

270 P6434

T.51, к 8,
2008

270

ISSN 0021-3482

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОФИЗИКА

2008
ТОМ 51
8

ИЗДАНИЕ НИЖЕГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
РАДИОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

522

УДК 621.391

ПРИЁМ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

А. П. Трифонов, А. В. Захаров

Воронежский госуниверситет, г. Воронеж, Россия

Синтезирован алгоритм обнаружения гауссовского стохастического сигнала, а также алгоритм оценки его неизвестных моментов появления и исчезновения по методу максимального правдоподобия. Найдены асимптотические выражения для характеристик обнаружения и оценки. Границы применимости этих выражений установлены с помощью статистического моделирования алгоритмов на ЭВМ.

ВВЕДЕНИЕ

В различных приложениях радиофизики и радиотехники возникает задача обнаружения импульсных сигналов с неизвестными моментами появления (исчезновения), а также задача измерения (оценки) этих параметров. При этом импульсные сигналы обычно наблюдаются на фоне случайных помех. Такие задачи актуальны в радиолокации и радиосвязи, в радиоастрономии, сейсмологии, гидроакустике и др.

В [1] рассмотрено оптимальное (байесовское) оценивание характеристик импульсных сигналов известной формы со случайным моментом появления. В [2] исследованы байесовские алгоритмы и алгоритмы максимального правдоподобия для обнаружения прямоугольного импульса и оценивания неизвестных моментов его появления и исчезновения. В качестве частного случая в [3, 4] выполнен синтез алгоритмов обнаружения прямоугольного импульса и оценивания неизвестных моментов его появления и исчезновения методами марковской теории нелинейной фильтрации.

На практике принимаемые радиофизические сигналы могут иметь случайную амплитудную и фазовую модуляцию. Эта модуляция может быть обусловлена стохастической природой излучающего объекта или возникает при распространении сигналов в радиофизических каналах со случайными замираниями. Такие сигналы представляют отрезки реализаций случайных процессов и называются стохастическими [5, 6].

В [7] на основе байесовского подхода синтезированы алгоритмы обнаружения стохастического сигнала со случайными моментами появления и исчезновения. Однако эти алгоритмы являются весьма сложными и требуют значительных априорных сведений, которые на практике часто отсутствуют. Характеристики эффективности алгоритмов [7] при обработке сигналов в непрерывном времени аналитически найти не удаётся. В [8] предложены более простые алгоритмы обнаружения, не использующие априорных распределений неизвестных моментов появления и исчезновения сигнала. Однако результаты [8] справедливы только при обработке в дискретном времени, когда отсчёты наблюдаемых данных статистически независимы. Оценки неизвестных моментов появления и исчезновения стохастических сигналов в [7, 8] не рассматриваются.

В [3] на основе теории нелинейной фильтрации рассмотрена более общая задача обнаружения стохастического сигнала, претерпевающего скачкообразные изменения в M случайных моментах времени, а в [4] — задача оценки этих моментов времени. Результаты [3, 4] (в частном случае $M = 2$) позволяют получить алгоритмы обработки стохастического импульса, представляющего собой отрезок марковского процесса. Однако характеристики эффективности этих алгоритмов аналитически найти не удаётся. Кроме того, алгоритмы [3, 4] требуют решения относительно

сложных нелинейных стохастических дифференциальных уравнений и используют большой объём априорной информации. Для некоторых классов сигналов при $M = 2$ эти трудности можно преодолеть, используя для синтеза алгоритмов метод максимального правдоподобия.

В [9] на основе метода максимального правдоподобия получены простые алгоритмы обнаружения гауссовского стохастического сигнала и оценки его неизвестного момента исчезновения (длительности), а также аналитически найдены характеристики этих алгоритмов. Однако на практике кроме длительности сигнала может быть неизвестен и его момент появления (время прихода). Далее результаты [9] обобщены на случай приёма гауссовского стохастического сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения.

1. ОБНАРУЖЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Рассмотрим приём гауссовского стохастического сигнала [6, 9]

$$s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) = \begin{cases} \xi(t), & \theta_{01} \leq t \leq \theta_{02}; \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}, \end{cases} \quad (1)$$

с неизвестными моментами появления θ_{01} и исчезновения θ_{02} . Здесь $\xi(t)$ — стационарный гауссовский случайный процесс с математическим ожиданием a и спектром мощности $G(\omega) = \gamma g(\omega/\Omega)$, где γ — интенсивность, $\Omega = \int_{-\infty}^{+\infty} G^2(\omega) d\omega / \max G^2(\omega)$ — эквивалентная ширина полосы частот процесса $\xi(t)$, а функция $g(x) \geq 0$ описывает форму спектра мощности $G(\omega)$ и нормирована так, что $\max g(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) dx = 1$. Следуя [2, 9], считаем, что моменты появления θ_{01} и исчезновения θ_{02} сигнала принимают значения из заданных априорных интервалов $[\theta_{1\min}; \theta_{1\max}]$ и $[\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ соответственно, причём $\theta_{2\min} > \theta_{1\max}$. Считаем также [6, 9], что время корреляции процесса $\xi(t)$ значительно меньше длительности $\tau_0 = \theta_{02} - \theta_{01}$ сигнала (1), т. е.

$$\mu_0 = \tau_0 \Omega / (4\pi) \gg 1, \quad \mu_{\min} = T_{\min} \Omega / (4\pi) \gg 1, \quad (2)$$

где $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$ — минимальная возможная длительность сигнала.

Примерами стохастических сигналов (1) могут служить импульсные сигналы, искажённые модулирующей помехой [10] или отражённые от объектов с множеством «блестящих точек» [11], информационные сигналы в системах связи с шумовой несущей [12], сигналы в радиоастрономии, спектроскопии, сейсмологии [13, 14] и др.

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала (1) на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Наблюдаемую на входе приёмника смесь сигнала (1) и шума $n(t)$ представим в виде $x(t) = i_0 s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t)$, $t \in [0; T]$, где $[0; T]$ — интервал наблюдения, удовлетворяющий условиям $\theta_{2\max} \leq T$ и $\theta_{1\min} \geq 0$. Здесь i_0 — дискретный параметр состояния, принимающий значение $i_0 = 0$ при отсутствии сигнала в наблюдаемых данных или $i_0 = 1$ при наличии сигнала. Тогда задача обнаружения сводится к оценке параметра состояния i_0 на основе наблюдаемых данных $x(t)$.

Для синтеза алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра i_0) воспользуемся методом максимального правдоподобия [15, 16]. Согласно этому методу, по наблюдаемым данным $x(t)$ следует формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) $L(i, \theta_1, \theta_2)$, зависящий от параметра состояния $i = 0, 1$, моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 сигнала. Тогда оценка максимального правдоподобия i_m параметра i_0 определяется как значение $i = 0$ или $i = 1$, при котором логарифм ФОР достигает абсолютного (наибольшего) максимума в пределах области $\theta_1 \in [\theta_{1\min}; \theta_{1\max}]$, $\theta_2 \in [\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ возможных значений параметров θ_1 и θ_2 .

