

284

P250
№4/2009

274

ISSN 0033-8486

РАДИОТЕХНИКА

XXI век

4 2009

www.radiotec.ru

В НОМЕРЕ:

Журнал в журнале

РАДИОСИСТЕМЫ

Выпуск 137 Радиолокация и связь, № 7

Выпуск 138 Помехоустойчивость
приема сигналов, № 3



Тел./факс: (495) 625-9241
E-mail: info@radiotec.ru
[Http://www.radiotec.ru](http://www.radiotec.ru)

ОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70775 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

Оценка дисперсии случайного радиоимпульса с неизвестным временем прихода при наличии помехи с неизвестной интенсивностью

© А.П. Трифонов, О.В. Чернойров, Д.Н. Шепелев

На основе метода максимального правдоподобия выполнен синтез алгоритмов оценки дисперсии случайного радиоимпульса, наблюдаемого на фоне белого шума и полосовой помехи, в условиях различной априорной неопределенности относительно интенсивностей действующих помех. Найдены асимптотические выражения для характеристик предложенных алгоритмов. Показано, что реализация адаптации по неизвестной интенсивности полосовой помехи позволяет получить алгоритм оценки дисперсии случайного радиоимпульса, потери в точности в котором из-за незнания спектральных плотностей помехи и белого шума асимптотически отсутствуют.

Ключевые слова: случайный импульсный сигнал, полосовая помеха с неизвестной интенсивностью, метод максимального правдоподобия, адаптивный измеритель дисперсии, метод локально-марковской аппроксимации.

Задача оценки дисперсии стационарных случайных процессов рассмотрена в ряде работ [1 – 3 и др.]. В то же время во многих приложениях статистической радиотехники и радиофизики необходимо оценивать дисперсию существенно нестационарных случайных импульсов, наблюдаемых на фоне помех.

В [4] предложен способ аппаратной реализации и исследована эффективность максимально-правдоподобного измерителя дисперсии случайного импульсного сигнала с неизвестным временем прихода на фоне гауссовского белого шума. Однако достаточно часто помимо собственных шумов радиоэлектронной системы полезный сигнал искажается аддитивной внешней помехой с неизвестной в общем случае интенсивностью. Примерами таких помех могут служить внешняя непреднамеренная (взаимная) помеха, прошедшая через входной фильтр (преселектор) приемного устройства [3], или преднамеренная заградительная шумовая помеха [5,6].

Положим в отличие от [4], что на интервале времени $[T_1, T_2]$ наблюдается реализация случайного процесса

$$x(t) = s(t, \lambda_0, D_0) + n(t) + v(t), \quad (1)$$

где $s(t, \lambda_0, D_0)$ – случайный гауссовский импульс

$$s(t, \lambda_0, D_0) = \xi(t) I\left(\frac{t - \lambda_0}{\tau}\right), \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < \frac{1}{2}, \\ 0, & |x| \geq \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (2)$$

представляющий собой отрезок реализации стационарного центрированного гауссовского случайного процесса $\xi(t)$ с дисперсией D_0 , временем прихода λ_0 и длительностью τ . Спектральную плотность (СП) процесса $\xi(t)$ запишем в виде [7]

$$G(\omega) = \frac{\pi D_0}{\Omega} \left\{ I\left(\frac{\vartheta - \omega}{\Omega}\right) + I\left(\frac{\vartheta + \omega}{\Omega}\right) \right\}.$$

Здесь ϑ – центральная частота, а Ω – ширина полосы частот процесса $\xi(t)$. Как и в [4], аддитивную помеху $n(t)$ будем считать гауссовским белым шумом с односторонней СП N_0 . В качестве модели внешней помехи $v(t)$ выберем стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий СП [5 – 7]

$$G_v(\omega) = \frac{\gamma_0}{2} \left\{ I\left(\frac{\vartheta - \omega}{\omega_m}\right) + I\left(\frac{\vartheta + \omega}{\omega_m}\right) \right\}, \quad (3)$$

где ω_m и γ_0 – соответственно ширина полосы частот и величина СП процесса $v(t)$. Положим, что $\omega_m > \Omega$, а процессы $s(t)$, $n(t)$ и $v(t)$ статистически независимы. Кроме того, будем считать, что длительность τ радиоимпульса (2) значительно больше времени корреляции процесса $\xi(t)$, т.е. выполняется условие

$$\mu = \Omega/2\pi \gg 1. \quad (4)$$

По наблюдаемой реализации $x(t)$ (1) необходимо оценить дисперсию D_0 случайного процесса $\xi(t)$. Время прихода λ_0 радиоимпульса (2) и интенсивность γ_0 помехи $v(t)$ в общем случае могут быть неизвестны и принимать значения из априорных интервалов $\lambda_0 \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$, $\gamma_0 \in [0, \infty)$. При этом величины T_1 и T_2 таковы, что $T_1 \leq \Lambda_1 - \frac{\tau}{2} < \Lambda_2 + \frac{\tau}{2} \leq T_2$, т.е. сигнал (2) всегда находится внутри интервала наблюдения.

