

180

180

б- 250 / 958 / 12  
Q2

ISSN 0033-8486

# РАДИОТЕХНИКА

12 1998

Поздравляем  
с Новым Годом  
и Рождеством!



Тел./факс: (095) 925-9241  
Эл. почта: [zaoiprzhr@glasnet.ru](mailto:zaoiprzhr@glasnet.ru)  
<http://www.glasnet.ru/~zaoiprzhr/>

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70775 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ" : ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

370

# Совместные оценки частотных и временных параметров импульса со случайной субструктурой

А.П.Трифонов, А.В.Захаров, Е.В.Проняев

Выполнен синтез и анализ алгоритма совместных оценок временного положения, длительности и ширины полосы частот гауссовского случайного импульса; приведены результаты статистического моделирования оценок.

Synthesis and analysis of joint estimations algorithm of Gaussian random pulse time delay, duration and bandwidth have been carried out. Results of estimations statistical modeling have been presented.

Во многих практических приложениях статистической радиотехники возникает необходимость измерения параметров случайного импульса [1—3]

$$s(t) = \xi(t)I\left(\frac{t-\lambda_0}{\tau_0}\right), I(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } |x| \leq \frac{1}{2}; \\ 0 & \text{при } |x| > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Этот импульс является результатом мультипликативной комбинации модулирующей функции  $I[(t-\lambda_0)/\tau_0]$ , определяющей структуру импульса, и реализации стационарного гауссовского случайного процесса  $\xi(t)$ , описывающего его случайную субструктуру. Обозначим  $a = \langle \xi(t) \rangle$  — математическое ожидание случайной субструктуры импульса и будем аппроксимировать спектральную плотность субструктуры выражением  $G(\omega) = \gamma I(\omega/\Omega_0)$ , где  $\gamma$  — величина, а  $\Omega_0$  — ширина полосы частот спектральной плотности. Полагаем, что выполняется условие широкополосности

$$\mu_0 = \frac{\tau_0 \Omega_0}{4\pi} > 1. \quad (2)$$

Тогда параметр  $\Omega_0$  характеризует также ширину полосы частот сигнала  $s(t)$ . Импульсы (1) со случайной субструктурой — достаточно адекватная модель сигналов в каналах с замираниями и с многолучевым распространением, отраженных локационных сигналов, сигналов, искаженных модулирующей помехой, импульсов оптического шума и др. [1—3].

В [4] исследован алгоритм оценки максимального правдоподобия временного положения  $\lambda_0$  и длительности  $\tau_0$  (временных параметров), а в [5] — ширины полосы частот  $\Omega_0$  (частотного параметра) импульса (1). В [4,5] предполагалось, что не оцениваемые параметры импульса априори известны, причем оценка полосы частот  $\Omega_0$  рассмотрена в [5] при  $a=0$ . Это не позволяет использовать результаты [4,5] для совместного оценивания временных ( $\lambda_0, \tau_0$ ) и частотного  $\Omega_0$  параметров импульса (1).

Цель работы — статистический синтез и анализ эффективности алгоритма совместных

оценок временного положения, длительности и ширины полосы частот импульса (1), принимаемого на фоне шума.

Рассмотрим вначале совместные оценки максимального правдоподобия (ОМП). Следуя [4,5], полагаем, что сигнал (1) принимается в течение времени на фоне аддитивного гауссовского белого шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ , так что наблюдению доступна реализация

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad t \in [0; T], \quad (3)$$

а сигнал (1) и шум  $n(t)$  статистически независимы.

Тогда при выполнении (2) логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР)  $M(\lambda, \tau, \Omega)$  для наблюдаемых данных (3) можем записать в виде [4]

$$M(\lambda, \tau, \Omega) = \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} Y(t, \Omega) dt - \tau H(\Omega) \equiv \\ \equiv L(\theta_1, \theta_2, \Omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} Y(t, \Omega) dt - (\theta_2 - \theta_1) H(\Omega), \quad (4)$$