В соответствии с [6, 9] логарифм ФОП можно записать в виде

$$L(i, \theta_1, \theta_2) = \frac{i}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[y^2(t) + \frac{2ax(t)}{1+q_0} - E \right] dt, \quad (3)$$

$$E = \frac{a^2}{1+q_0} + \frac{N_0\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln[1+qg(x)] dx,$$

где $q_0 = 2G(0)/N_0 = qg(0)$, $q = 2\max G(\omega)/N_0 = 2\gamma/N_0$ — отношение максимального значения спектра мощности сигнала к спектральной плотности шума. Функцию $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h(t-u) du$ можно интерпретировать как отклик линейного фильтра с импульсной характеристикой $h(t)$ на входной сигнал $x(t)$, причём передаточная функция $H(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию

$$|H(\omega)|^2 = qg(\omega/\Omega)/[1+qg(\omega/\Omega)]. \quad (4)$$

Учитывая, что $L(i=0, \theta_1, \theta_2) = 0$, аналогично [2, 9] получаем, что максимально правдоподобный (МП) алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра i_0) можно представить в виде

$$i_m = \begin{cases} 1, & L_m > c; \\ 0, & L_m \leq c, \end{cases} \quad (5)$$

где $L_m = \sup L(\theta_1, \theta_2)$ — величина абсолютного максимума логарифма ФОП $L(\theta_1, \theta_2) = L(i=1, \theta_1, \theta_2)$ для всех $\theta_1 \in [\theta_{1\min}; \theta_{1\max}]$, $\theta_2 \in [\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$, а порог обнаружения c (в случае «классического» МП обнаружителя) равен 0. На практике целесообразно использовать обобщённый МП алгоритм обнаружения [2, 6, 9, 17, 18], для которого в общем случае порог c отличен от нуля и выбирается в соответствии с заданным критерием оптимальности обнаружения [5, 15, 17].

Функционал $L(\theta_1, \theta_2)$ при практической реализации МП алгоритма (5) удобно представить в виде суммы: $L(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2)$, где

$$L_j(\theta_j) = \frac{(-1)^j}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_j} \left[y^2(t) + \frac{2ax(t)}{1+q_0} - E \right] dt, \quad j = 1, 2 \quad (6)$$

— функционалы от наблюдаемых данных $x(t)$, зависящие только от одного из параметров θ_1 или θ_2 , θ — фиксированный момент времени из интервала $(\theta_{1\max}; \theta_{2\min})$, например $\theta = (\theta_{1\max} + \theta_{2\min})/2$. Учтём, что интервалы возможных значений переменной θ_1 (θ_2) при формировании решающей статистики L_m (5) не зависят от значения другой переменной θ_2 (θ_1). Тогда величину L_m в (5) можно представить в виде суммы:

$$L_m = L_{m1} + L_{m2}, \quad L_{mj} = \sup L_j(\theta_j), \quad \theta_j \in [\theta_{j\min}; \theta_{j\max}], \quad j = 1, 2. \quad (7)$$

Согласно (7) для формирования решающей статистики L_m достаточно найти величины L_{m1} и L_{m2} абсолютных максимумов функций одной переменной $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ на интервалах

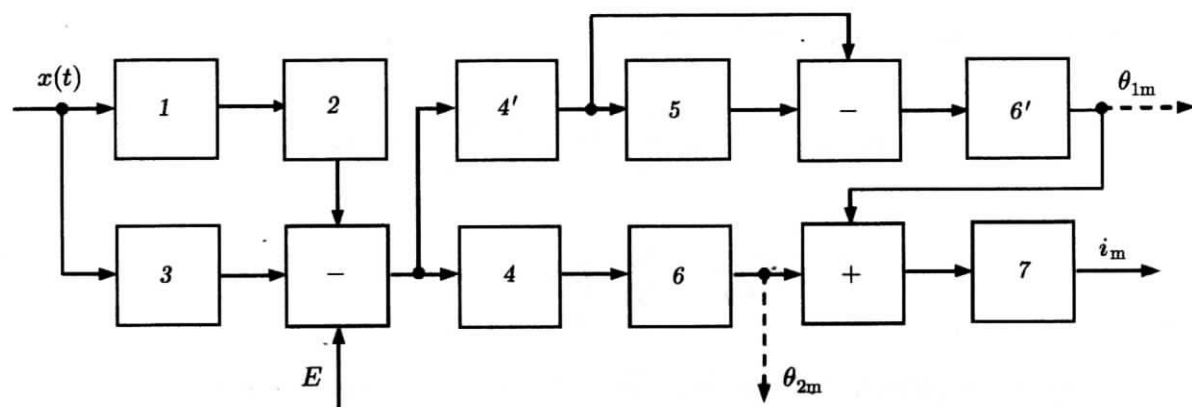


Рис. 1

$\theta_1 \in [\theta_{1\min}; \theta_{1\max}]$ и $\theta_2 \in [\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ соответственно. Это значительно проще, чем находить величину абсолютного максимума функции $L(\theta_1, \theta_2)$ сразу по двум переменным θ_1 и θ_2 .

Структурная схема МП обнаружителя стохастического сигнала (1), построенная на основе алгоритма (5), (7), показана на рис. 1. Здесь 1 — линейный фильтр с передаточной функцией $H(\omega)$, 2 — квадратор, 3 — усилитель с коэффициентом усиления $2a/(1+q_0)$, 4 и 4' — интеграторы на интервалах времени $[\theta; t]$ при $t \in [\theta; \theta_{2\max}]$ и $[\theta_{1\min}; t]$ при $t \in [\theta_{1\min}; \theta]$ соответственно, 5 — линия задержки на время $t_3 = \theta - \theta_{1\min}$, 6 и 6' — пиковые детекторы, определяющие величины L_{m1} и L_{m2} абсолютных максимумов входного сигнала на интервалах времени $[\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ и $[\theta; \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ соответственно, 7 — решающее устройство, которое осуществляет сравнение выходного сигнала сумматора в момент времени $T_0 = \max(\theta_{2\max}; \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min})$ с порогом c , а затем выносит решение о наличии сигнала ($i_m = 1$), если порог c превышен, или решение об отсутствии сигнала ($i_m = 0$), если порог не превышен. Структурная схема МП обнаружителя (рис. 1) является всего лишь двухканальной (по одному каналу на каждый неизвестный параметр сигнала). Это довольно редкое исключение в задачах обнаружения сигналов с неизвестными параметрами.

Эффективность обнаружения сигналов характеризуют вероятностями ошибок обнаружения: вероятностью α ошибки 1-го рода (ложной тревоги) и вероятностью β ошибки 2-го рода (пропуска сигнала) [5, 15, 17, 18].

