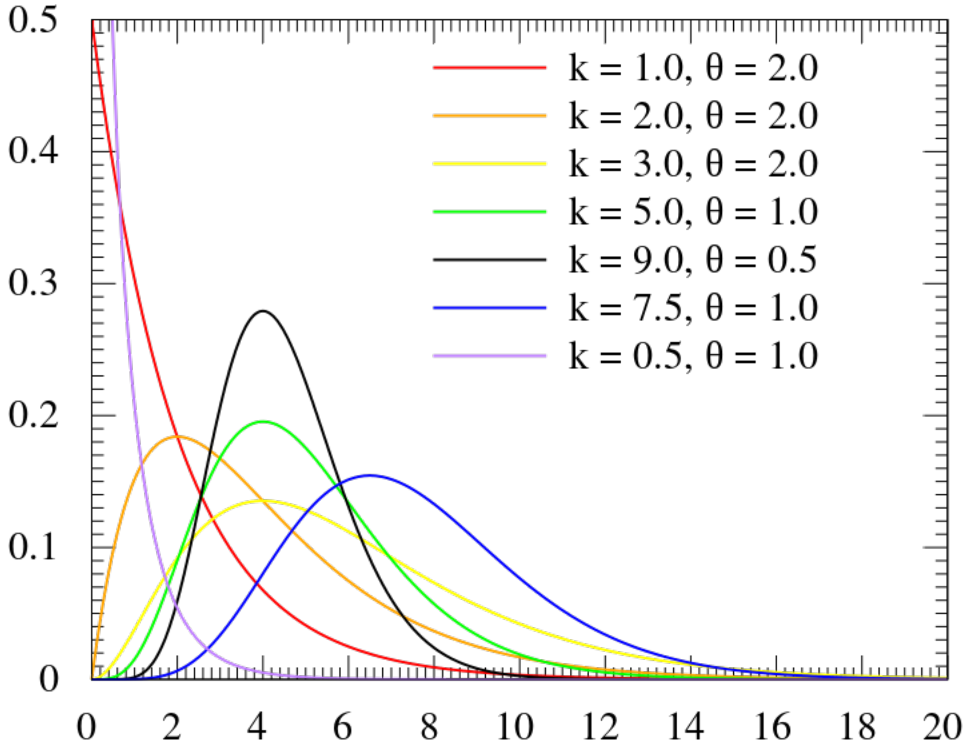
3.5.1. Media

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta}$$

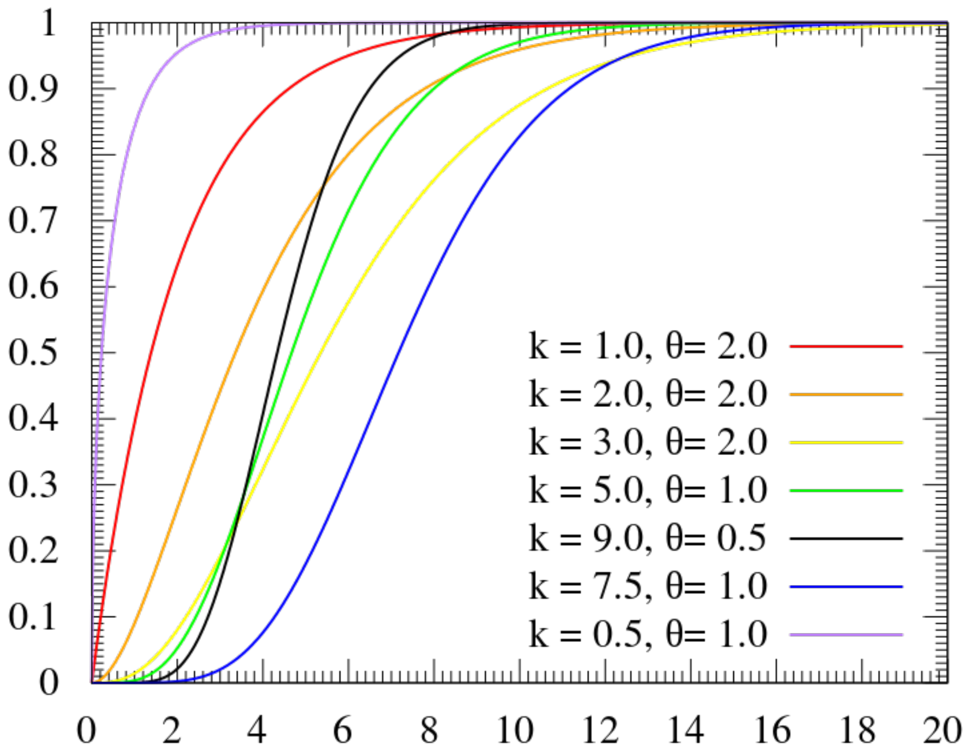
3.5.2. Varianza

$$Var(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

3.6. Gráficas



PDF



CDF

3.7. Aplicaciones en la vida real

Comunmente es usado para determinar el tiempo necesario para observar eventos en un intervalo definido.

Por ejemplo: Edad para contraer matrimonio, tiempo de fallas de sistemas...

Capítulo 4

Distribución χ^2

En estadística, la distribución de Pearson, llamada también ji cuadrada(o) o chi cuadrado(a) (χ^2), es una distribución de probabilidad continua con un parámetro k que representa los grados de libertad de la variable aleatoria

4.1. Descripción

En realidad la distribución ji-cuadrada es la distribución muestral de s^2. O sea que si se extraen todas las muestras posibles de una población normal y a cada muestra se le calcula su varianza, se obtendrá la distribución muestral de varianzas. [4]