Для оценки дисперсии D_0 можно использовать измеритель, рассмотренный в [4]. В этом случае получаем оценку

$$D_{mv} = \max[0; M(\lambda_m)/\tau - E_N]. \quad (5)$$

Здесь $E_N = N_0\Omega/2\pi$ – средняя мощность шума $n(t)$ в полосе частот анализируемого процесса $\xi(t)$;

$$\lambda_m = \arg \sup M(\lambda), \quad \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2], \quad (6)$$

– оценка времени прихода λ_0 радиоимпульса (2), а функция

$$M(\lambda) = \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} y_1^2(t) dt, \quad (7)$$

где

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h_1(t-t') dt' \quad (8)$$

– выходной сигнал фильтра, передаточная функция $H_1(\omega)$ которого удовлетворяет условию $|H_1(\omega)|^2 = I[(\vartheta - \omega)/\Omega] + I[(\vartheta + \omega)/\Omega]$.

Определим характеристики оценки (5). Вводя безразмерный параметр $l = \lambda/\tau$, представим функционал $M(\lambda)$ в виде суммы [8] сигнальной $S(l)$ и шумовой $N(l)$ функций

$$M(l) = S(l) + N(l). \quad (9)$$

Здесь $S(l) = \langle M(l) \rangle$, $N(l) = M(l) - \langle M(l) \rangle$, а усреднение выполняется по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ (1) при фиксированных значениях неизвестных параметров λ_0 , γ_0 и D_0 . Согласно (7) сигнальная функция имеет вид

$$S(l) = S_1(l) + C, \quad (10)$$

где

$$S_1(l) = A \begin{cases} 1 - |l - l_0|, & |l - l_0| \leq 1, \\ 0, & |l - l_0| > 1; \end{cases} \quad (11)$$

$$A = \tau D_0, \quad C = \tau(E_N + E_\gamma), \quad E_\gamma = \gamma_0\Omega/2\pi$$

– средняя мощность внешней помехи в полосе частот анализируемого процесса.

В соответствии с (9) $\langle N(l) \rangle = 0$ и при $|l - l_0| < 1$, $i = 1, 2$,

$$\langle N(l_1)N(l_2) \rangle = \sigma_{ns}^2 \begin{cases} 1 - |l_1 - l_2| - g \min(|l_1 - l_0|; |l_2 - l_0|), \\ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) \geq 0; \\ 1 - |l_1 - l_2|, \\ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) < 0; \end{cases} \quad (12)$$

$$\sigma_{ns}^2 = \frac{[\tau E_N(1 + q_v + q_0)]^2}{\mu}, \quad g = \frac{q_0(2 + q_v + q_0)}{(1 + q_v + q_0)^2},$$

$$q_v = \frac{E_v}{E_N}, \quad q_0 = \frac{D_0}{E_N}.$$

Если же $\max(|l_1 - l_0|; |l_2 - l_0|) > 1$, то

$$\langle N(l_1)N(l_2) \rangle = \sigma_{ns}^2 \begin{cases} 1 - |l_1 - l_2|, & |l_1 - l_2| \leq 1; \\ 0, & |l_1 - l_2| > 1; \end{cases} \quad (13)$$

$$\sigma_{ns}^2 = [\tau E_N(1 + q_v)]^2 / \mu.$$

Используя (10) – (13), на основе результатов работ [8, 9] можно получить приближенное выражение для функции распределения $F_u(x)$ случайной величины

$$u = [M(\lambda_m) - C] / \sigma_{ns}:$$

$$F_u(x) = F_S(x) F_N[x(1 + q_v + q_0)/(1 + q_v)],$$

$$F_S(x) = \Phi(x - z) - 2 \exp[\Psi^2 z^2 / 2 + \Psi z(z - x)] \times \\ \times \Phi[x - z(\Psi + 1)] + \exp[2\Psi^2 z^2 + 2\Psi z(z - x)] \times \\ \times \Phi[x - z(2\Psi + 1)], \quad (14)$$

$$F_N(x) = \begin{cases} \exp[-(mx/\sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2)], & x \geq 1; \\ 0, & x < 1; \end{cases}$$

где

$$z^2 = \frac{\mu q_0^2}{(1 + q_v + q_0)^2}, \quad \Psi = \frac{2(1 + q_v + q_0)^2}{(1 + q_v)^2 + (1 + q_v + q_0)^2}, \quad m = \frac{\Lambda_2 - \Lambda_1}{\tau},$$

$$\text{а } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi} - \text{интеграл вероятности [7].}$$

Согласно [9] формулы (14) справедливы при выполнении условий $\mu \gg 1$ (4), $z \gg 1$, $m \gg 1$, и их точность возрастает с увеличением μ , z , m . При $m \lesssim 1$ (порядка единицы или менее) и $\mu \gg 1$ ($z \gg 1$)

$$F_u(x) \approx F_S(x). \quad (15)$$

Функция распределения $F_{mv}(x)$ оценки D_{mv} связана с функцией $F_u(x)$ соотношением

$$F_{mv}(x) = P[D_{mv} < x] = F_u[z(x/D_0 - q_v/q_0)] \quad (16)$$

при $x \geq 0$ и $F_{mv}(x) = 0$ при $x < 0$.