Вероятность ложной тревоги α и вероятность пропуска сигнала β для МП алгоритма (5), (7) определяются выражениями

$$\alpha = P[L_m > c | i_0 = 0] = 1 - P_0(c), \quad \beta = P[L_m < c | i_0 = 1] = P_1(c), \quad (8)$$

где $P_i(c) = P[L_m < c | i_0 = i]$, $i = 0, 1$ — функции распределения величины L_m при отсутствии ($i = 0$) и при наличии ($i = 1$) сигнала в наблюдаемых данных $x(t)$, а $P[A | B]$ означает вероятность события A при условии события B .

Точные выражения для функций $P_i(c)$ при обнаружении стохастического сигнала (1) найти не удастся [6, 9]. Будем считать, что момент времени θ в (6) выбирается так, что аналогично (2) выполняются условия

$$\mu_{0j} = \tau_{0j}\Omega/(4\pi) \gg 1, \quad \mu_{j\min} = T_{j\min}\Omega/(4\pi) \gg 1, \quad j = 1, 2, \quad (9)$$

где $T_{1\min} = \theta - \theta_{1\max}$ и $T_{2\min} = \theta_{2\min} - \theta$ — минимальные длительности отрезков стохастического сигнала (1), попадающих в пределы интервалов интегрирования $[\theta_1; \theta]$ и $[\theta; \theta_2]$ в (6), а $\tau_{01} = \theta - \theta_{01}$ и $\tau_{02} = \theta_{02} - \theta$ — истинные значения этих длительностей. Условия (9) указывают, что время

корреляции случайного процесса $\xi(t)$ значительно меньше величин $T_{1\min}$ и $T_{2\min}$. Отметим, что при выполнении (9) выполняются и условия (2).

Из [11, 13] следует, что функционалы $L_j(\theta_j)$ (6) являются асимптотически гауссовскими случайными процессами при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$. Учтём, что функционалы (6) являются интегралами от случайных процессов, время корреляции которых имеет величину порядка $2\pi/\Omega$ или менее. Интервалы интегрирования для функционалов $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ (6) не перекрываются и имеют согласно (9) значительно большую протяжённость, чем $2\pi/\Omega$. Тогда функционалы $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ асимптотически (при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$) некоррелированы и, в силу их асимптотической гауссовости, асимптотически статистически независимы. Следовательно, при выполнении (9) случайные величины L_{m1} и L_{m2} (7) также асимптотически (при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$) статистически независимы.

Учтём, что решающая статистика L_m представляется в виде суммы (7) случайных величин L_{m1} и L_{m2} . Тогда функции распределения $P_i(c)$ в (8) при выполнении (9) можно приближённо представить в виде

$$P_i(c) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{2i}(c-x) dF_{1i}(x), \quad i = 0, 1, \quad (10)$$

где интегрирование ведётся по всей области определения x . Здесь $F_{ij}(c) = P[L_{mj} < c \mid i_0 = i]$, $j = 1, 2$ — функции распределения величины абсолютного максимума $L_{mj} = \sup L_j(\theta_j)$ случайных процессов $L_j(\theta_j)$ на интервалах $[\theta_{j\min}; \theta_{j\max}]$ при отсутствии ($i = 0$) или при наличии ($i = 1$) сигнала.

При выполнении (9) случайные процессы $L_j(\theta_j)$ являются приближённо гауссовскими. Поэтому для нахождения функций $F_{ij}(c)$ можно ограничиться анализом математических ожиданий $S_j(\theta_j) = \langle L_j(\theta_j) \rangle$ и корреляционных функций $K_j(\theta_{1j}, \theta_{2j}) = \langle [L_j(\theta_{1j}) - \langle L_j(\theta_{1j}) \rangle] [L_j(\theta_{2j}) - \langle L_j(\theta_{2j}) \rangle] \rangle$ этих процессов. Обозначим $\vartheta_1 = (\theta - \theta_1)/T_{\max}$, $\vartheta_2 = (\theta_2 - \theta)/T_{\max}$, $\vartheta_{k1} = (\theta - \theta_{k1})/T_{\max}$, $\vartheta_{k2} = (\theta_{k2} - \theta)/T_{\max}$, $k = 0, 1, 2$, где $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ — максимальная возможная длительность сигнала (1). При выполнении (9) аналогично [6] получаем

$$\begin{aligned} S_j(\theta_j) &= i_0 C_1 \min(\vartheta_j, \vartheta_{0j}) - C_0 \vartheta_j, \\ K_j(\theta_{1j}, \theta_{2j}) &= i_0 D_1 \min(\vartheta_{1j}, \vartheta_{2j}, \vartheta_{0j}) + D_0 \min(\vartheta_{1j}, \vartheta_{2j}), \quad j = 1, 2, \end{aligned} \quad (11)$$

где $i_0 = 1$ при наличии сигнала и $i_0 = 0$ при его отсутствии,

$$\begin{aligned} C_0 &= \mu_{\max} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \ln[1 + qg(x)] - \frac{qg(x)}{1 + qg(x)} \right\} dx + \frac{z_{0\max}^2}{2(1 + q_0)}, \\ C_1 &= \mu_{\max} q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g^2(x) dx}{1 + qg(x)} + z_{0\max}^2 \frac{1 + q_0/2}{1 + q_0}, \quad D_0 = \mu_{\max} q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + qg(x)]^2} + \frac{z_{0\max}^2}{(1 + q_0)^2}, \\ D_1 &= \mu_{\max} q^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g^3(x) [2 + qg(x)] dx}{[1 + qg(x)]^2} + z_{0\max}^2 \frac{(1 + q_0)^3 - 1}{(1 + q_0)^2}, \end{aligned}$$

$$\mu_{\max} = T_{\max} \Omega / (4\pi), \quad z_{0\max}^2 = 2a^2 T_{\max} / N_0 = z_0^2 T_{\max} / \tau_0, \quad z_0^2 = 2a^2 \tau_0 / N_0.$$

Выражения (11) позволяют использовать метод локально-марковской аппроксимации [6, 18] для расчёта распределений величин абсолютных максимумов процессов (6). Обозначим $\vartheta_{1\min} = (\theta - \theta_{1\max})/T_{\max}$, $\vartheta_{1\max} = (\theta - \theta_{1\min})/T_{\max}$, $\vartheta_{2\min} = (\theta_{2\min} - \theta)/T_{\max}$, $\vartheta_{2\max} = (\theta_{2\max} - \theta)/T_{\max}$, и введём параметры $\eta_j = \vartheta_{j\max} - \vartheta_{j\min}$, $\delta_{j\min} = \vartheta_{0j} - \vartheta_{j\min}$, $\delta_{j\max} = \vartheta_{j\max} - \vartheta_{0j}$, $j = 1, 2$,