где

$$Y(t, \Omega) = \frac{q}{N_0(1+q)} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t-t', \Omega) dt' \right]^2 + \frac{2ax(t)}{N_0(1+q)}; \\ H(\Omega) = a^2 / [N_0(1+q)] + (\Omega/4\pi) \ln(1+q), \quad \theta_1 = \lambda - \tau/2, \\ \theta_2 = \lambda + \tau/2, \quad q = 2\gamma/N_0, \quad h(t, \Omega) — \text{импульсная характеристика фильтра, передаточная функция } H(\omega, \Omega) \text{ которого удовлетворяет условию } |H(\omega, \Omega)|^2 = I(\omega/\Omega).$$

Положим, что неизвестные параметры импульса принимают значения из априорной области  $Q$ , задаваемой условиями:  $\lambda_0 \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ ,  $\tau_0 \in [\Gamma_1; \Gamma_2]$ ,  $\Omega_0 \in [V_1; V_2]$ . Совместные ОМП ( $\lambda_m, \tau_m, \Omega_m$ ) параметров ( $\lambda_0, \tau_0, \Omega_0$ ) сигнала (1) являются координатами положения наибольшего максимума логарифма ФОР (4) в пределах априорной области  $Q$  возможных значений оцениваемых параметров [6]

$$(\lambda_m, \tau_m, \Omega_m) = \arg \sup M(\lambda, \tau, \Omega), \quad (\lambda, \tau, \Omega) \in Q. \quad (5)$$

Формирование логарифма ФОП  $M(\lambda, \tau, \Omega)$  (4) и реализация процедуры (5) поиска положений наибольшего максимума этого случайного поля, зависящего от трех переменных, требуют больших вычислительных и аппаратных затрат. Поэтому на основе (5) получим упрощенный алгоритм оценки времени прихода, длительности и ширины полосы частот импульса (1). Перейдем от ОМП  $\lambda_m, \tau_m$  временного положения  $\lambda_0$  и длительности  $\tau_0$  импульса (1) к ОМП  $\theta_{1m}, \theta_{2m}$  положений его переднего  $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0/2$  и заднего  $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0/2$  фронтов

$$(\theta_{1m}, \theta_{2m}) = \arg \sup_{\theta_1, \theta_2} \left[ \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L(\theta_1, \theta_2, \Omega) \right], \quad (6)$$

где  $\theta_2 - \theta_1 \in [\Gamma_1; \Gamma_2]$ ,  $(\theta_2 + \theta_1)/2 \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ . Тогда

$$\lambda_m = (\theta_{2m} + \theta_{1m})/2, \quad \tau_m = \theta_{2m} - \theta_{1m}, \quad (7)$$

$$\Omega_m = \arg \sup_{\Omega} L(\theta_{1m}, \theta_{2m}, \Omega), \quad \Omega \in [V_1; V_2].$$

Для упрощения аппаратной реализации алгоритма оценки (6) расширим область возможных значений параметров  $\theta_{01}$  и  $\theta_{02}$  до границ, задаваемых условиями  $\theta_{01} \in [W_{11}; W_{21}]$ ,  $\theta_{02} \in [W_{12}; W_{22}]$ , где  $W_{11} = \Lambda_1 - \Gamma_2/2$ ,  $W_{21} = \Lambda_2 - \Gamma_1/2$ ,  $W_{12} = \Lambda_1 + \Gamma_1/2$ ,  $W_{22} = \Lambda_2 + \Gamma_2/2$ . Положим, что выполняется неравенство

$$\Gamma_1 > \Lambda_2 - \Lambda_1, \quad (8)$$

так что  $W_{12} > W_{21}$  и  $(\theta_2 - \theta_1) > 0$  для всех  $\theta_i \in [W_{1i}; W_{2i}]$ ,  $i=1,2$ .

Представим логарифм ФОП (4) в виде суммы

$$L(\theta_1, \theta_2, \Omega) = L_1(\theta_1, \Omega) + L_2(\theta_2, \Omega), \quad (9)$$

$$L_1(\theta_1, \Omega) = \int_{\theta_1}^{\vartheta} Y(t, \Omega) dt - (\vartheta - \theta_1) H(\Omega),$$

$$L_2(\theta_2, \Omega) = \int_{\vartheta}^{\theta_2} Y(t, \Omega) dt - (\theta_2 - \vartheta) H(\Omega); \quad (10)$$

где  $\vartheta$  — фиксированный момент времени, выбираемый из интервала  $[W_{12}; W_{21}]$ , так что  $\theta_2 \geq \vartheta \geq \theta_1$  для всех  $\theta_i \in [W_{1i}; W_{2i}]$ ,  $i=1,2$ .