С учетом (16) получаем выражения для смещения (систематической ошибки) $b(D_{mv}) = \langle D_{mv} \rangle - D_0$ и рассеяния (среднего квадрата ошибки) $V(D_{mv}) = \langle (D_{mv} - D_0)^2 \rangle$ оценки (5):

$$b(D_{mv}) = \int_0^{\infty} [1 - F_{mv}(x)] dx - D_0, \quad (17)$$

$$V(D_{mv}) = 2 \int_0^{\infty} (x - D_0) [1 - F_{mv}(x)] dx + D_0^2.$$

Выполнить интегрирование в (17) аналитически удастся только для случая $m \lesssim 1$. Используя аппрокси-

мацию (15) функции $F_u(x)$, для характеристик оценки D_{mv} (5) получаем

$$b(D_{mv}) = D_0 \left\{ \left(1 + \frac{q_v}{q_0} + \frac{3}{2\Psi z^2} \right) \Phi \left[z \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right] + \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{z^2}{2} \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right)^2 \right] + \frac{2}{\Psi z^2} \exp \left[\Psi z^2 \left(\frac{\Psi}{2} + \frac{q_v}{q_0} + 1 \right) \right] \times \right. \\ \times \left[1 - \Phi \left(z \left(\Psi + 1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right) \right] - \frac{1}{2\Psi z^2} \exp \left[2\Psi z^2 \left(\Psi + 1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right] \times \\ \times \left[1 - \Phi \left(z \left(2\Psi + 1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right) \right] - 1 \right\}, \\ V(D_{mv}) = D_0^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{q_v^2}{q_0^2} - \frac{1}{z^2} - \frac{3q_v}{q_0\Psi z^2} - \frac{7}{2\Psi^2 z^4} \right) \times \right. \\ \times \Phi \left[z \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right] - \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{q_v}{q_0} - \frac{3}{\Psi z^2} \right) \exp \left[-\frac{z^2}{2} \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right)^2 \right] - \\ - \left(1 - \frac{1}{\Psi z^2} \right) \frac{4}{\Psi z^2} \exp \left[\frac{\Psi^2 z^2}{2} + \Psi z^2 \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right] \times \\ \times \left[1 - \Phi \left(z \left(\Psi + 1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right) \right] + \left(1 - \frac{1}{2\Psi z^2} \right) \times \\ \times \frac{1}{\Psi z^2} \exp \left[2\Psi^2 z^2 + 2\Psi z^2 \left(1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right] \left[1 - \Phi \left(z \left(2\Psi + 1 + \frac{q_v}{q_0} \right) \right) \right] \right\}. \quad (18)$$

Полагая в (14) – (18) $q_v = 0$, приходим к полученным в [4] выражениям для функции распределения и характеристик оценки дисперсии случайного радиоимпульса (2) в отсутствие внешней помехи $v(t)$.

Количественно охарактеризовать проигрыш в точности измерения из-за наличия внешней помехи можно отношением $\rho_1 = V(D_{mv})/V(D_m)$. Здесь $V(D_m) = V(D_{mv})|_{q_v=0}$ – рассеяние оценки (5) в отсутствие внешней помехи [4]. На рис. 1 для $m=20$ штриховыми линиями нанесены зависимости $\rho_1(q_v)$, рассчитанные по (14), (17) при $\mu=100$, а сплошными линиями – при $\mu=200$. Кривые 1 соответствуют $q_0=0,25$; 2 0,5; 3 – 1. Из рис. 1 следует, что с увеличением отношения помеха-шум q_v потери в точности оценки (5) возрастают и могут достигать значительной величины. При этом с ростом μ и уменьшением q_0 влияние внешней помехи на точность оценки D_{mv} (5) увеличивается.

Повысить точность оценки дисперсии D_0 случайного радиоимпульса (2) можно, если при синтезе алгоритма оценки по методу максимального правдоподобия учесть наличие внешней помехи $v(t)$. С этой целью

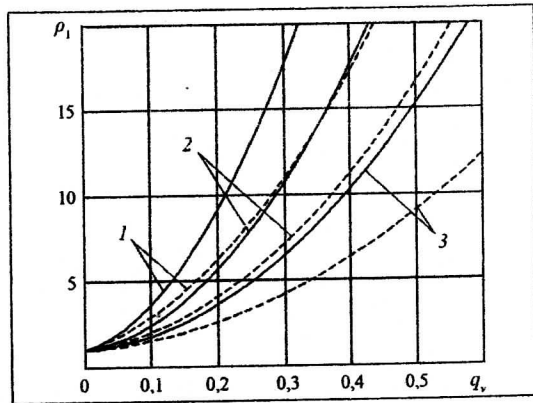


Рис. 1

обозначим $L(\lambda, D, \gamma)$ – логарифм функционала отношения правдоподобия для гипотезы $x(t) = s(t, \lambda, D_0) + v(t) + n(t)$ против альтернативы $x(t) = n(t)$. При выполнении (4) согласно [10, 11] имеем

$$L(\lambda, D, \gamma) = \tau \left\{ \frac{1}{\mu(N_0 + \gamma)} \left[\frac{d}{N_0 + \gamma + d} \int_{\lambda^{-1/2}}^{\lambda + \tau/2} y_1^2(t) dt + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\gamma}{N_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} y_2^2(t) dt \right] - \ln \left(1 + \frac{\gamma + d}{N_0} \right) - (K - 1) \ln \left(1 + \frac{\gamma}{N_0} \right) \right\}, \quad (19)$$