характеризующие относительную длину интервалов возможных значений моментов появления и исчезновения сигнала. Проводя вычисления аналогично [6, 9], при выполнении (9) находим

$$F_{j0}(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\vartheta_{j\min}}} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(x - c/\sigma_N - z_N\vartheta_{j\min})^2}{2\vartheta_{j\min}}\right] \varphi(z_N, \eta_j, x) dx,$$

$$F_{j1}(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\vartheta_{0j}}} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(x - c/\sigma + z\vartheta_{0j})^2}{2\vartheta_{0j}}\right] f(x, z_N, \zeta, \delta_{j\max}) \times$$

$$\times \varphi\left[c/(\sigma\sqrt{\vartheta_{j\min}\vartheta_{0j}}), \delta_{j\min}, x\sqrt{\vartheta_{j\min}/\vartheta_{0j}}\right] dx, \quad (12)$$

где $j = 1, 2$, $\sigma_N = \sqrt{D_0}$, $z_N = C_0/\sqrt{D_0}$, $\sigma = \sqrt{D_0 + D_1}$, $z = (C_1 - C_0)/\sqrt{D_1 + D_0}$, $\zeta = \sigma/\sigma_N$,

$$\varphi(z, \eta, x) = \Phi(z\sqrt{\eta} + x/\sqrt{\eta}) - \exp(-2zx)\Phi(z\sqrt{\eta} - x/\sqrt{\eta}),$$

$$f(x, z, \zeta, \delta) = \Phi(z\sqrt{\delta} + x\zeta/\sqrt{\delta}) - \exp(-2xz\zeta)\Phi(z\sqrt{\delta} - x\zeta/\sqrt{\delta}),$$

а $\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$ — интеграл вероятности. Подставляя (12) в (10) и выполняя интегрирование, находим асимптотически точные (при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$) выражения для вероятностей ошибок обнаружения:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta^3}} \int_0^\infty \int_0^\infty (x_1 + x_2 - u_0 - z_N\eta) \exp\left[-\frac{(x_1 + x_2 - u_0 - z_N\eta)^2}{2\eta}\right] \times$$

$$\times \varphi(z_N, \eta_1, x_1) \varphi(z_N, \eta_2, x_2) dx_1 dx_2, \quad (13)$$

$$\beta = \frac{1}{\pi\sqrt{(\eta + 2\delta_{1\min})(\eta + 2\delta_{2\min})}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_0^\infty \exp\left[-\frac{[x_1 - u_0/\zeta + x + z(\eta + 2\delta_{2\min})/2]^2}{\eta + 2\delta_{2\min}}\right] \times \right.$$

$$\times f(x_1, z_N, \zeta, \delta_{2\max}) \varphi\left[\frac{2(u_0/\zeta - x)}{\sqrt{\eta(\eta + 2\delta_{2\min})}}, \delta_{2\min}, x_1\sqrt{\frac{\eta}{\eta + 2\delta_{2\min}}}\right] dx_1 \Big\} \times$$

$$\times \left\{ \int_0^\infty \exp\left[-\frac{[x_2 - x + z(\eta + 2\delta_{1\min})/2]^2}{\eta + 2\delta_{1\min}}\right] f(x_2, z_N, \zeta, \delta_{1\max}) \times \right.$$

$$\times \left[\frac{2}{\sqrt{\eta(\eta + 2\delta_{1\min})}} r\left(\frac{2x}{\sqrt{\eta(\eta + 2\delta_{1\min})}}, \delta_{1\min}, x_2\sqrt{\frac{\eta}{\eta + 2\delta_{1\min}}}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{2(x_2 - x)}{\eta + 2\delta_{1\min}} + z\right) \varphi\left(\frac{2x}{\sqrt{\eta(\eta + 2\delta_{1\min})}}, \delta_{1\min}, x_2\sqrt{\frac{\eta}{\eta + 2\delta_{1\min}}}\right) \right] dx_2 \Big\} dx, \quad (14)$$

где $\eta = 1/(1 + \eta_1 + \eta_2) = T_{\min}/T_{\max}$, $r(x, \delta, y) = 2y \exp(-2xy) \Phi(x\sqrt{\delta} - y/\sqrt{\delta})$, $u_0 = c/\sigma_N$ — нормированный порог обнаружения. Точность выражений (13), (14) возрастает с увеличением $\mu_{j\min}$, μ_{0j} (9). Границы применимости этих формул установлены далее с помощью моделирования алгоритма (5), (7) на ЭВМ.

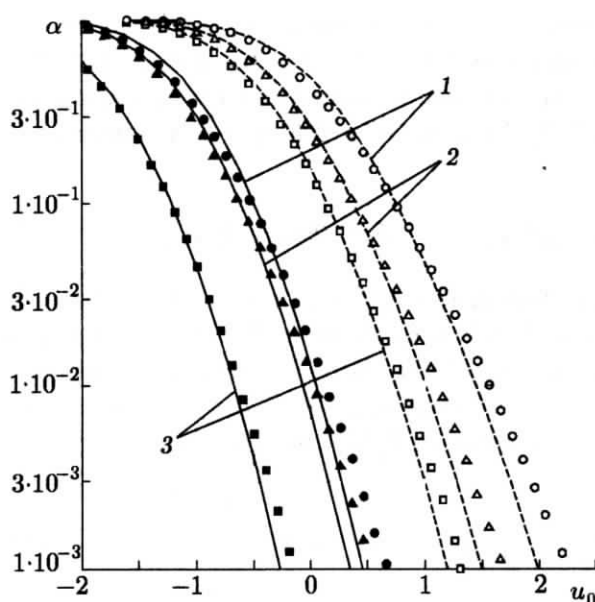


Рис. 2

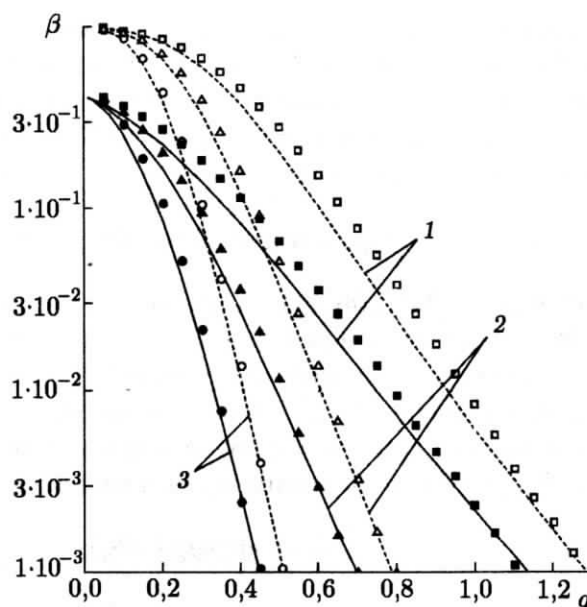


Рис. 3

В качестве примера сплошными и штриховыми линиями на рис. 2 показаны зависимости вероятности ложной тревоги α от нормированного порога u_0 , рассчитанные по формуле (13) при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{j\max} - \theta_{j\min} = 3T_{\min}/2$, $j = 1, 2$, что соответствует значениям $\eta_1 = \eta_2 = 3/8$, $\eta = 1/4$. Форма спектральной плотности сигнала (1) полагалась прямоугольной, т. е. $g(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$ и $g(x) = 0$ при $|x| > 1/2$. Сплошные линии на рис. 2 получены при $q = 1$, а штриховые — при $q = 0,3$. Кривые 1 соответствуют значениям $\mu_{\max} = 200$, $z_{0\max} = 0$, кривые 2 — $\mu_{\max} = 200$, $z_{0\max} = 2\sqrt{2}$, а кривые 3 — $\mu_{\max} = 400$, $z_{0\max} = 2\sqrt{2}$.