Тогда ОМП  $\theta_{1m0}$  и положений переднего и заднего фронтов импульса (1) с априори известной шириной полосы частот имеют вид

$$\theta_{im0} = \arg \sup_{\theta_i \in [W_{1i}; W_{2i}]} L_i(\theta_i, \Omega_0), \quad i=1,2. \quad (11)$$

Для упрощения аппаратной реализации алгоритма совместной оценки параметров сигнала (1)

с неизвестной шириной полосы частот вместо ОМП  $\theta_{im}$ ,  $i=1,2$ , (6) положений переднего и заднего фронтов импульса (1) будем использовать оценки

$$\theta_{ia} = \arg \sup_{\theta_i \in [W_{1i}; W_{2i}]} \left[ \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L_i(\theta_i, \Omega) \right], \quad i=1,2. \quad (12)$$

Эти оценки получаем заменой в (11) неизвестного истинного значения ширины полосы частот  $\Omega_0$  на оценки  $\Omega_{ig} = \arg \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L_i(\theta_i, \Omega)$ . Далее предлагается ОМП  $\lambda_m, \tau_m, \Omega_m$  (7) времени прихода, длительности и ширины полосы частот сигнала (1) аппроксимировать оценками

$$\lambda_a = (\theta_{2a} + \theta_{1a})/2, \quad \tau_a = \theta_{2a} - \theta_{1a}, \quad (13)$$

$$\Omega_a = \arg \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L(\theta_{1a}, \theta_{2a}, \Omega) =$$

$$= \arg \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L_m(\Omega, \theta_{1a}, \theta_{2a}), \quad (14)$$

$$L_m(\Omega, \theta_1, \theta_2) = \frac{q}{N_0(1+q)} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t-t', \Omega) dt' \right]^2 dt -$$

$$- [(\theta_2 - \theta_1)\Omega / 4\pi] \ln(1+q). \quad (15)$$

В (15) опущены слагаемые логарифма ФОП (4), не зависящие от ширины полосы частот  $\Omega$  сигнала (1).

Использование оценок (12) позволяет перейти от ОМП (5) к более приемлемым с точки зрения практической реализации оценкам (13), (14). Действительно, для формирования оценок  $\lambda_a$  и  $\tau_a$  (13) необходимо реализовать процедуры поиска положений наибольших максимумов функций (10) только по двум переменным, а для формирования оценки  $\Omega_a$  (14) — функции (15) по переменной при фиксированных  $\theta_{1a}$  и  $\theta_{2a}$ . Такие процедуры требуют при их практической реализации значительно меньших вычислительных и аппаратных затрат, чем процедура (5) поиска положения максимума функции трех переменных.

Найдем характеристики оценок (13), (14). Для этого рассмотрим статистические свойства функционалов  $L(\theta_1, \theta_2, \Omega)$  (4) и  $L_i(\theta_i, \Omega)$  (10),  $i=1,2$ . Представим функционалы (4), (10) в виде сумм

$$L(\theta_1, \theta_2, \Omega) = S(\theta_1, \theta_2, \Omega) + N(\theta_1, \theta_2, \Omega), \quad (16)$$

$$L_i(\theta_i, \Omega) = S_i(\theta_i, \Omega) + N_i(\theta_i, \Omega), \quad i=1,2,$$

где  $S(\theta_1, \theta_2, \Omega) = \langle L(\theta_1, \theta_2, \Omega) \rangle$ ,  $S_i(\theta_i, \Omega) = \langle L_i(\theta_i, \Omega) \rangle$  — сигнальные, а  $N(\theta_1, \theta_2, \Omega) = L(\theta_1, \theta_2, \Omega) - \langle L(\theta_1, \theta_2, \Omega) \rangle$ ,  $N_i(\theta_i, \Omega) = L_i(\theta_i, \Omega) - \langle L_i(\theta_i, \Omega) \rangle$  — шумовые функции;



