

ALGORITMO DE HORNER

Diego Barajas y Brandonn Cruz

July 2018

1 Problema

Dado un polinomio de la forma $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, encontrar las raíz de la función $P(x) = x_0$.

2 Formalización

2.1 Entradas

Un polinomio escrito de la forma: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$.
Representado como $L[n, n-1, n-2, \dots, 0]$ donde n es el grado del polinomio y donde $L[n] = a_nx^n$, $L[n-1] = a_{n-1}x^{n-1}$, ..., $L[0] = a_0$.
Rango de valores $[a, b]$ $a, b \in R$ en los cuales se buscan las raíces del polinomio.
Además de un valor $r \in R$ que indica la cantidad de cifras de redondeo.

2.2 Salidas

El valor de x donde $P(x) = x_0$.
Fundamento del Algoritmo de Horner:
$$P(x) = a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + \dots x_0(a_{n-1} + b_n x_0) \dots))$$
$$= a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + \dots x_0(b_{n-1}) \dots))$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$= a_0 + x_0(b_1)$$
$$= b_0$$

Donde: $b_n = a_n$
$$b_n = a_{n-1} + b_n x_0$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$b_0 = a_0 + b_1 x_0$$

(wikipedia, 2018)

Para hallar las raíces, una vez se tiene el algoritmo de Horner para calcular el polinomio con n número de sumas y n número de multiplicaciones, se pasa a buscar la raíz dentro del rango dado, de forma exhaustiva.

3 Manual de compilación

Ejecutar el archivo taller2.py.

4 Resultados

Para el ejemplo del polinomio $P(x) = 1_0 + 4_1x + 4_2x^2 + 4_3x^3 + 4_4x^4 + 4_5x^5 + 4_6x^6 + 4_7x^7 + 4_8x^8$, donde $x_0 = 0$, y el rango de valores es $[-1, 1]$ el programa muestra que las raíces -0.9113 y -0.3334 cumplen con la condición $P(x) = x_0$.

Reemplazando las raíces en la función queda:

$$P(x) = 1_0 + 4_1(-0.9113) + 4_2(-0.9113)^2 + 4_3(-0.9113)^3 + 4_4(-0.9113)^4 + 4_5(-0.9113)^5 + 4_6(-0.9113)^6 + 4_7(-0.9113)^7 + 4_8(-0.9113)^8 = -0.0000244870667529$$

$$P(x) = 1_0 + 4_1(-0.3334) + 4_2(-0.3334)^2 + 4_3(-0.3334)^3 + 4_4(-0.3334)^4 + 4_5(-0.3334)^5 + 4_6(-0.3334)^6 + 4_7(-0.3334)^7 + 4_8(-0.3334)^8 = -0.0000244870667529$$

Luego la condición $P(x) = x_0$ se cumple con ambas raíces.

```
C:\Users\Brairann\Documents\python\AnálisisNumerico>python taller2.py  
[-0.9113, -0.3334]
```

Figure 1: Resultado en consola

5 Referencias

https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Horner