На рис. 3 сплошными и штриховыми линиями показаны зависимости вероятности пропуска сигнала β от отношения q , рассчитанные по формуле (14) при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{1\max} - \theta_{01} = \theta_{02} - \theta_{2\min} = T_{\min}/2$, $\theta_{j\max} - \theta_{j\min} = 3T_{\min}/2$, $j = 1, 2$, что соответствует значениям $\eta = 1/4$, $\delta_{j\max} = 1/4$ и $\delta_{j\min} = 1/8$. Форма спектральной плотности сигнала здесь также полагалась прямоугольной. При этом порог обнаружения u_0 выбирался по фиксированной вероятности $\alpha = 0,001$ в соответствии с критерием Неймана—Пирсона [5, 15, 17, 18] и рассчитывался с использованием выражения (13). Сплошные линии на рис. 3 получены при $z_0 = 2\sqrt{2}$, а штриховые — при $z_0 = 0$. Кривые 1 соответствуют $\mu_0 = 50$, кривые 2 — $\mu_0 = 100$, а кривые 3 — $\mu_0 = 200$.

Отметим, что при $\gamma = 0$ ($q = 0$) стохастический сигнал (1) переходит в прямоугольный импульс с амплитудой a . При этом в (13), (14) следует положить $z = z_N = z_{0\max}/2$, $\zeta = 1$. Тогда (13), (14) переходят в соответствующие выражения для вероятностей ошибок обнаружения прямоугольного импульса с неизвестными моментами появления и исчезновения [2].

2. ОЦЕНКА МОМЕНТОВ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Рассмотрим теперь оценку неизвестных моментов появления θ_{01} и исчезновения θ_{02} стохастического сигнала (1), полагая, что сигнал присутствует в наблюдаемых данных $x(t)$ с вероятностью 1. Тогда $i_0 = 1$ и на входе приёмника наблюдается аддитивная смесь сигнала и шума: $x(t) = s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t)$, $t \in [0; T]$.

Для синтеза алгоритма оценки воспользуемся методом максимального правдоподобия [15, 16]. Согласно этому методу оценки максимального правдоподобия (ОМП) θ_{1m} и θ_{2m} моментов появления θ_{01} и исчезновения θ_{02} сигнала (1) определяются как координаты θ_1 и θ_2 положения абсолютного максимума логарифма ФОП (3) при $i = 1$ для всех значений θ_1 и θ_2 из априорной области неизвестных параметров:

$$(\theta_{1m}, \theta_{2m}) = \arg \sup L(\theta_1, \theta_2), \quad \theta_1 \in [\theta_{1\min}; \theta_{1\max}], \quad \theta_2 \in [\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]. \quad (15)$$

Логарифм ФОП $L(\theta_1, \theta_2) = L(i = 1, \theta_1, \theta_2)$ (3) при практической реализации алгоритма (15) удобно представить в виде суммы функционалов (6): $L(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2)$. При этом интервал возможных значений переменной θ_1 (θ_2) при вычислении ОМП (15), не зависит от значения другой переменной θ_2 (θ_1). Поэтому положение максимума логарифма ФОП $L(\theta_1, \theta_2)$ по каждой переменной θ_j совпадает с положением максимума функционала $L_j(\theta_j)$ (6) по этой же переменной. Тогда ОМП (15) можно представить в виде

$$\theta_{jm} = \arg \sup L_j(\theta_j), \quad \theta_j \in [\theta_{j\min}; \theta_{j\max}], \quad j = 1, 2. \quad (16)$$

Согласно (16) для получения оценок θ_{1m} и θ_{2m} достаточно найти положения абсолютных максимумов функций одной переменной $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ (6) на интервалах $\theta_1 \in [\theta_{1\min}; \theta_{1\max}]$ и $\theta_2 \in [\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ соответственно. Это значительно проще, чем искать согласно (15) положение абсолютного максимума функции $L(\theta_1, \theta_2)$ двух переменных θ_1 и θ_2 .

Структурную схему МП измерителя моментов появления и исчезновения стохастического сигнала (1), построенную на основе (16), можно получить из рис. 1, если исключить блок 7 и связанный с ним сумматор сигналов с выходов блоков 6 и 6'. При этом блоки 6 и 6' должны быть указателями экстремума, которые определяют положения $\theta_2 = \theta_2^*$ и $\theta_1 = \theta_1^*$ абсолютных максимумов входных сигналов на интервалах $[\theta_{2\min}; \theta_{2\max}]$ и $[\theta; \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ соответственно. На выходах блоков 6 и 6' формируются ОМП $\theta_{2m} = \theta_2^*$ и $\theta_{1m} = \theta_1^* - \theta + \theta_{1\min}$, что отмечено штриховыми линиями на рис. 1. Назначение остальных блоков устройства оценки такое же, как для МП обнаружителя сигнала (см. раздел 1). Схема МП измерителя на рис. 1 является двухканальной и состоит из блоков, которые относительно просто реализуются аппаратно или программно.

Точность оценки параметров сигналов характеризуют плотностью вероятности оценки (ошибки оценки), а также статистическими моментами ошибок оценки: смещением (систематической ошибкой), рассеянием (средним квадратом ошибки) оценки и др. [15, 16]. Точные выражения для характеристик ОМП θ_{1m} и θ_{2m} (16) найти не удастся. Получим асимптотически точные (с ростом $\mu_{j\min}$, μ_{0j} (9)) выражения для характеристик ОМП (16).

Рассмотрим нормированные оценки

$$\vartheta_{1m} = (\theta - \theta_{1m})/T_{\max}, \quad \vartheta_{2m} = (\theta_{2m} - \theta)/T_{\max}. \quad (17)$$

Как отмечалось в разделе 1, при выполнении (9) случайные процессы $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ приближённо статистически независимы. Тогда ОМП θ_{1m} и θ_{2m} (16) также приближённо статистически независимы. Следовательно, при выполнении (9) совместную плотность вероятности $W(\delta_1, \delta_2)$ ошибок $\delta_{1m} = \vartheta_{1m} - \vartheta_{01} = (\theta_{01} - \theta_{1m})/T_{\max}$, $\delta_{2m} = \vartheta_{2m} - \vartheta_{02} = (\theta_{2m} - \theta_{02})/T_{\max}$ оценок (17) можно аппроксимировать произведением

$$W(\delta_1, \delta_2) = W_1(\delta_1)W_2(\delta_2) \quad (18)$$

плотностей вероятности $W_j(\delta_j)$ ошибок δ_{jm} каждой из оценок ϑ_{jm} (17). Точность представления (18) возрастает с увеличением $\mu_{j\min}$, μ_{0j} (9).