где $y_1(t)$ определяется из (8), $y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h_2(t - t') dt'$

– выходной сигнал фильтра с передаточной функцией $H_2(\omega)$, удовлетворяющей условию $|H_2(\omega)|^2 = I[(\vartheta - \omega)/\omega_m] + I[(\vartheta + \omega)/\omega_m]$, $d = 2\pi D/\Omega$, а $K = (T_2 - T_1)\omega_m/\pi\Omega$. Отметим, поскольку $T_1 < \Lambda_1$, $T_2 > \Lambda_2$ и $\omega_m > \Omega$, то всегда выполняется соотношение $K > m$. (20)

Если величина γ_0 СП (3) помехи $v(t)$ априори известна, то оценка максимального правдоподобия (ОМП) D_{m0} дисперсии D_0 имеет вид

$$D_{m0} = \arg \sup_D L(\lambda_m, D, \gamma_0). \quad (21)$$

Здесь

$$\lambda_m = \arg \sup_{\lambda} L(\lambda, D_{m0}, \gamma_0), \quad \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2] \quad (22)$$

– ОМП времени прихода λ_0 радиоимпульса (2).

Как следует из (19), ОМП (22) совпадает с оценкой (6). Подставляя (19) в (21), находим

$$D_{m0} = \max [0; M(\lambda_m)/\tau - E_N - E_\gamma], \quad (23)$$

где функция $M(\lambda)$ определяется из (7).

Положим вначале, что величина γ_0 СП (3) априори точно неизвестна, но можно указать ее некоторое приближенное ожидаемое (предполагаемое) значение γ^* . Кроме того, будем считать, что СП N_0 белого шума $n(t)$ также известна неточно, т. е. вместо истинного значения N_0 при синтезе измерителя используется некоторое ожидаемое значение N^* , в общем случае не равное N_0 . Тогда, заменяя в (23) неизвестные значения γ_0 и N_0 на их ожидаемые значения γ^* и N^* , получаем

$$D_m^* = \max \left[0; M(\lambda_m) / \tau - E_N^* - E_\gamma^* \right], \quad (24)$$

где $E_N^* = N^* \Omega / 2\pi$, $E_\gamma^* = \gamma^* \Omega / 2\pi$. Оценку (24) в отличие от ОМП (23) назовем квазиравнодоподобной оценкой (КПО). Действительно, при $\gamma^* = \gamma_0$ и $N^* = N_0$ КПО (24) переходит в ОМП (23).

Алгоритм КПО D_m^* (24) дисперсии D_0 случайного радиопульса (2) можно реализовать с помощью измерителя, предложенного в [4, рис. 3]. Для этого на вычитающее устройство измерителя вместо средней мощности E_N шума $n(t)$ следует подавать предполагаемую среднюю мощность $E_N^* + E_\gamma^*$ суммарной помехи $n(t) + v(t)$.

Рассмотрим, в какой степени отклонение ожидаемых значений γ^* и N^* от истинных величин γ_0 и N_0 СП помехи и шума влияет на характеристики КПО (24). Аналогично (14) – (16) можно показать, что функция распределения $F_m^*(x)$ оценки D_m^* (24) связана с функцией $F_u(x)$ выражением

$$F_m^*(x) = F_u \left\{ x / D_0 + (1 + q_v) \delta_E / q_0 \right\}, \quad x \geq 0. \quad (25)$$

Здесь $\delta_E = (E_N^* + E_\gamma^* - E_N - E_\gamma) / (E_N + E_\gamma)$, а $F_u(x)$ определяется из (14) при $m \gg 1$ или из (15) при $m \leq 1$. Соответственно, выражения для смещения $b(D_m^*)$ и рассеяния $V(D_m^*)$ оценки D_m^* (24) можно найти из (17) при замене $F_{mv}(x)$ на $F_m^*(x)$. Выполняя интегрирование в (17) для случая $m \leq 1$, получаем

$$b(D_m^*) = D_0 \left\{ \left(1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E + \frac{3}{2\psi z^2} \right) \Phi \left[z \left(1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right] + \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{z^2}{2} \left(1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right)^2 \right] + \frac{2}{\psi z^2} \exp \left[\psi z^2 \left(\frac{\psi}{2} - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E + 1 \right) \right] \times \right.$$

$$\times \left[1 - \Phi \left(z \left(\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right) \right] - \frac{1}{2\psi z^2} \exp \left[2\psi z^2 \left(\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right] \times \left. \times \left[1 - \Phi \left(z \left(2\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right) \right] - 1 \right\}, \quad (26)$$

$$V(D_m^*) = D_0^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{(1 + q_v)^2}{q_0^2} \delta_E^2 - \frac{1}{z^2} + \frac{3(1 + q_v)}{q_0 \psi z^2} \delta_E - \frac{7}{2\psi^2 z^4} \right) \times \right. \\ \times \Phi \left[z \left(1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right] - \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \left(1 + \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E - \frac{3}{\psi z^2} \right) \exp \left[-\frac{z^2}{2} \times \right. \\ \times \left. \left(1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right)^2 \right] - \left(1 - \frac{1}{\psi z^2} \right) \frac{4}{\psi z^2} \exp \left[\psi z^2 \left(\frac{\psi}{2} - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E + 1 \right) \right] \times \\ \times \left[1 - \Phi \left(z \left(\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right) \right] + \left(1 - \frac{1}{2\psi z^2} \right) \frac{1}{\psi z^2} \exp \left[2\psi z^2 \times \right. \\ \times \left. \left(\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right] \left. \left[1 - \Phi \left(z \left(2\psi + 1 - \frac{1 + q_v}{q_0} \delta_E \right) \right) \right] \right\}.$$

