

# Laboratorium 6

## Kwadratury

Mateusz Król

25/04/2024 r.

### Zadanie 1.

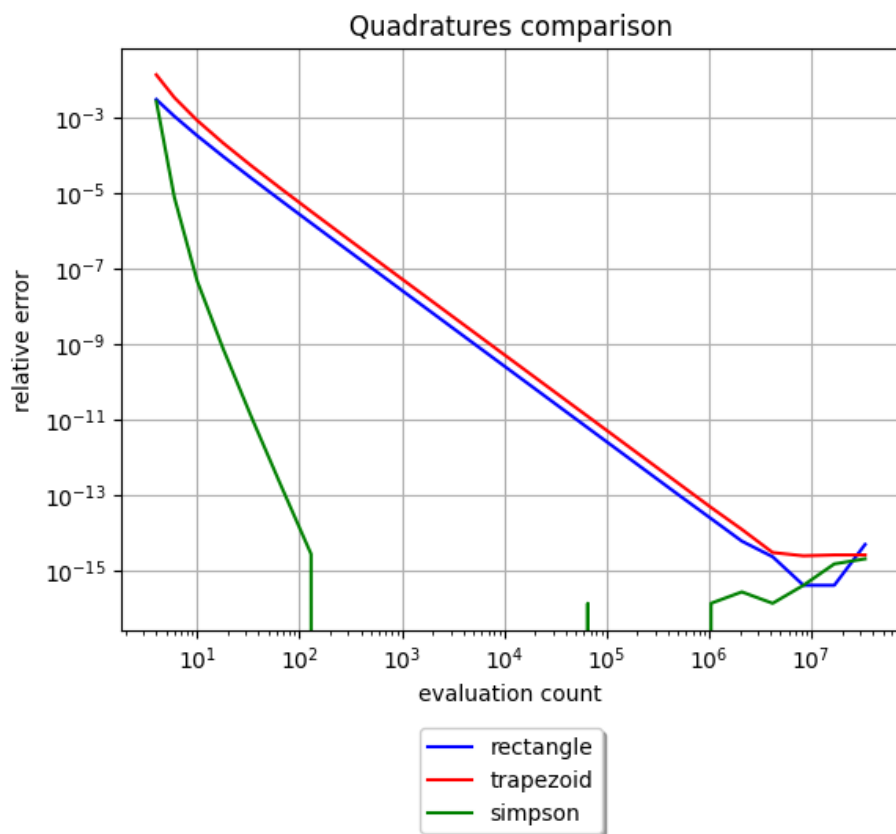
Wiadomo, że

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi.$$

Powyższą równość można wykorzystać do obliczenia przybliżonej wartości  $\pi$  poprzez całkowanie numeryczne.

Oblicz wartość powyższej całki, korzystając ze złożonych kwadratur otwartej prostokątów (ang. mid-point rule), trapezów i Simpsona.

Wykres błędów względnych w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla kwadratury prostokątów, kwadratury trapezów, kwadratury *Simpson'a*:



Wykres błędów względnych dla kwadratury trapezów i kwadratury *Simpson'a* pokrywa się.

Z wykresu można odczytać, że kwadratura *Simpson'a* w tym przypadku gwarantuje najmniejszą wartość błędu względnego. Ponadto, zniżanie kroku poniżej  $h \approx 10^{-7}$ , nie zmniejsza już błędów kwadratury prostokątów. Ten wynik zgadza się z wynikiem z *Laboratorium 1*, w którym wyznaczone  $h_{min}$  wyniosło  $10^{-6}$ ,  $10^{-8}$ .

Wartości empirycznych rządów zbieżności dla każdej z użytych metod:

Method	Empirical order of convergence
rectangle	$\approx 2.00$
trapezoid	$\approx 2.00$
simpson	$\approx 6.21$

Wartości empirycznych rządów zbieżności zgadzają się z wartościami przewidywanymi przez teorię dla metody prostokątów oraz dla metody trapezów wynoszącą  $\approx 2.00$

Wartość dla metody *Simpson*'a nie zgadza się z wartością teoretyczną równą 4.

## Zadanie 2.

Oblicz wartość całki

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

metodą Gaussa-Legendre'a. Narysuj wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej,  $n + 1$ .

Wykres przedstawiający porównanie prawdziwych wartości funkcji

## **Wnioski**