Характеристики ОМП (16), (17) определяются статистическими свойствами функционалов $L_j(\theta_j)$ (6). Функционалы (6) являются асимптотически гауссовскими при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$. Поэтому при выполнении (9) достаточно ограничиться анализом их математических ожиданий и корреляционных функций, которые определяются из (11).

Выражения (11) для моментов функционалов (6) позволяют использовать метод локально-марковской аппроксимации [17] для расчёта плотностей вероятности $W_j(\delta)$. Применяя этот метод аналогично [11], при выполнении (9) находим выражения для функций распределения $F_j(\delta) = P[\delta_{jm} < \delta]$ ошибок δ_{jm} нормированных оценок ϑ_{jm} (17):

$$F_j(\delta) = \begin{cases} \Psi(\delta, z, z_N, \zeta, \delta_{j\min}, \delta_{j\max}), & -\delta_{j\min} \leq \delta < 0; \\ 1 - \Psi(\delta, z_N, z, 1/\zeta, \delta_{j\max}, \delta_{j\min}), & 0 \leq \delta \leq \delta_{j\max}, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Psi(\delta, z_1, z_2, \zeta, \delta_{\min}, \delta_{\max}) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi|\delta|}} \int_0^\infty \int_0^\infty dx_1 dx_2 \left\{ \exp\left[-\frac{(x_1 - |\delta|z_1 - x_2)^2}{2|\delta|}\right] - \right. \\ & \left. - \exp(2x_1 z_1) \exp\left[-\frac{(x_1 + |\delta|z_1 + x_2)^2}{2|\delta|}\right] \right\} f(x_2, z_2, \zeta, \delta_{\max}) \times \\ & \times \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi(\delta_{\min} - |\delta|)}} \exp\left[-\frac{[z_1(\delta_{\min} - |\delta|) + x_1]^2}{2(\delta_{\min} - |\delta|)}\right] + 2z_1 \exp(-2x_1 z_1) \Phi\left[\frac{z_1(\delta_{\min} - |\delta|) - x_1}{\sqrt{\delta_{\min} - |\delta|}}\right] \right\}, \end{aligned}$$

где параметры z , z_N и ζ определены в (12), а $\delta_{j\min} = \vartheta_{0j} - \vartheta_{j\min}$ и $\delta_{j\max} = \vartheta_{j\max} - \vartheta_{0j}$ задают границы интервалов возможных ошибок оценок ϑ_{jm} (17). Плотности вероятностей в (18) определяются как $W_j(\delta) = dF_j(\delta)/d\delta$. Точность выражения (19) возрастает с увеличением $\mu_{j\min}$ (9).

Выражение (19) довольно громоздко и неудобно для практических расчётов. Учтём, что при $\mu_{j\min} \rightarrow \infty$ и $q > 0$ выполняются условия $z \rightarrow \infty$, $z_N \rightarrow \infty$. Эти же условия выполняются при $z_{0\max} \rightarrow \infty$. Для обеспечения высокой эффективности МП алгоритмов обнаружения и оценки отношения z и z_N должны быть велики [6, 15–18]. При этом величину z можно интерпретировать как выходное отношение сигнал–шум устройства МП обработки сигнала [15, 17]. Поэтому далее аналогично [2, 9] считаем, что выполняются условия

$$z = (C_1 - C_0)/\sqrt{D_1 + D_0} \gg 1, \quad z_N = C_0/\sqrt{D_0} \gg 1. \quad (20)$$

При $q = 0$ условие (20) переходит в условие $z_{0\max} \gg 1$, при котором в [2] найдена простая аппроксимация для плотности вероятности ошибок ОМП моментов появления и исчезновения прямоугольного импульса.

Переходя в (19) к пределу при $z \rightarrow \infty$, $z_N \rightarrow \infty$, аналогично [2, 9, 17] находим аппроксимацию плотностей вероятности $W_j(\delta)$ ошибок оценок (17):

$$W_j(\delta) = \begin{cases} 2z^2 W_0(2z^2 \delta, 1/R), & \delta < 0; \\ 2z_N^2 W_0(2z_N^2 \delta, R), & \delta \geq 0, \end{cases} \quad (21)$$

где $j = 1, 2$, $R = \zeta z_N/z = C_0(D_0 + D_1)/[D_0(C_1 - C_0)]$,

$$W_0(x, u) = \Phi\left(\sqrt{\frac{|x|}{2}}\right) - 1 + \frac{2+u}{u} \exp\left(|x| \frac{1+u}{u^2}\right) \left\{ 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{|x|}{2}} \frac{2+u}{u}\right) \right\}.$$

Точность выражения (21) возрастает с увеличением $\mu_{j \min}$ (19) и отношений z, z_N (20).

При $\gamma = 0$ ($q = 0$) стохастический сигнал (1) переходит в прямоугольный импульс с амплитудой a . При этом в (19), (21) следует положить $z = z_N = z_{0 \max}/2$, $\zeta = 1$, $R = 1$. Тогда выражения (19), (21) переходят в соответствующие выражения для распределений ОМП моментов появления и исчезновения прямоугольного импульса [2]. Отметим, что предельное распределение (21) ОМП моментов появления и исчезновения стохастического сигнала (1), как и случае [2, 9], является существенно негауссовским.

Используя выражения (19), (21) для распределений ошибок оценок (17), можно рассчитать условные (при фиксированных θ_{0j}) смещения $b_j = \langle \theta_{jm} - \theta_{0j} | \theta_{0j} \rangle$ и рассеяния $V_j = \langle (\theta_{jm} - \theta_{0j})^2 | \theta_{0j} \rangle$ оценок θ_{jm} (16):

$$b_j = (-1)^j T_{\max} \int_{-\delta_{j \min}}^{\delta_{j \max}} \delta W_j(\delta) d\delta, \quad V_j = T_{\max}^2 \int_{-\delta_{j \min}}^{\delta_{j \max}} \delta^2 W_j(\delta) d\delta, \quad (22)$$