усреднение выполняется по наблюдаемым реализациям (3) при фиксированных  $\lambda_0$ ,  $\tau_0$  и  $\Omega_0$  [6]. Аналогично (2) полагаем, что

$$\mu_{0i} = |\vartheta - \theta_{0i}| \frac{\Omega_0}{4\pi} \geq 1, \quad i=1,2. \quad (17)$$

Тогда при выполнении (8) для сигнальных функций получаем

$$S(\theta_1, \theta_2, \Omega) = S_1(\theta_1, \Omega) + S_2(\theta_2, \Omega), \quad (18)$$

где  $S_i(\theta_i, \Omega) = [A_1 \min(\Omega, \Omega_0)/\Omega_0 + A_3] \min(|\theta_i - \vartheta|, |\theta_{0i} - \vartheta|)/\tau_0 - (A_2 \Omega/\Omega_0 + A_4) |\theta_i - \vartheta|/\tau_0$ ,  $i=1,2$ ;

$A_1 = \mu_0 q^2/(1+q)$ ;  $A_2 = \mu_0 [\ln(1+q) - q/(1+q)]$ ;  $A_3 = z_0^2(1+q/2)/(1+q)$ ;  $A_4 = z_0^2/2(1+q)$ ;  $z_0^2 = 2a^2\tau_0/N_0$ , а корреляционные функции шумовых функций можно записать в виде

$$\begin{aligned} B(\theta_{11}, \theta_{12}, \Omega_1, \theta_{21}, \theta_{22}, \Omega_2) &= \\ &= \langle N(\theta_{11}, \theta_{12}, \Omega_1) N(\theta_{21}, \theta_{22}, \Omega_2) \rangle = \\ &= B_1(\theta_{11}, \Omega_1, \theta_{21}, \Omega_2) + B_2(\theta_{12}, \Omega_1, \theta_{22}, \Omega_2), \end{aligned} \quad (19)$$

где  $B_i(\theta_{1i}, \Omega_1, \theta_{2i}, \Omega_2) = \langle N_i(\theta_{1i}, \Omega_1) N_i(\theta_{2i}, \Omega_2) \rangle = [D_1 \min(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_0)/\Omega_0 + D_3] \min(|\theta_{2i} - \vartheta|, |\theta_{1i} - \vartheta|, |\theta_{0i} - \vartheta|)/\tau_0 + [D_2 \min(\Omega_1, \Omega_2)/\Omega_0 + D_4] \times \times \min(|\theta_{2i} - \vartheta|, |\theta_{1i} - \vartheta|)/\tau_0$ ,  $i=1,2$ ;

$D_1 = \mu_0 q^3(2+q)/(1+q)^2$ ;  $D_3 = z_0^2[(1+q)^3 - 1]/(1+q)^2$ ;

$D_2 = \mu_0 q^2/(1+q)^2$ ;  $D_4 = z_0^2/(1+q)^2$ .

Сигнальные функции (18) достигают наибольшего максимума при  $\theta_1 = \theta_{01}$ ,  $\theta_2 = \theta_{02}$ ,  $\Omega = \Omega_0$ , а реализации шумовых функций непрерывны с вероятностью 1. Тогда выходное отношение сигнал-шум (ОСШ) для алгоритма (12) — (14) [6]

$$\begin{aligned} z^2 &= \frac{\langle L_m(\Omega_0, \theta_{01}, \theta_{02}) \rangle^2}{\langle [L_m(\Omega_0, \theta_{01}, \theta_{02}) - \langle L_m(\Omega_0, \theta_{01}, \theta_{02}) \rangle]^2 \rangle} = \\ &= \frac{(A_1 - A_2)^2}{D_1 + D_2} = \mu_0 [q - \ln(1+q)]^2 / q^2, \end{aligned} \quad (20)$$

причем  $z^2 \gg 1$  при выполнении (2) и  $q > 0$ .

Отметим, что функционалы (4), (10) являются асимптотически (при  $\mu_0 \rightarrow \infty$ ,  $\mu_{0i} \rightarrow \infty$ ) гауссовскими [1,3]. Поэтому моменты (18), (19) при выполнении (2), (17) дают асимптотически полное статистическое описание этих функционалов и, следовательно, однозначно определяют характеристики оценок.