При $\gamma^* = \gamma_0$, $N^* = N_0$ ($\delta_E = 0$) характеристики КПО (24) переходят в соответствующие характеристики ОМП (23).

Формулы (16), (25) позволяют найти выигрыш в точности оценки дисперсии случайного радиопульса (2) вследствие учета влияния помехи $v(t)$ при априори известных γ_0 и N_0 . Для этого введем в рассмотрение отношение $\chi_1 = V(D_{mv}) / V(D_{m0})$ рассеяния $V(D_{mv})$ оценки (5) к рассеянию $V(D_{m0})$ оценки (23). На рис. 2 для $m = 20$ штриховыми линиями нанесены зависимости $\chi_1(q_v)$, рассчитанные по (14), (17), (25) при $\mu = 100$, а сплошными линиями – при $\mu = 200$. Кривые 1 соответствуют $q_0 = 0,25$; 2 – 0,5; 3 – 1. Согласно рисунку, измеритель (23) обеспечивает существенный выигрыш в точности оценки дисперсии процесса $\xi(t)$ по сравнению с измерителем (5), особенно при больших значениях μ и q_v . Однако реализация этого выигрыша не всегда возможна, поскольку интенсивности γ_0 и N_0 помехи $v(t)$ и шума $n(t)$ могут быть априори неизвестны или известны неточно. Охарактеризовать влияние отклонений ожидаемых значений γ^* и N^* от их истинных величин γ_0 и N_0 на точность КПО (24) можно отношением $\rho_2 = V(D_m^*) / V(D_{m0})$. Зависимости $\rho_2(\delta_E)$ при $m = 20$ и $\mu = 200$ приведены на рис. 3. Кривая 1 рассчитана для значений $q_0 = 0,25$, $q_v = 1$; 2 – $q_0 = 0,25$, $q_v = 0$; 3 – $q_0 = 1$, $q_v = 1$; 4 – $q_0 = 1$, $q_v = 0$.

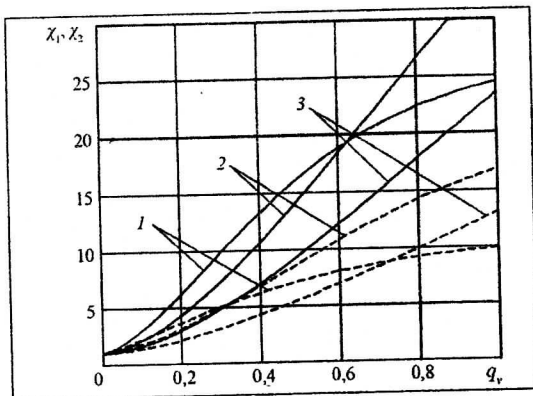


Рис. 2

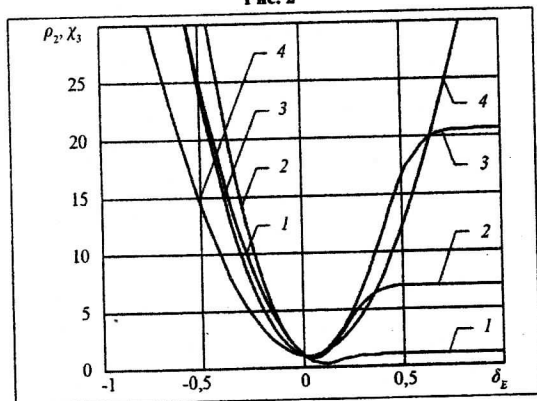


Рис. 3

Анализ кривых на рисунке показывает, что незнание СП внешней помехи и белого шума может привести к существенному снижению точности оценки дисперсии (24). Выполнение условия $q_r = 0$ означает, что внешняя помеха отсутствует. Следовательно, КПО (24) совпадает в этом случае с оценкой, аналогичной рассмотренной в [4], но синтезированной в предположении, что СП N_0 белого шума $n(t)$ известна неточно. Соответственно, потери в точности оценки дисперсии D_0 случайного радиопульса (2) при $q_r = 0$ обусловлены только отклонением ожидаемого значения N^* от N_0 . Видим (кривые 2, 4), что даже при не слишком больших относительных отклонениях N^* от истинного значения СП N_0 шума $n(t)$ точность КПО (24) значительно снижается.

