

# Laboratorium 10

## Równania różniczkowe - spectral bias

Mateusz Król

06/06/2024 r.

### Zadanie 1.

Dane jest równanie różniczkowe zwyczajne

$$\frac{du(x)}{dx} = \cos(\omega x) \text{ dla } x \in \Omega,$$

gdzie:

$x, \omega, u \in \mathbb{R}$ ,

$x$  to położenie,

$\Omega$  to dziedzina, na której rozwiązujemy równanie,

$\Omega = \{x \mid -2\pi \leq x \leq 2\pi\}$ ,

$u(\cdot)$  to funkcja, której postaci szukamy.

Warunek początkowy zdefiniowany jest następująco:

$$u(0) = 0.$$

Analityczna postać rozwiązania równania z warunkiem początkowym jest następująca:

$$u(x) = \frac{1}{\omega} \sin(\omega x)$$

Rozwiąż powyższe zagadnienie początkowe. Do rozwiązania użyj sieci neuronowych PINN (ang. *Physics-informed Neural Network*) Można wykorzystać szablon w pytorch-u lub bibliotekę DeepXDE.

Warstwa wejściowa sieci posiada 1 neuron, reprezentujący zmienną  $x$ .

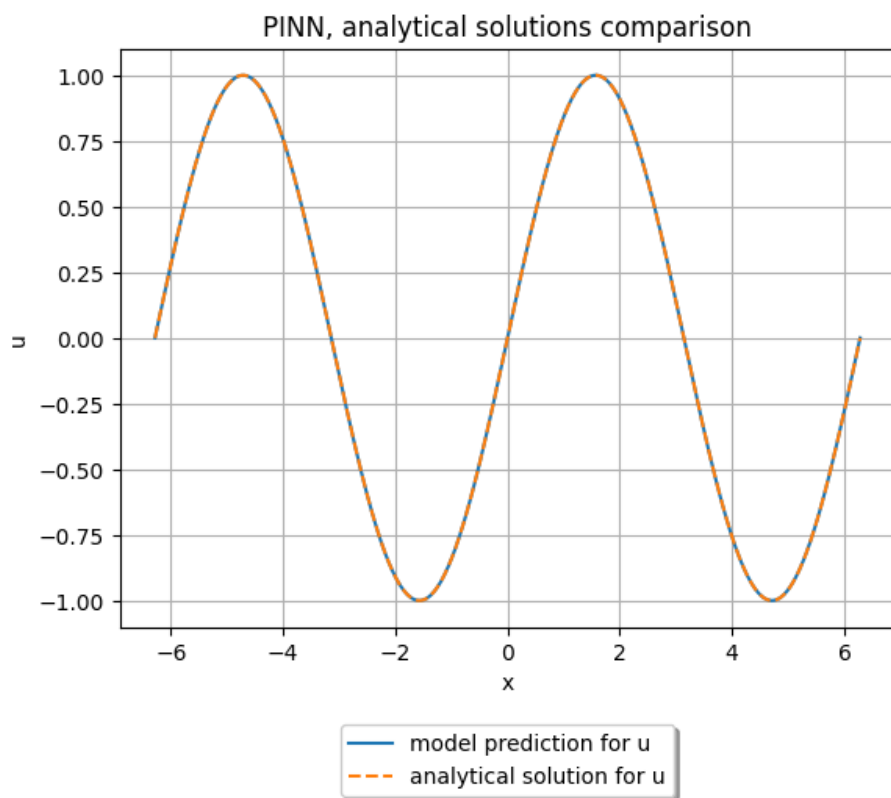
Warstwa wyjściowa także posiada 1 neuron, reprezentujący zmienną  $\hat{u}(x)$ .

Uczenie trwa przez 50000 kroków algorytmem *Adam* ze stałą uczenia równą 0.001. Jako funkcję aktywacji przyjmij tangens hiperboliczny,  $\tanh$ .

W poniższych rozwiązaniach wykorzystałem bibliotekę *DeepXDE*.

Wykres rozwiązania zadanego równania różniczkowego dla danych modelu:

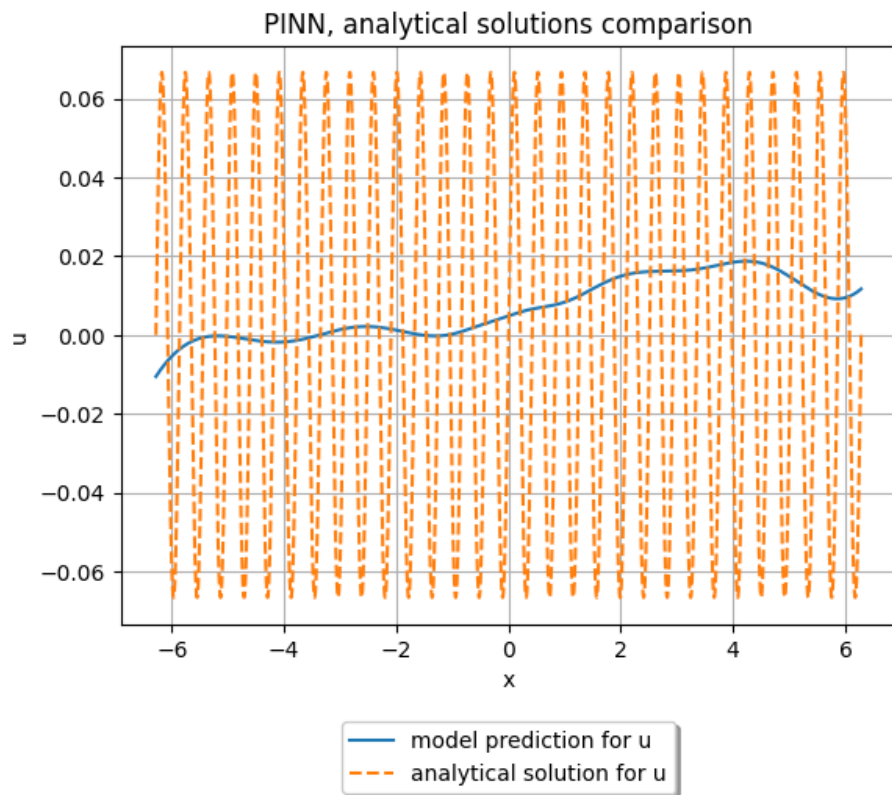
- $\omega = 1$
- 2 warstwy ukryte, 16 neuronów w każdej warstwie
- liczba punktów treningowych: 200
- liczba punktów testowych: 1000



Wykres rozwiązania zadanego równania różniczkowego dla danych modelu:

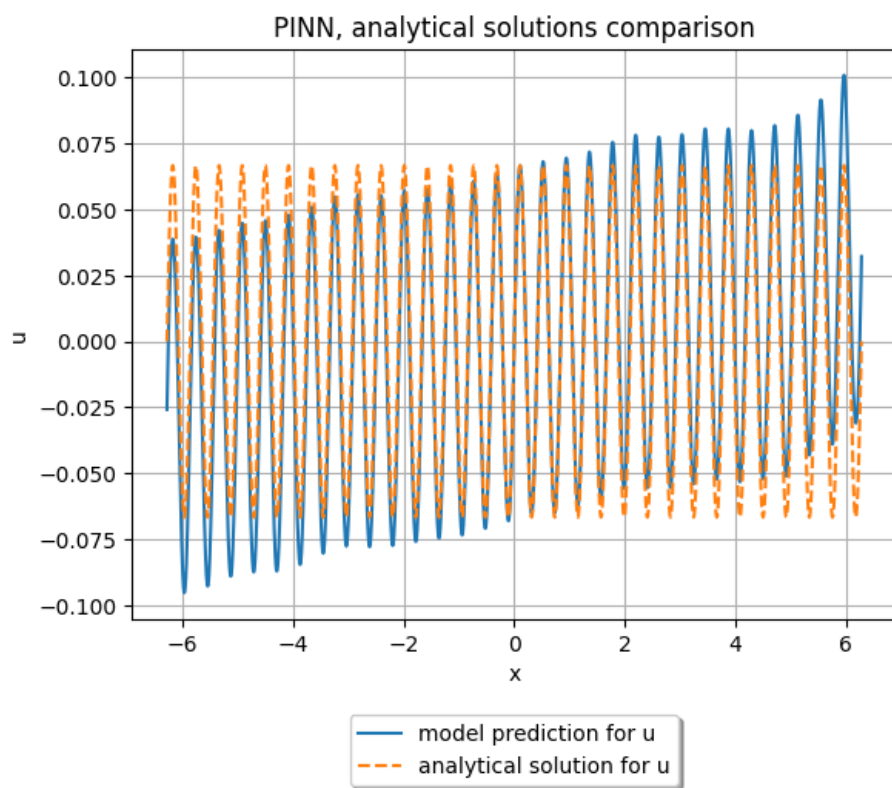
- $\omega = 15$

- 2 warstwy ukryte, 16 neuronów w każdej warstwie
- liczba punktów treningowych: 3000
- liczba punktów testowych: 5000



Wykres rozwiązania zadanego równania różniczkowego dla danych modelu:

- $\omega = 15$
- 4 warstwy ukryte, 64 neuronów w każdej warstwie
- liczba punktów treningowych: 3000
- liczba punktów testowych: 5000



Wykres rozwiązania zadanego równania różniczkowego dla danych modelu:

- $\omega = 15$
- 5 warstw ukrytych, 128 neuronów w każdej warstwie
- liczba punktów treningowych: 3000
- liczba punktów testowych: 5000