Следуя [4,5], положим, что ОСШ (20) достаточно велико, так что оценки обладают высокой апостериорной точностью [6]. Тогда координаты по-

ложений наибольших максимумов функционалов  $L(\theta_1, \theta_2, \Omega)$  (4) и  $L_i(\theta_i, \Omega)$ ,  $i=1,2$ , (10) лежат в малой окрестности точек  $(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_0)$  и  $(\theta_{0i}, \Omega_0)$  соответственно, а при  $z^2 \rightarrow \infty$   $\theta_{ia} \rightarrow \theta_{0i}$ ,  $\Omega_a \rightarrow \Omega_0$  в среднеквадратическом. В результате, для нахождения характеристик оценок (12) — (14) в условиях высокой апостериорной точности достаточно исследовать поведение функционалов (4), (10) в малой окрестности значений  $\theta_{0i}$ ,  $i=1,2$ ,  $\Omega_0$ , когда  $\Delta = \max(|\theta_1 - \theta_{01}|/\tau_0, |\theta_2 - \theta_{02}|/\tau_0, |\Omega - \Omega_0|/\Omega_0) \rightarrow 0$ .

Рассмотрим вначале оценки (12), (13) временных параметров импульса. Обозначим  $\xi_i$ ,  $i=1,2$ , — гауссовские случайные величины с математическими ожиданиями  $m_i = S_i(\theta_{0i}, \Omega_0)$  (18) и дисперсиями  $\sigma_i^2 = B_i(\theta_{0i}, \Omega_0, \theta_{0i}, \Omega_0)$  (19), а  $L_{fi}(\Omega)$  — гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями  $m_{fi}(\Omega) = S_i(\theta_{0i}, \Omega)$  (18) и корреляционными функциями  $B_{fi}(\Omega_1, \Omega_2) = B_i(\theta_{0i}, \Omega_1, \theta_{0i}, \Omega_2)$  (19), причем  $\xi_i$  и  $L_{fi}(\Omega)$ , а также  $L_{fi}(\Omega)$  и  $L_i(\theta_i, \Omega_0)$  статистически независимы. При  $\Delta \rightarrow 0$  для моментов (18), (19) функционалов (10) справедливы разложения

$$S_i(\theta_i, \Omega) + m_i = S_i(\theta_i, \Omega_0) + m_{fi}(\Omega) + o(\Delta),$$

$$\begin{aligned} B_i(\theta_{1i}, \Omega_1, \theta_{2i}, \Omega_2) + \sigma_i^2 &= \\ &= B_i(\theta_{1i}, \Omega_0, \theta_{2i}, \Omega_0) + B_{fi}(\Omega_1, \Omega_2) + o(\Delta). \end{aligned}$$

Таким образом, при  $\Delta \rightarrow 0$  главные члены асимптотических разложений моментов функционала  $L_i(\theta_i, \Omega) + \xi_i$  совпадают с соответствующими моментами случайного поля  $L_i(\theta_i, \Omega_0) + L_{fi}(\Omega)$ . Следовательно, в условиях высокой апостериорной точности статистические характеристики оценок  $\theta_{ia}$  (12) совпадают с характеристиками ОМП

$$\begin{aligned} \theta_{im0} &= \arg \sup_{\theta_i \in [W_{1i}, W_{2i}]} \left\{ \sup_{\Omega \in [V_1, V_2]} [L_i(\theta_i, \Omega_0) + L_{fi}(\Omega)] \right\} = \\ &= \arg \sup_{\theta_i \in [W_{1i}, W_{2i}]} L_i(\theta_i, \Omega_0), \quad i=1,2, \end{aligned}$$

положений переднего и заднего фронтов импульса (1) с априори известной шириной полосы частот [4]. Соответственно характеристики оценок  $\lambda_a$  и  $\tau_a$  (13) совпадают с характеристиками ОМП  $\lambda_{m0} = (\theta_{2m0} + \theta_{1m0})/2$  и  $\tau_{m0} = \theta_{2m0} - \theta_{1m0}$  временного положения и длительности импульса (1) с априори известной шириной полосы частот [4]. Поэтому оценки (13), как и (12), являются асимптотически (при  $\mu_{0i} \rightarrow \infty$ ,  $z \rightarrow \infty$ ) максимально правдоподобными. Из [4] получаем приближенные выражения для нормированных смещений (систематических оши-