4.2. PDF

$$\frac{(1/2)^{k/2}}{\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}$$

4.2.1. Parámetros

4.3. CDF

$$\frac{\gamma(k/2, x/2)}{\Gamma(k/2)}$$

4.4. MGF

$$(1-2\,t)^{-k/2}$$

4.5. Media y Varianza

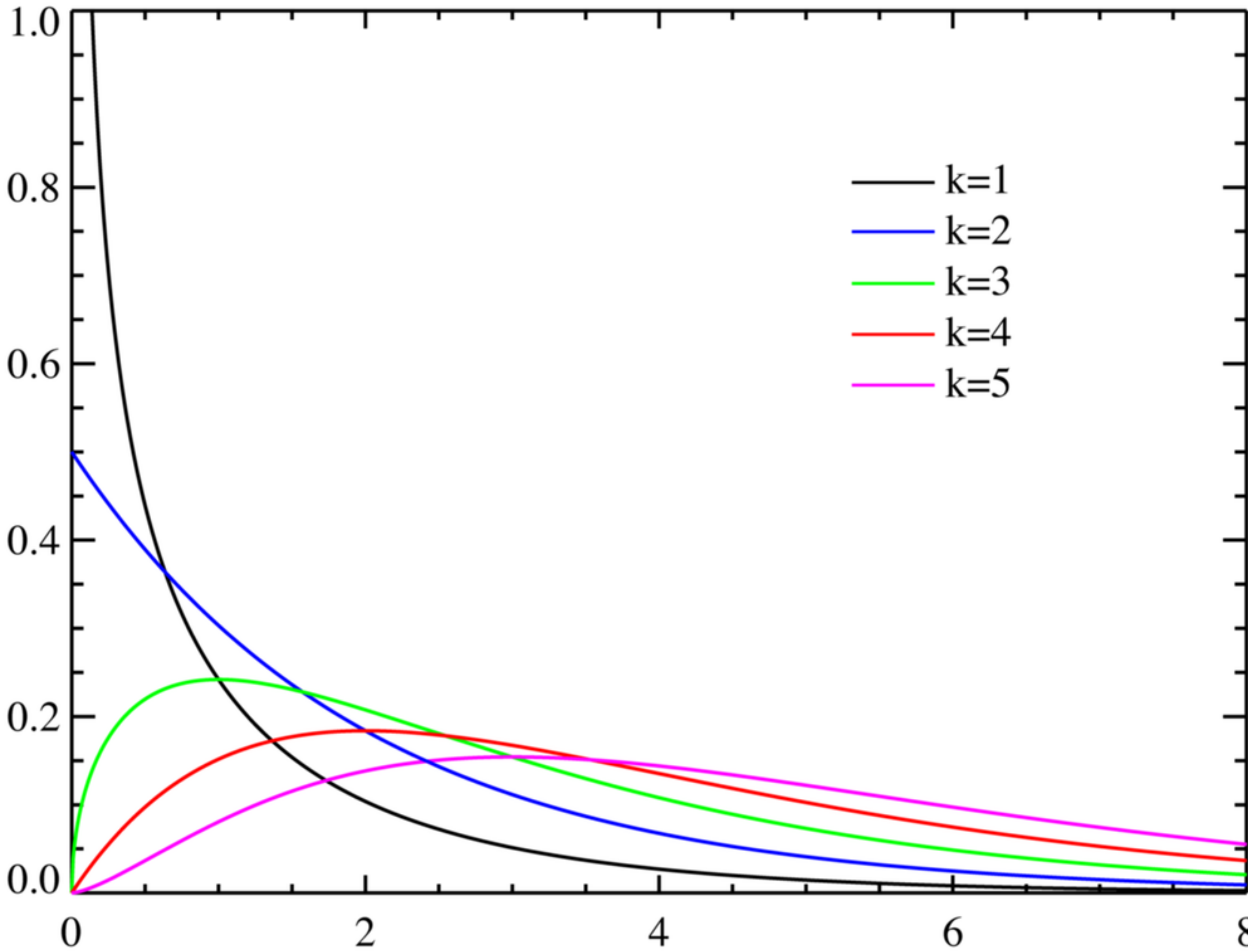
4.5.1. Media

$$E(X) = k$$

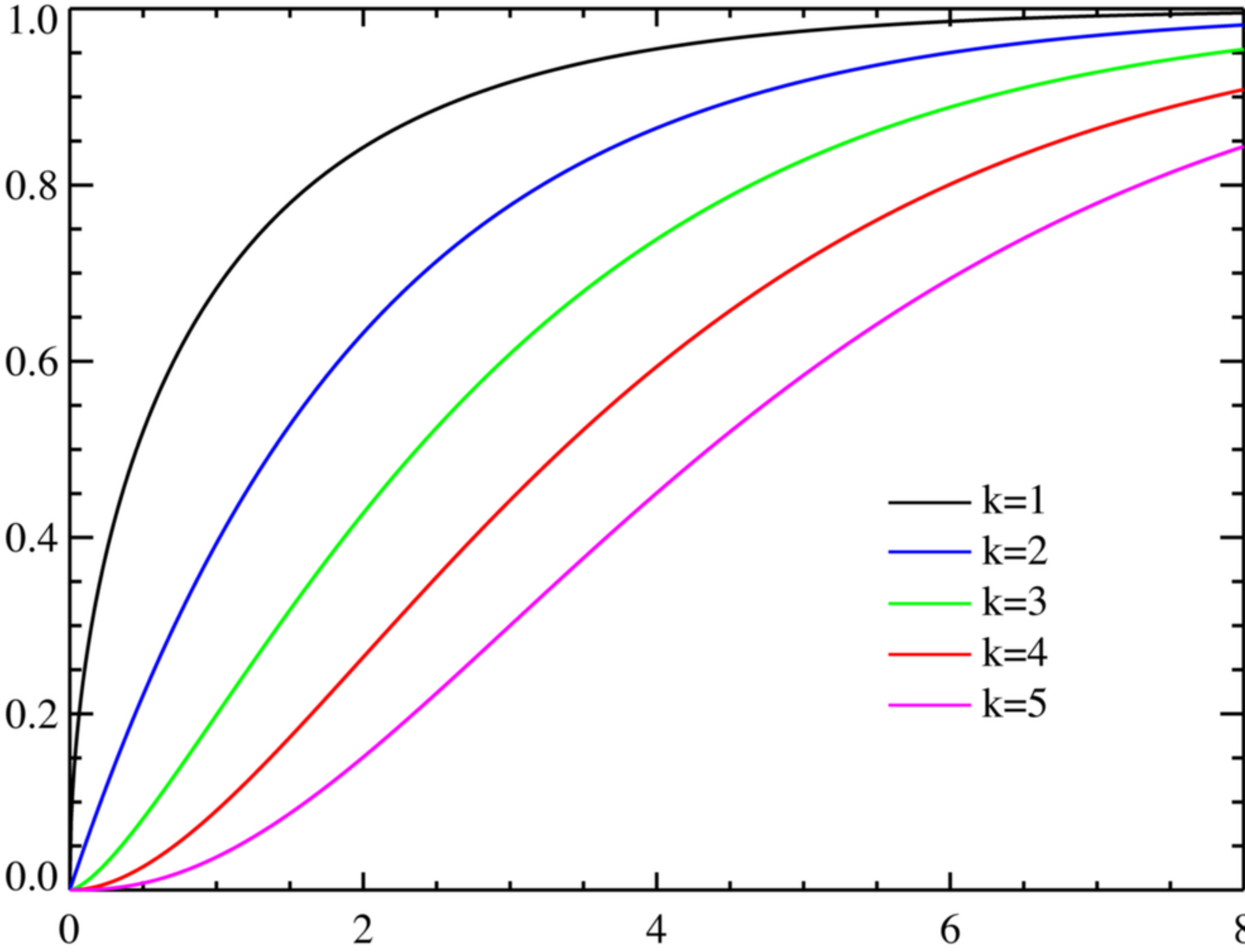
4.5.2. Varianza

$$var(X) = 2k$$

4.6. Gráficas



PDF



CDF

4.7. Aplicaciones en la vida real

Utilizada como prueba de independencia y como prueba de bondad de ajuste y en la estimación de varianzas. Pero también está involucrada en el problema de estimar la media de una población normalmente distribuida y en el problema de estimar la pendiente de una recta de regresión lineal, a través de su papel en la distribución t de Student.

Capítulo 5

Distribución de Laplace

En estadística y en teoría de la probabilidad la distribución de Laplace es una densidad de probabilidad continua, llamada así en honor a Pierre-Simon Laplace. Es también conocida como distribución doble exponencial puesto que puede ser considerada como la relación las densidades de dos distribuciones exponenciales adyacentes. [1]

5.1. Descripción

Se utiliza la distribución de Laplace cuando la distribución de los datos tenga un pico más alto que una distribución normal.Por ejemplo, la distribución de Laplace se utiliza para modelar en biología, finanzas y economía.

5.2. PDF

$$\frac{1}{2,b}\exp(-\frac{|x-\mu|}{b})$$

5.2.1. Parámetros

Los parámetros observables son:

μ	Parámetro de localización
b	Parámetro de escala

5.3. CDF

$$\frac{1}{2}\exp(\frac{x-\mu}{b})$$

5.4. MGF

$$\frac{\exp(\mu t)}{1-b^2 t^2}$$

5.5. Media y Varianza

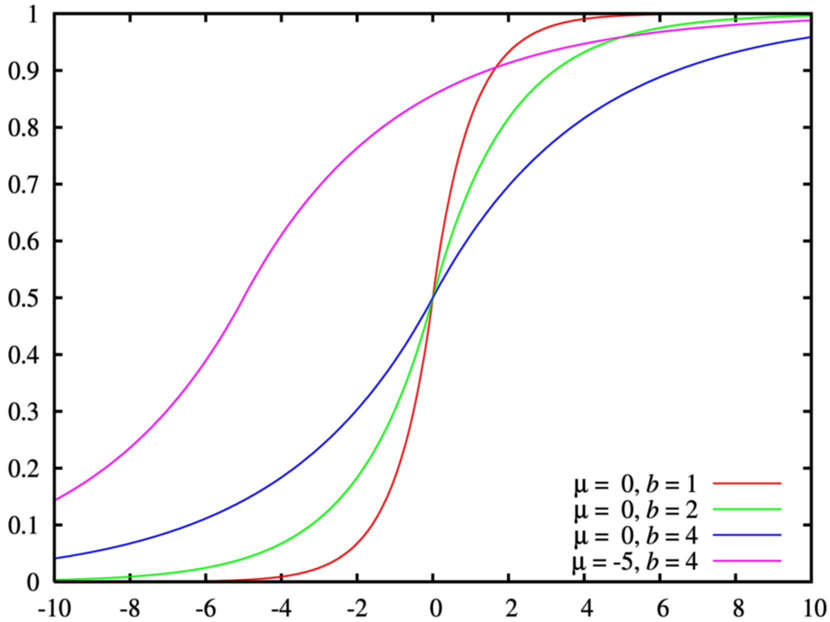
5.5.1. Media

$$\mu$$

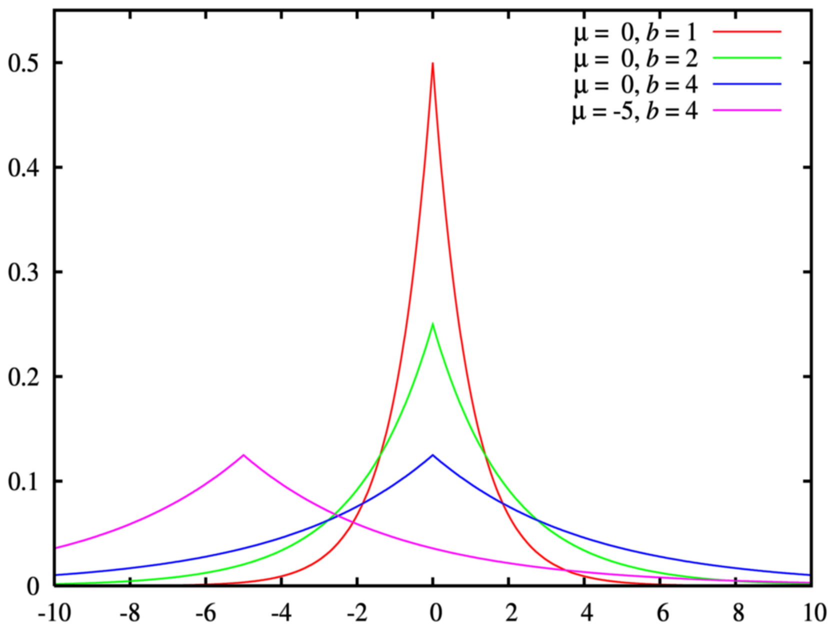
5.5.2. Varianza

$$2b^2$$

5.6. Gráficas



CDF



PDF

5.7. Aplicaciones en la vida real

La distribución laplaciana se ha utilizado en el reconocimiento de voz y en la compresión de imágenes JPEG.

Capítulo 6

Conclusiones

Sin duda alguna, la estadística es una campo de la ciencia que tiene mucha aplicación en nuestra vida.

Tengo la oportunidad de trabajar en una empresa donde se trabaja Inteligencia Artificial, y la estadística está intrínseca en el qué hacer diario.

Creo que junto a la Investigación de Operaciones, este ha sido un curso de los que puedes ver aplicados día a día en nuestra vida.

Bibliografía

[1] Wikipedia. Distribución de laplace — wikipedia, la enciclopedia libre, 2016. [Internet; descargado 5-mayo-2017].

[2] Wikipedia. Distribución f— wikipedia, la enciclopedia libre, 2016. [Internet; descargado 5-mayo-2017].

[3] Wikipedia. Distribución gamma— wikipedia, la enciclopedia libre, 2016. [Internet; descargado 5-mayo-2017].

[4] Wikipedia. Distribución ji cuadrada— wikipedia, la enciclopedia libre, 2016. [Internet; descargado 5-mayo-2017].

[5] Wikipedia. Distribución t de student — wikipedia, la enciclopedia libre, 2017. [Internet; descargado 4-mayo-2017].