Уменьшить потери в точности оценки дисперсии D_0 случайного радиопульса (2) из-за незнания интенсивности помехи $v(t)$ можно, реализуя адаптацию по неизвестному параметру γ_0 . В этом случае ОМП \hat{D}_m дисперсии D_0 запишется в виде

$$\hat{D}_m = \arg \sup_D L(\lambda_m, D); \quad L(\lambda, D) = \sup_{\gamma} L(\lambda, D, \gamma) \quad (27); (28)$$

где $\lambda_m = \arg \sup_{\lambda} L(\lambda, \hat{D}_m)$ и совпадает с оценкой (6).

Подставляя (19) в (27), (28), находим

$$\hat{D}_m = \max \left[0; \hat{M}(\lambda_m) / \tau \right],$$

$$\hat{M}(\lambda) = \frac{1}{K-1} \left[KM(\lambda) - \int_{\tau_1}^{\tau_2} y_2^2(t) dt \right]. \quad (29)$$

Из (29) следует, что структура синтезированного алгоритма оценки дисперсии инвариантна к СП внешней помехи γ_0 и белого шума N_0 .

Оценку (29) можно получить с помощью измерителя, структурная схема которого показана на рис. 4, где обозначено: 1 – фильтр с передаточной функцией $H_1(\omega) \sqrt{K/\tau(K-1)}$; 2 – квадрататор; 3 – интегратор; 4 – линия задержки на время τ ; 5 – ключ, открывающийся на время $[\Lambda_1 + \tau/2; \Lambda_2 + \tau/2]$; 6 – пиковый детектор; 7 – ключ, открывающийся на время $[T_1, T_2]$; 8 – фильтр с передаточной функцией $H_2(\omega) \sqrt{\tau(K-1)}$; 9 – нелинейный элемент с характеристикой $f(x) = \max(0; x)$; 10 – стробирующее устройство, формирующее отсчет сигнала в момент времени T_2 . Величина отсчета на выходе стробирующего устройства 10 является оценкой \hat{D}_m (29).

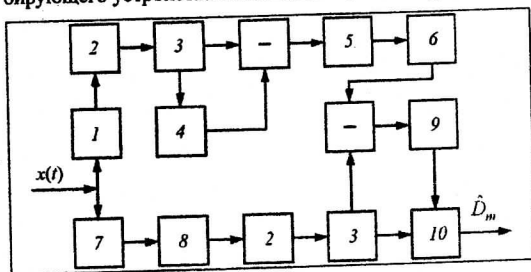


Рис. 4

Найдем характеристики ОМП \hat{D}_m (29). Для этого, аналогично (9), представим функционал $\hat{M}(\lambda)$ в виде суммы сигнальной $\hat{S}(t)$ и шумовой $\hat{N}(t)$ функций:

$$\hat{M}(t) = \hat{S}(t) + \hat{N}(t). \quad (30)$$

Здесь $\hat{S}(t) = \langle \hat{M}(t) \rangle$, $\hat{N}(t) = \hat{M}(t) - \langle \hat{M}(t) \rangle$, а усреднение, как и ранее, выполняется по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ (1) при фиксированных значениях неизвестных параметров λ_0 , γ_0 и D_0 . Сигнальную функцию запишем в виде

$$\hat{S}(t) = A \begin{cases} 1 - K |t - l_0| / (K - 1), & |t - l_0| \leq 1; \\ -1 / (K - 1), & |t - l_0| > 1; \end{cases} \quad (31)$$

где A определяется из (11).

В соответствии с (30) $\langle \hat{N}(t) \rangle = 0$ и при $|t_i - l_0| < 1$, $i = 1, 2$,

$$\langle \hat{N}(l_1) \hat{N}(l_2) \rangle = \hat{\sigma}_{ns}^2 \begin{cases} 1 - |l_1 - l_2| - g \min(|l_1 - l_0|; |l_2 - l_0|) \\ - 2g [1 - |l_0 - (l_1 + l_2)/2|] / K - \hat{\lambda}, \\ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) \geq 0; \\ 1 - (1 - g/K) |l_1 - l_2| - 2g/K - \hat{\lambda}, \\ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) < 0; \end{cases} \quad (32)$$

где

$$\hat{\sigma}_{ns}^2 = K^2 \sigma_{ns}^2 / (K-1)^2, \quad \hat{\lambda} = (1 + q_v)^2 / K(1 + q_v + q_0)^2 - g/K,$$

а $\hat{\sigma}_{ns}^2$ и g определены в (12).

Если же $\max(|l_1 - l_0|; |l_2 - l_0|) > 1$, то

$$\langle \hat{N}(l_1) \hat{N}(l_2) \rangle = \hat{\sigma}_n^2 \begin{cases} 1 - |l_1 - l_2| - \hat{B}, & |l_1 - l_2| \leq 1; \\ -\hat{B}, & |l_1 - l_2| > 1; \end{cases} \quad (33)$$

$$\hat{\sigma}_n^2 = K^2 \sigma_n^2 / (K-1)^2,$$

$$\hat{B} = 1/K - q_0(2 + 2q_v + q_0) / K^2(1 + q_v)^2.$$

Установленные свойства функционала $\hat{M}(l)$ (30) позволяют, аналогично (15), (16), записать функцию распределения $\hat{F}_m(x)$ оценки \hat{D}_m (29) при $m \leq 1$:

$$\hat{F}_m(x) = \hat{F}_S(x/D_0H), \quad x \geq 0, \quad (34)$$

где

$$\hat{F}_S(x) = \Phi(x - \hat{z}) - 2 \exp\left[\frac{\hat{\Psi}^2 z^2}{2} + \hat{\Psi} z(\hat{z} - x)\right] \times \\ \times \Phi(x - \hat{\Psi} z - \hat{z}) + \exp\left[2\frac{\hat{\Psi}^2 z^2}{2} + 2\hat{\Psi} z(\hat{z} - x)\right] \Phi(x - 2\hat{\Psi} z - \hat{z}),$$

$$\hat{\Psi} = (K-1)^2 H \Psi / K^2, \quad \hat{z} = z / \sqrt{H},$$

$$H = 1 + (1 + q_v)^2 / (K-1)(1 + q_v + q_0)^2.$$

Подставляя в (17) аппроксимацию $\hat{F}_m(x)$ (34) вместо $F_{mv}(x)$, после интегрирования получаем смещение

$b(\hat{D}_m)$ и рассеяние $V(\hat{D}_m)$ ОМП \hat{D}_m (29) при $m \leq 1$:

$$b(\hat{D}_m) = D_0^2 \left\{ \left(1 + \frac{3}{2\hat{\Psi}^2 z^2} \right) \Phi(\hat{z}) + \frac{1}{\hat{z}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\hat{z}^2}{2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{\hat{\Psi}^2 z^2} \exp\left(\frac{\hat{\Psi}^2 z^2}{2} + \hat{\Psi} z \hat{z}\right) \left[1 - \Phi(\hat{\Psi} z + \hat{z}) \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\hat{\Psi}^2 z^2} \exp\left[2\hat{\Psi} z(\hat{\Psi} z + \hat{z})\right] \left[1 - \Phi(2\hat{\Psi} z + \hat{z}) \right] - 1 \right\}, \\ V(\hat{D}_m) = D_0^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{1}{\hat{z}^2} - \frac{7}{2\hat{\Psi}^2 z^2} \right) \Phi(\hat{z}) - \right. \\ \left. - \left(1 - \frac{3}{\hat{\Psi}^2 z^2} \right) \frac{1}{\hat{z}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\hat{z}^2}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{\hat{\Psi}^2 z^2} \right) \frac{4}{\hat{\Psi}^2 z^2} \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{\hat{\Psi}^2 z^2}{2} + \hat{\Psi} z \hat{z}\right) \left[1 - \Phi(\hat{\Psi} z + \hat{z}) \right] + \left(1 - \frac{1}{2\hat{\Psi}^2 z^2} \right) \frac{1}{\hat{\Psi}^2 z^2} \times \right. \\ \left. \times \exp\left[2\hat{\Psi} z(\hat{\Psi} z + \hat{z})\right] \left[1 - \Phi(2\hat{\Psi} z + \hat{z}) \right] \right\}. \quad (35)$$

Если же $m \gg 1$, то согласно (20) в (31)–(33) следует положить $K \gg 1$. Тогда характеристики функционала $\hat{M}(\lambda)$ (29) совпадают с характеристиками цен-трированного функционала $[M(\lambda) - C]$ (7). В результате при $m \gg 1$ характеристики ОМП \hat{D}_m (29) с неизвестной величиной γ_0 СП (3) внешней помехи $\nu(t)$ совпадают с соответствующими характеристиками ОМП D_{m0} (21) при априори известной величине γ_0 СП. Таким образом, кривые на рис. 2 показывают также выигрыш $\chi_2 = V(D_{mv})/V(\hat{D}_m)$ в точности ОМП (29) по сравнению с точностью оценки (5), синтезированной в [4]. Соответственно, кривые на рис. 3 показывают выигрыш $\chi_3 = V(D_m^*)/V(\hat{D}_m)$ в точности ОМП (29) по сравнению с точностью КПО (24). Согласно рис. 2, 3, выигрыш в точности оценки дисперсии, обеспечиваемый адаптивным измерителем (29), показанным на рис. 4, может быть значительным.

Если $m \leq 1$, то величина K может быть мала, и, следовательно, точность адаптивной оценки \hat{D}_m (29) в общем случае будет ниже точности ОМП D_{m0} (23). Проигрыш в точности ОМП (29) по сравнению с ОМП (23) будем характеризовать отношением $\rho_3 = V(\hat{D}_m)/V(D_{m0})$, где $V(D_{m0})$ и $V(\hat{D}_m)$ определяются из (26) (при $\delta_E = 0$) и (35) соответственно. Зависимости $\rho_3 = \rho_3(K)$ при $\mu = 200$ представлены на рис. 5. Кривая 1 рассчитана для значений $q_0 = 0,25$, $q_v = 1$; 2 – $q_0 = 0,25$, $q_v = 0$; 3 – $q_0 = 1$, $q_v = 1$; 4 – $q_0 = 1$, $q_v = 0$. Как видно из рисунка, проигрыш в точности адаптивной оценки (29) по сравнению с оценкой (23) монотонно возрастает с уменьшением K и q_0 и увеличением q_v и достигает значительных величин при малых K . Кривые 2 и 4, рассчитанные при $q_v = 0$, характеризуют влияние на точность оценки дисперсии