бок) и рассеяний (средних квадратов ошибок) оценок (13)

$$b_{\lambda} = \langle \lambda_a - \lambda_0 \rangle / \tau_0 = 0, \quad b_{\tau} = \langle \tau_a - \tau_0 \rangle / \tau_0 = 2b(z_1, z_2, R_1),$$

$$V_{\lambda} = \langle (\lambda_a - \lambda_0)^2 \rangle / \tau_0^2 = [V(z_1, z_2, R_1) - b^2(z_1, z_2, R_1)] / 2, \quad (21)$$

$$V_{\tau} = \langle (\tau_a - \tau_0)^2 \rangle / \tau_0^2 = 2[V(z_1, z_2, R_1) + b^2(z_1, z_2, R_1)],$$

где

$$b(z_1, z_2, R_1) = [z_1^2(2R_1 + 1) - z_2^2 R_1(R_1 + 2)] / 2[z_1 z_2(R_1 + 1)]^2;$$

$$V(z_1, z_2, R_1) = [z_1^4(5R_1^2 + 6R_1 + 2) + z_2^4 R_1(2R_1^2 + 6R_1 + 5)] / [2z_1^4 z_2^4(1 + R_1)^3];$$

$$z_1^2 = c_1^2 / d_1, \quad z_2^2 = c_2^2 / d_2, \quad R_1 = c_2 d_1 / (c_1 d_2),$$

$$c_1 = c_2 + A_1 + A_3 = \mu_0 [q - \ln(1 + q)] + z_0^2 / 2,$$

$$c_2 = A_2 + A_4 = \mu_0 [\ln(1 + q) - q / (1 + q)] + z_0^2 / [2(1 + q)],$$

$$d_1 = d_2 + B_1 + B_3 = \mu_0 q^2 + z_0^2(1 + q),$$

$$d_2 = B_2 + B_4 = (\mu_0 q^2 + z_0^2) / (1 + q)^2.$$

Точность (21) возрастает с увеличением  $\mu_{0i}$  (17) и  $z^2$  (20).

Рассмотрим теперь оценку  $\Omega_a$  (14) ширины полосы частот. Обозначим  $\xi_0$  — гауссовская случайная величина с математическим ожиданием  $m_0 = A_1 - A_2$  и дисперсией  $\sigma_0^2 = B_1 + B_2$ ;  $L_t(\theta_1, \theta_2)$  — гауссовское случайное поле с математическим ожиданием  $m_t(\theta_1, \theta_2) = S(\theta_1, \theta_2, \Omega_0)$  (18) и корреляционной функцией  $B_t(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}) = B(\theta_{11}, \theta_{12}, \Omega_0, \theta_{21}, \theta_{22}, \Omega_0)$  (19), причем  $\xi_0$  и  $L(\theta_1, \theta_2, \Omega)$ , а также  $L_t(\theta_1, \theta_2)$  и  $L(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega)$  статистически независимы. Тогда при  $\Delta \rightarrow 0$  для моментов (18), (19) логарифма ФОП (4) справедливы разложения

$$S(\theta_1, \theta_2, \Omega) + m_0 = m_t(\theta_1, \theta_2) + S_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) + o(\Delta),$$

$$B(\theta_{11}, \theta_{12}, \Omega_1, \theta_{21}, \theta_{22}, \Omega_2) + \sigma_0^2 = B_t(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}) + B_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_1, \theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_2) + o(\Delta), \quad (22)$$

где  $S_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) = S(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega)|_{z_0=0}$  и  $B_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_1, \theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_2) = B(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_1, \theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_2)|_{z_0=0}$  — моменты функционала  $L_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) = L(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega)|_{z_0=0}$ , которые опре-

деляются (18), (19) при  $z_0 = 0$ . Из (22) следует, что в условиях высокой апостериорной точности, когда  $\max(|\theta_{1a} - \theta_{01}| / \tau_0, |\theta_{2a} - \theta_{02}| / \tau_0) \leq \Delta$ ,  $\Delta \rightarrow 0$ , главные члены асимптотических разложений моментов функционала  $L(\theta_{1a}, \theta_{2a}, \Omega) + \xi_0$  совпадают с соответствующими моментами случайного процесса  $L_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) + L_t(\theta_{1a}, \theta_{2a})$ . Тогда статистические характеристики оценки  $\Omega_a$  (14) совпадают с характеристиками ОМП

$$\Omega_{m0} = \arg \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} [L_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) + L_t(\theta_{1a}, \theta_{2a})] =$$

$$= \arg \sup_{\Omega \in [V_1; V_2]} L_0(\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega) \quad (23)$$