где $\delta_{j \min} = (\theta_{0j} - \theta_{j \min})/T_{\max}$, $\delta_{j \max} = (\theta_{j \max} - \theta_{0j})/T_{\max}$, $T_{\max} = \theta_{2 \max} - \theta_{1 \min}$. Расчёт интегралов (22) возможен только численными методами. Поэтому, следуя [2, 9], получим более простые асимптотические (при $z \rightarrow \infty$, $z_N \rightarrow \infty$) выражения для смещений и рассеяний оценок. Полагая, что истинные значения θ_{01} , θ_{02} моментов появления и исчезновения сигнала (1) являются внутренними точками интервалов $[\theta_{1 \min}; \theta_{1 \max}]$, $[\theta_{2 \min}; \theta_{2 \max}]$, и расширяя пределы интегрирования в (22) до бесконечных при $z \rightarrow \infty$, $z_N \rightarrow \infty$, аналогично [2, 9, 17] находим

$$b_j = (-1)^j T_{\max} \left[\frac{2R+1}{2z_N^2(R+1)^2} - \frac{R(R+2)}{2z^2(R+1)^2} \right],$$

$$V_j = T_{\max}^2 \left[\frac{5R^2+6R+2}{2z_N^4(R+1)^3} + \frac{R(2R^2+6R+5)}{2z^4(R+1)^3} \right]. \quad (23)$$

При $\gamma_0 = 0$ ($q = 0$) из (23) получаем асимптотические значения $b_j = 0$ и $V_j = 26T_{\max}^2/z_{0 \max}^2$ смещений и рассеяний ОМП моментов появления и исчезновения прямоугольного импульса [2]. Точность формул (23) возрастает с увеличением $\mu_{j \min}$ (9) и отношений z, z_N (20).

Сплошными и штриховыми линиями на рис. 4 показаны зависимости нормированного рассеяния $V^* = V_j/T_{\max}^2$ оценки θ_{jm} (16) от отношения q , рассчитанные при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{j \max} - \theta_{j \min} = 3T_{\min}/2$, $\theta_{1 \max} - \theta_{01} = \theta_{02} - \theta_{2 \min} = T_{\min}/2$, $j = 1, 2$, что соответствует $\eta = 1/4$, $\delta_{j \max} = 1/4$ и $\delta_{j \min} = 1/8$. При этих условиях рассеяния V_1 и V_2 оценок моментов появления и исчезновения сигнала совпадают. Форма спектральной плотности сигнала полагалась прямоугольной, т. е. $g(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$ и $g(x) = 0$ при $|x| > 1/2$. Кривые 1 на рис. 4 соответствуют $\mu_0 = 100$, $z_0 = 0$, кривые 2 — $\mu_0 = 100$, $z_0 = 7$, а кривые 3 — $\mu_0 = 200$, $z_0 = 7$. Штриховые линии на рис. 4 рассчитаны по формулам (22) с использованием аппроксимации (21), а сплошные линии — по более простым (но менее точным) асимптотическим формулам

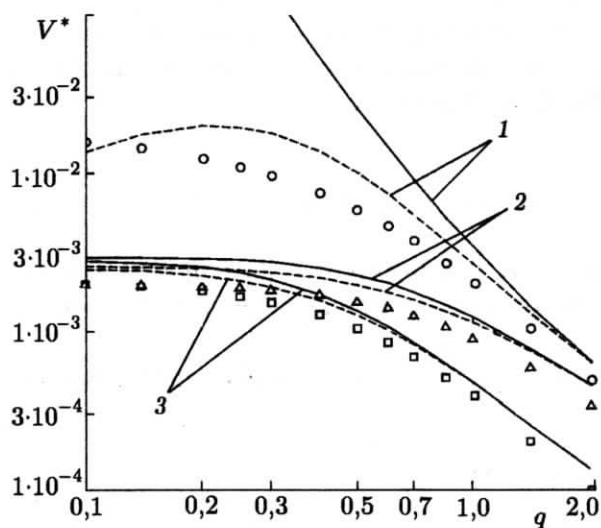


Рис. 4

$z_0 = 7$. Штриховые линии на рис. 4 рассчитаны по формулам (22) с использованием аппроксимации (21), а сплошные линии — по более простым (но менее точным) асимптотическим формулам

(23). Из рис. 4 и других результатов анализа следует, что более простые формулы (23) удовлетворительно аппроксимируют более точные зависимости (21), (22) для смещений и рассеяний оценок уже при $\{z, z_N\} > 3 \div 4$. Подъём сплошной линии 1 и некоторое снижение штриховой линии 1 с уменьшением отношения $q < 0,2 \div 0,4$ вызвано недостаточной точностью формулы (23) при $\{z, z_N\} < 2,5 \div 3$ и формулы (21) при $\{z, z_N\} < 0,7 \div 1$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью проверки работоспособности синтезированных МП алгоритмов приёма стохастического сигнала (1), а также для установления границ применимости асимптотических формул (13), (14), (22), (23), определяющих характеристики обнаружения и оценки, выполнялось статистическое моделирование алгоритмов (5), (16) на ЭВМ. Моделирование проводилось аналогично [9] для случая прямоугольной спектральной плотности $G(\omega)$ при различных значениях параметров μ_{\max} , $z_{0\max}$ и q .

В процессе моделирования для различных реализаций наблюдаемых данных $x(t)$ при наличии ($i_0 = 1$) и отсутствии ($i_0 = 0$) сигнала формировались отсчёты случайных процессов $\xi(t)$ из (1) и $y(t)$ из (3), (6) с шагом $\Delta t = 0,05T_0/\mu_{\max}$. Затем формировались отсчёты функционалов $L_j(\theta_j)$ (6) для $j = 1, 2$ на интервалах $[\theta_{j\min}; \theta_{j\max}]$ с шагом $\Delta\theta = 0,005T_{\max}$. В результате относительная среднеквадратическая погрешность ступенчатых аппроксимаций непрерывных реализаций случайных процессов на основе их дискретных отсчетов не превышала 10%.

При моделировании алгоритма обнаружения (5)–(7) на основе отсчётов функционалов $L_j(\theta_j)$ (6) для $j = 1, 2$ при каждом $i_0 = 0, 1$ фиксировались величины L_{mj} (7) наибольшего из отсчётов. Затем вычислялись значения $L_m = L_{m1} + L_{m2}$, которые сравнивались с различными порогами c , и выносилось решение об обнаружении в соответствии с алгоритмом (5). На основе такой обработки N реализаций $x(t)$ формировалась оценка вероятности ложной тревоги α как относительная частота превышения порога c величиной L_m при $i_0 = 0$. Оценка вероятности пропуска сигнала β формировалась как относительная частота не превышения порога c величиной L_m при $i_0 = 1$.

В процессе моделирования алгоритма оценки (16) на основе отсчётов функционалов $L_j(\theta_j)$, где $j = 1, 2$, при $i_0 = 1$ определялись номера k_j наибольших отсчётов и формировались оценки $\theta_{jm} = k_j \Delta\theta$ моментов появления и исчезновения сигнала. В результате такой обработки N реализаций $x(t)$ вычислялись выборочные смещения b_j , рассеяния V_j и моменты ошибок оценок (16) высших порядков.