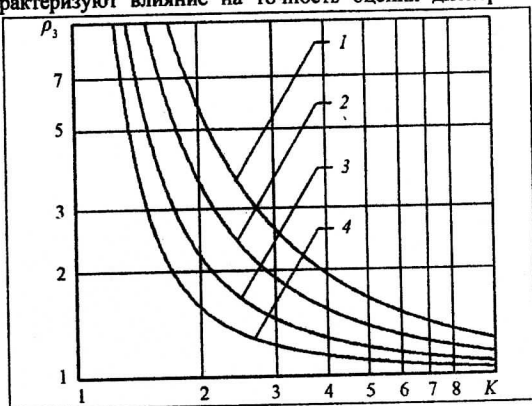


Рис. 5

адаптации только по белому шуму, в отсутствие внешней помехи. Анализ этих кривых показывает, что даже при приеме случайного радиопульса на фоне собственных шумов с неизвестной интенсивностью проигрыш в точности адаптивной оценки \hat{D}_m (29) по отношению к ОМП D_{m0} (23) при малых K может быть значительным. Однако при $K > 8-10$ характеристики ОМП \hat{D}_m (29) и ОМП D_{m0} (23) практически совпадают, так что проигрыш в точности оценки дисперсии из-за незнания интенсивности помехи и белого шума отсутствует. Отсюда следует в частности, что адаптивный измеритель дисперсии (29) целесообразно использовать даже в отсутствие внешней помехи, если СП белого шума априори неизвестна и K может быть сделано достаточно большим.

● Таким образом, полученные выражения позволяют сделать обоснованный выбор между оценками (5), (23), (24) и (29) в зависимости от имеющейся априорной информации об анализируемом процессе, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и степени простоты их аппаратной реализации.

Литература

1. Мирский Г.Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М.: Энергия. 1972.
2. Куликов Е.И. Методы измерения случайных процессов. М.: Радио и связь. 1986.
3. Трифонов А.П., Алексеев С.П. Квазиправдоподобная оценка дисперсии стационарного гауссовского случайного процесса // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1994. Т.37. №11. С.10-18.
4. Трифонов А.П., Захаров А.В., Чернояров О.В. Оценка дисперсии случайного импульса с неизвестным временем прихода // Радиотехника и электроника. 1996. Т.41. №10. С. 1207-1210.
5. Вакин С.А., Шустов Л.Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки. М.: Сов. радио. 1968.
6. Палий А.И. Радиотехническая борьба. М.: Воениздат. 1981.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь. 1982.
8. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь. 1986.
9. Трифонов А.П., Захаров А.В. Прием сигнала с неизвестной временной задержкой при наличии модулирующей помехи // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29. №4. С. 36-41.
10. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: Пер. с англ. // М.: Сов. радио. 1977. Т.3.
11. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж: ВГУ, 1991.

Поступила 4 сентября 2007 г.

Variance Estimation of Random Radioimpulse with Unknown Time Delay at Presence of the Interference with Unknown Intensity

© A.P. Trifonov, O.V. Chernoyarov, D.N. Shepelev

In practical applications of the location and communication it is often necessary to measure the time and power parameters of high-frequency pulse signals observed against noise background. Gaussian random radio-impulse is wide spread as an adequate model of such signals. It is a result of the multiplicative combination of rectangular modulated function of a large duration and realization of a centered Gaussian random process. In a number of works the estimations of time delay and dispersion of Gaussian random radio-impulse synthesized under the assumption that registration errors have a nature of the additive Gaussian white noise with a priori known spectral density have been examined. However the useful signal often can be distorted by additive correlated external interference with unknown intensity in addition to own electronic system noises approximated by Gaussian white noise. In this paper the joint estimation algorithms of time delay and dispersion of random radio-impulse have been synthesized in conditions of various a priori uncertainty about the intensities of white noise and interference using the method of maximum likelihood. It has been shown that the measurements of time delay and dispersion of random radio-impulse can be realized in the form of simple single-channel devices if the spectral densities of external interference and random substructure of the useful signal accept band approximation. It has been found out that the use of adaptive approach to remove of a priori uncertainty about unknown intensity of external interference allows to receive the estimation algorithm of time and power parameters of random radio-impulse which is invariant to the intensity of white noise.

On the base of the locally-Markov approximation method the asymptotically exact expressions for the biases (systematic errors) and variances (mean squares errors) of joint time delay and dispersion estimations of random radio-impulse taking account anomalous errors have been received. It has been shown that the losses in accuracy of the adaptive estimations because of ignorance of white noise and interference intensities are asymptotically absent if the observation time is much greater than duration of the useful signal or bandwidth of the external interference significantly exceeds bandwidth of the random radio-impulse substructure.

Keywords: random Gaussian impulse, band-pass interference with unknown intensity, maximum likelihood method, adaptive meter of a dispersion, method of locally-Markov approximation.

Трифонов Андрей Павлович – докт. техн. наук, профессор, зав. кафедрой радиофизики Воронежского государственного университета.
Чернояров Олег Вячеславович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры радиотехнических систем Московского технического университета связи и информатики. e-mail: ovch@mail.ru
Шепелев Дмитрий Николаевич – аспирант кафедры радиотехнических систем Московского технического университета связи и информатики.