ширины полосы частот импульса (1) с априори известными положениями переднего и заднего фронтов и нулевым математическим ожиданием случайной субструктуры. Поэтому оценка  $\Omega_a$  (14), как и оценки  $\lambda_a$ ,  $\tau_a$  (13), является асимптотически (при  $\mu_{0i} \rightarrow \infty$ ,  $z \rightarrow \infty$ ) максимально правдоподобной. Характеристики ОМП (23) можно рассчитать аналогично [5]. В результате получаем приближенные выражения для нормированных смещения и рассеяния оценки (14)

$$b_f = \langle \Omega_a - \Omega_0 \rangle / \Omega_0 = b(z_3, z_4, R_2),$$

$$V_f = \langle (\Omega_a - \Omega_0)^2 \rangle / \Omega_0^2 = V(z_3, z_4, R_2), \quad (24)$$

где  $z_3^2 = z^2 = c_3^2 / d_3$ ;  $z_4^2 = A_2^2 / D_2$ ;  $R_2 = A_2 d_3 / (D_2 c_3)$ ;  $c_3 = A_1 - A_2 = \mu_0 [q - \ln(1 + q)]$ ;  $d_3 = D_1 + D_2 = \mu_0 q^2$ , точность которых возрастает с увеличением  $\mu_{0i}$  и  $z^2$ .

С целью проверки работоспособности синтезированных алгоритмов и определения границ применимости асимптотических точных формул для характеристик оценок проведено статистическое моделирование оценок (12) — (14) на ЭВМ. В процессе моделирования для различных реализаций (3) смеси сигнала и шума формировались отсчеты функционалов  $L_i(\theta_i, \Omega)$ ,  $i = 1, 2$ , (10) при  $\vartheta = \lambda_0$  на интервалах  $\theta_1 \in [\lambda_0 - \tau_0; \lambda_0]$ ,  $\theta_2 \in [\lambda_0; \lambda_0 + \tau_0]$ ,  $\Omega \in [\Omega_0 / 10; 2\Omega_0]$  с шагом  $0,005 \tau_0$  по переменным  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и от  $0,005 \Omega_0$  до  $0,02 \Omega_0$  по переменной  $\Omega$ . Затем, согласно (12) — (14), формировались оценки  $\theta_{1a}$ ,  $\theta_{2a}$ ,  $\lambda_a$ ,  $\tau_a$  и  $\Omega_a$ , а также вычислялись характеристики оценок.

Некоторые результаты статистического моделирования представлены на рис. 1 — 3, где показаны также соответствующие теоретические зависимости. На рис. 1, 2 приведены теоретические зависимости нормированных рассеяний (21) оценок (13), а на рис. 3 — нормированного рассеяния (24) оценки (14)