Некоторые результаты моделирования показаны на рис. 2–4. На рис. 2 нанесены экспериментальные значения вероятности ложной тревоги α для различных нормированных порогов $u_0 = c/\sigma_N$ при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{j\max} - \theta_{j\min} = 3T_{\min}/2$, $j = 1, 2$. Там же сплошными и штриховыми линиями показаны соответствующие теоретические зависимости $\alpha = \alpha(u_0)$, рассчитанные по формуле (13). Кривые 1 и кружочки соответствуют $\mu_{\max} = 200$, $z_{0\max} = 0$, кривые 2 и треугольники — $\mu_{\max} = 200$, $z_{0\max} = 2\sqrt{2}$, а кривые 3 и квадраты — $\mu_{\max} = 400$, $z_{0\max} = 2\sqrt{2}$. Сплошные линии и закрашенные знаки на рис. 2 соответствуют $q = 1$, штриховые линии и контурные знаки — $q = 0,3$.

На рис. 3 нанесены экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала β при различных значениях q и при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{j\max} - \theta_{j\min} = 3T_{\min}/2$, $\theta_{1\max} - \theta_{01} = \theta_{02} - \theta_{2\min} = T_{\min}/2$, $j = 1, 2$. Там же сплошными и штриховыми линиями показаны соответствующие теоретические зависимости $\beta = \beta(q)$, рассчитанные по формуле (14). При этом порог обнаружения $u_0(c)$ выбирался по фиксированной вероятности ложной тревоги $\alpha = 0,001$ в соответствии с критерием Неймана–Пирсона [5, 15, 18] и рассчитывался с использованием теоретической формулы (13). Кривые 1 и квадраты на рис. 3 соответствуют значениям $\mu_0 = 50$, кривые 2 и треугольники —

$\mu_0 = 100$, а кривые 3 и кружочки — $\mu_0 = 200$. Сплошные линии и закрашенные знаки на рис. 3 соответствуют $z_0 = 2\sqrt{2}$, штриховые линии и контурные знаки — $z_0 = 0$.

На рис. 4 показаны экспериментальные значения нормированного рассеяния $V^* = V_1/T_{\max}^2$ оценки θ_{1m} (16) момента появления стохастического сигнала, полученные при $T_{\max} = 4T_{\min}$, $\theta_{j\max} - \theta_{j\min} = 3T_{\min}/2$, $\theta_{1\max} - \theta_{01} = \theta_{02} - \theta_{2\min} = T_{\min}/2$, $j = 1, 2$. Соответствующие экспериментальные значения нормированного рассеяния оценки θ_{2m} момента исчезновения сигнала практически совпадают с показанными на рис. 4. Там же нанесены соответствующие теоретические зависимости $V^* = V^*(q)$, рассчитанные по формулам (22) с использованием аппроксимации (21) (штриховые линии) и по более простым, но менее точным асимптотическим формулам (23) (сплошные линии). Кривые 1 и кружочки на рис. 4 соответствуют значениям $\mu_0 = 100$, $z_0 = 0$, кривые 2 и треугольники — $\mu_0 = 100$, $z_0 = 7$, кривые 3 и квадраты — $\mu_0 = 200$, $z_0 = 7$.

Приведённые на рис. 2–4 результаты моделирования получены на основе обработки не менее $N = 10^4$ реализаций наблюдаемых данных $x(t)$. В результате с вероятностью 0,95 границы доверительных интервалов для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала на рис. 2, 3 отклоняются от экспериментальных значений не более, чем на 20 %, при $\{\alpha, \beta\} > 0,01$, и не более, чем на 40 %, при $\{\alpha, \beta\} > 0,03$. Границы доверительных интервалов для рассеяний оценок на рис. 4 отклоняются от экспериментальных значений не более, чем на 30 %, с вероятностью 0,9.

Из рис. 2, 3 и других результатов моделирования следует, что теоретическая асимптотическая формула (13) для вероятности ложной тревоги α удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные данные уже при $\mu_{\min} \geq 20 \div 25$ ($\mu_{j\min} \geq 10 \div 12$). Теоретическая формула (14) для вероятности пропуска сигнала β удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные данные при $\mu_{\min} \geq 20 \div 25$ ($\mu_{j\min} \geq 10 \div 12$) и $\mu_0 \geq 40 \div 50$ ($\mu_{0j} \geq 20 \div 25$). При этом точность выражений (13), (14) для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала возрастает с увеличением μ_{\min} ($\mu_{j\min}$) и μ_0 (μ_{0j}) (2), (9).

Из рис. 4 и других результатов моделирования следует, что теоретические асимптотические формулы (23) и (22), (21) для рассеяний ОМП (16) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные уже при $\mu_{\min} \geq 20 \div 25$ ($\mu_{j\min} \geq 10 \div 12$) и $\mu_0 \geq 40 \div 50$ ($\mu_{0j} \geq 20 \div 25$), а также при $\{z, z_N\} \geq 3 \div 4$ (для более простых формул (23)) или при $\{z, z_N\} \geq 0,7 \div 1$ (для более точных формул (22), (21)). При этом точность выражений (21)–(23) для характеристик ОМП (16) возрастает с увеличением μ_{\min} ($\mu_{j\min}$), μ_0 (μ_{0j}) (2), (9), а также отношений сигнал–шум z и z_N (20).

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Администрации Воронежской области (проекты 06-07-96301 и 07-01-00042).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ванжа А. В., Силаев А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 12. С. 1257.
2. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 3. С. 271.
3. Мальцев А. А., Силаев А. М. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32, № 6. С. 1241.
4. Мальцев А. А., Силаев А. М. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 5. С. 1024.
5. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
6. Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфёнов В. И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж: ВГУ, 1991.
7. Тартаковский А. Г. // Проблемы передачи информации. 1988. Т. 24, № 2. С. 39.
8. Репин В. Г. // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27, № 1. С. 61.

9. Трифонов А. П., Парфёнов В. И., Мишин Д. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 10. С. 889.
10. Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И. Модулирующие помехи и приём радиосигналов. М.: Сов. радио, 1972.
11. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г. П. Тартаковского. М.: Сов радио, 1963. Т. 1.
12. Харкевич А. А. Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1973. С. 524.
13. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 3. М.: Сов. радио, 1977.
14. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
15. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
16. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
17. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
18. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.

Поступила в редакцию 18 июня 2007 г.; принята в печать 20 ноября 2007 г.

RECEPTION OF STOCHASTIC SIGNAL WITH UNKNOWN TIMES OF APPEARANCE AND DISAPPEARANCE

A. P. Trifonov, A. V. Zakharov

The algorithms of detection of Gaussian stochastic signal and of estimation of its unknown appearance and disappearance moments is obtained by maximum likelihood method. The expressions for detection and estimation characteristics are found. The limitations of this expressions are obtained by means of computer statistical modelling.