

Laboratorium 6

Kwadratury

Mateusz Król

25/04/2024 r.

Zadanie 1.

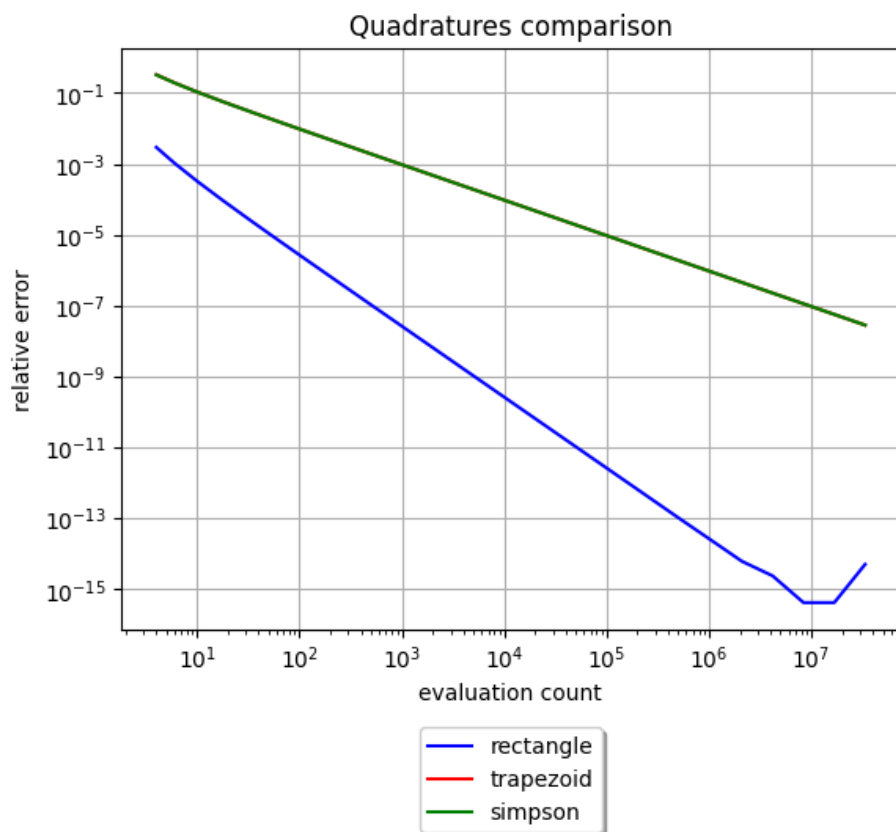
Wiadomo, że

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi.$$

Powyższą równość można wykorzystać do obliczenia przybliżonej wartości π poprzez całkowanie numeryczne.

Oblicz wartość powyższej całki, korzystając ze złożonych kwadratur otwartej prostokątów (ang. mid-point rule), trapezów i Simpsona.

Wykres błędów względnych w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla kwadratury prostokątów, kwadratury trapezów, kwadratury *Simpson'a*:



Wykres błędów względnych dla kwadratury trapezów i kwadratury *Simpson'a* pokrywa się.

Z wykresu można odczytać, że zniżanie kroku poniżej $h \approx 10^{-7}$, nie zmniejsza już błędów kwadratury prostokątów.

Ten wynik zgadza się z wynikiem z *Laboratorium 1*, w którym wyznaczone h_{min} wyniosło 10^{-6} , 10^{-8} .

Zadanie 2.

Oblicz wartość całki

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

metodą Gaussa-Legendre'a. Narysuj wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej, $n + 1$.

Wykres przedstawiający porównanie prawdziwych wartości funkcji

Wnioski

W zadaniu 1, błąd względny był najmniejszy (≈ 0.022) dla $m = 4$, co nie zgadza się z odpowiednio najmniejszą wartością AIC_c dla $m = 2$. Druga najmniejsza wartość błędu jest przyjmowana dla $m = 2$.

W zadaniu 2, metoda aproksymacji średniokwadratowej ciągłej jest tańsza obliczeniowo od aproksymacji jednostajnej.