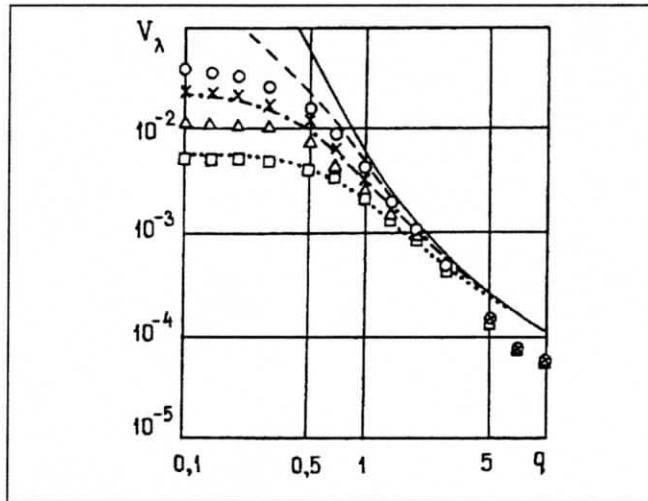


Рис. 1

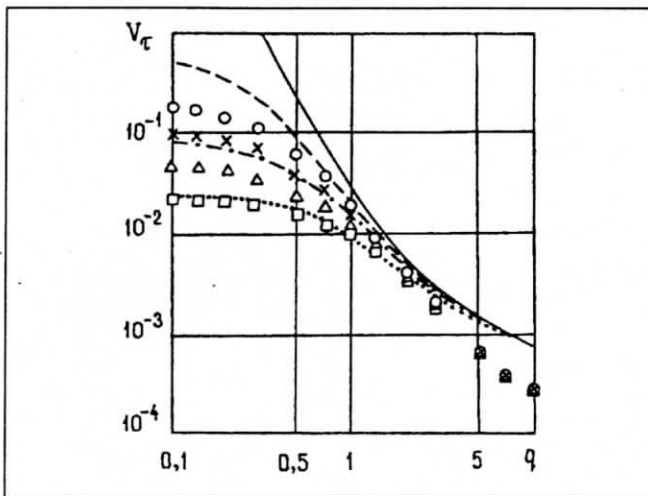


Рис. 2

от величины  $q = \gamma / N_0$  при  $\mu_0 = 100$  и  $z_0 = 0$  (сплошные линии),  $z_0 = 3$  (штриховые),  $z_0 = 5$  (штрихпунктирные) и  $z_0 = 7$  (пунктирные). Экспериментальные значения нормированных рассеяний обозначены на рис. 1—3 кружочками, крестиками, треугольниками и квадратами для  $z_0 = 0; 3; 5$  и  $7$  соответственно. Каждое экспериментальное значение рассеяния получено в результате обработки не менее 500 реализаций (3) смеси сигнала и шума. При этом с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений не более чем на 10...30%.

Из рис. 1—3 и других результатов моделирования следует, что теоретические результаты для рассеяний оценок удовлетворительно согласуются с экспериментом при ОСШ  $z > 2...3$ . При  $q > 7...10$  теоретические зависимости начинают отклоняться от

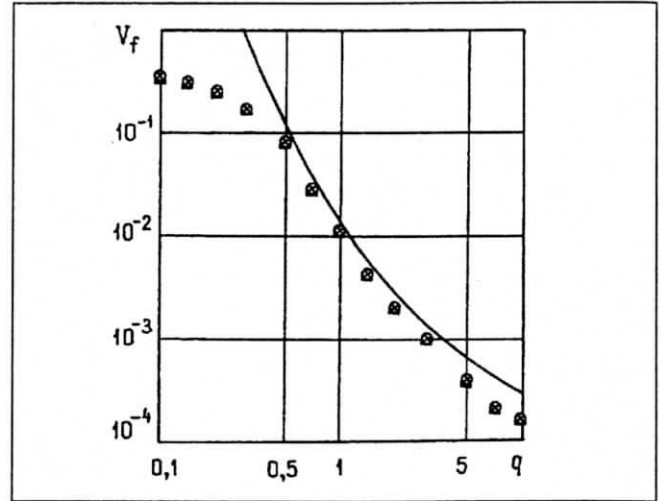


Рис. 3

экспериментальных, поскольку, аналогично [4,5], формулы для характеристик оценок получены при выполнении (2), (17) в пренебрежении ошибками оценивания временных параметров импульса на величину около  $2\pi / \Omega_0$ , а полосы частот  $\Omega_0 = 2\pi / \tau_0$ .

- Синтезированный алгоритм позволяет относительно просто получить асимптотически максимально правдоподобные оценки временного положения, длительности и ширины полосы частот случайного импульса. Результаты теоретического анализа и статистического моделирования подтверждают работоспособность и эффективность предложенного алгоритма.

Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### Литература

1. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: Пер. с англ. / Под ред. В.Т.Горяинова. — М.: Сов.радио, 1977, т.3.
2. Трифонов А.П., Нечаев П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. — Воронеж.: ВГУ, 1991.
3. Ахманов С.Я., Дьяков Ю.Э., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.
4. Трифонов А.П., Бутейко В.К., Захаров А.В. — Радиотехника, 1990, т.33, №4.
5. Трифонов А.П., Галун С.А. — Радиотехника и электроника, 1982, т.27, №8.
6. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов.радио, 1978.

Поступила 7 августа 1997 г.