Laboratorium 1 - Analiza błędów

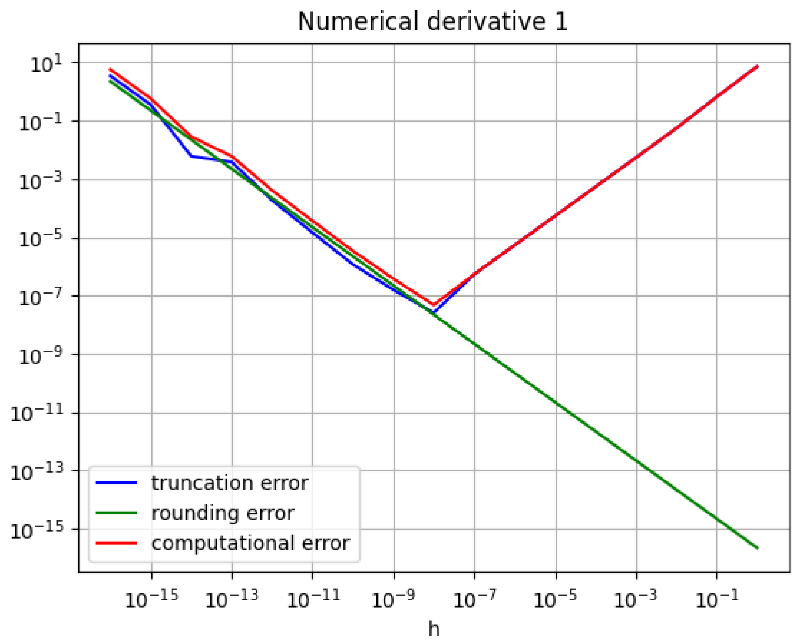
Mateusz Król

06/03/2024 r.

Zadanie 1

Oblicz przybliżoną wartość pochodnej funkcji tan(x) dla x = 1.

Dla wzoru $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, błędy prezentują się następująco:



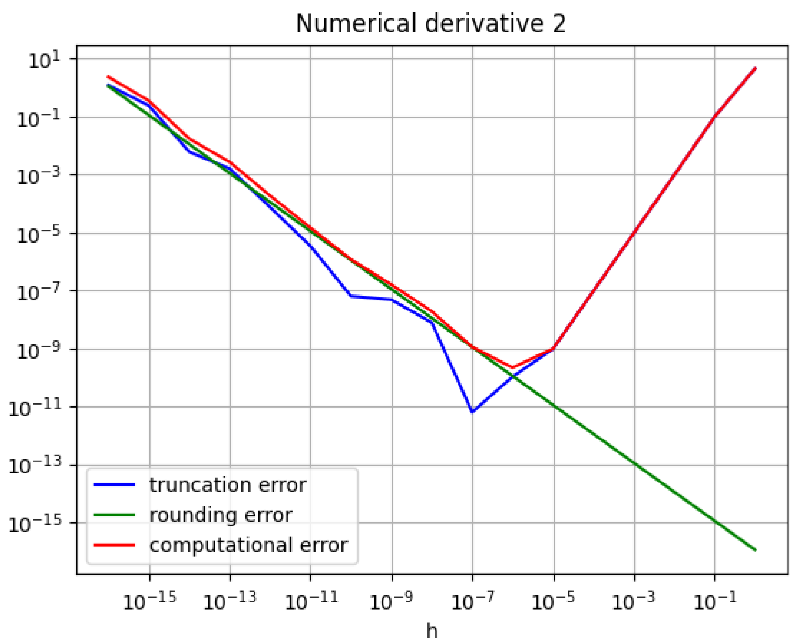
Wyznaczona wartość: $h_{min} = 10^{-8}$
Wartość otrzymana ze wzoru $h_{min} \approx 2 \cdot \sqrt{\epsilon/M}$, gdzie $M \approx |f''(x)|$:

$$M \approx \left|\frac{2 \cdot sin(x)}{cos^3(x)}\right| \approx \left|\frac{2 \cdot sin(1)}{cos^3(1)}\right| \approx 10.67$$

$$h_{min} \approx 2 \cdot \sqrt{2^{-53}/10.67} \approx 6.45 \cdot 10^{-9}$$

Otrzymane wartości są tego samego rzędu wielkości.

Dla wzoru $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$, błędy prezentują się następująco:



Wyznaczona wartość: $h_{min} = 10^{-6}$
Wartość otrzymana ze wzoru $h_{min} \approx \sqrt[3]{3 \cdot \epsilon / M}$, gdzie $M \approx |f'''(x)|$:

$$M \approx \left| \frac{32 \cdot cos^4(x)}{(1+cos(2x))^4} + \frac{16 \cdot cos^2(x) \cdot sin^2(2x)}{(1+cos(2x))^4} \right| \approx 56.7$$

$$h_{min} \approx \sqrt[3]{3 \cdot 2^{-53}/56.7} \approx 1.8 \cdot 10^{-6}$$

Otrzymane wartości są tego samego rzędu wielkości.

Zadanie 2

Napisz program generujący pierwsze n wyrazów ciągu zdefiniowanego równaniem różnicowym:

$$x_{k+1} = 2.25 \cdot x_k - 0.5 \cdot x_{k-1}$$

, gdzie $x_0 = \frac{1}{3}$, $x_1 = \frac{1}{12}$.