```
Plan wykładu
                         Programowanie funkcyjne
                                    (wykład 3.)

    Funkcje wyższego rzędu

                                  Roman Dębski
                                                                                         Wzorzec 'Collection Pipeline'
                               Instytut Informatyki, AGH
                               19 października 2023
                                        AGH
    Roman Dębski (II, AGH)
                              Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                              19 października 2023
                                                                                                                       Programowanie funkcyjne (wykł.3)
Plan wykładu
                                                                                         Reguła "DRY"
                                                                                            sum :: Num a => [a] -> a
                                                                                                                                    sumCub :: Num a => [a] -> a
                                                                                            sum (x:xs) = x + sum xs
                                                                                                                                     sumCub (x:xs) = x^3 + sumCub xs
1 Funkcje wyższego rzędu
                                                                                            sumSqr :: Num a => [a] -> a
                                                                                                                                     sumAbs :: Num a => [a] -> a
                                                                                                                                     sumAbs [] = 0
sumAbs (x:xs) = abs x + sumAbs xs
                                                                                            sumSqr []
                                                                                                                                     sumAbs []
                                                                                            sumSqr (x:xs) = x^2 + sumSqr xs
                                                                                              Baczność!:)
                                                                                              Pisanie kodu podobnego do powyższego grozi ... [a tego wolelibyśmy uniknąć]
   Roman Dębski (II, AGH)
                            Programowanie funkcyjne (wykł.3) 19 października 2023 3 / 17
                                                                                            Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                      Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                      19 października 2023
Funkcje wyższego rzędu, funkcje jako argumenty
                                                                                         Funkcje jako wyniki
                                                                                                                    df :: (Double -> Double) -> (Double -> Double)
      Funkcja wyższego rzędu
                                                                                                                    df f = \x -> (f (x + h) - f (x - h)) / (2 * h)
      to funkcja, która zwraca i/lub przyjmuje jako argument(y) inne funkcje
                                                                                                                      where h = 1e-8
                                                                                          f'(x_0, h) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}
            Funkcje jako argumenty
                                                                                                                    absErr :: Num a => (t -> a) -> (t -> a) -> t -> a
            sumWith :: Num a => (a -> a) -> [a] -> a
                                                                                                                    absErr fExact fApprox x=abs (fExact x - fApprox x)
            sumWith f (x:xs) = f x + sumWith f xs
                                                                                                ghci> xs = [0,0.2..1.0]
                                                                                                ghci> zip xs (map (absErr (x \rightarrow 2 * x) (df (x \rightarrow x^2)) xs)
            sum, sumSqr, sumCub, sumAbs :: [Integer] -> Integer
                                                                                                            0.0),
2.105423613230073e-10),
                                                                                                [(0.0,
                                                                                                 (0.2.
                                             -- sumWith (id)
            sum = sumWith (\e -> e)
                                                                                                                         4.210847226460146e-10),
            sumSqr = sumWith (\end{ar} e > e ^ 2) -- sumWith (^2) sumCub = sumWith (\end{ar} e > e ^ 3) -- sumWith (^3)
                                                                                                 (0.6000000000000001, 4.919487928134458e-9),
                                                                                                 (0.8000000000000002, 1.0260060578914931e-8), (1.00000000000000002, 6.6038272628077266e-9)]
            sumAbs = sumWith (\e -> abs e) -- sumWith (abs)
                 Funkcje anonimowe, wyrażenia \lambda (\lambda-wyrażenia)
                                                                                                Z iloma argumentami wywołana jest funkcja absErr?
                 ghci> (\x y -> x + y) 1 2
                                                                                                absErr (x \rightarrow 2 * x) (df (x \rightarrow x^2) :: Double \rightarrow Double
    Roman Dębski (II, AGH)
                                    nowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                              19 października 2023
                                                                                 5 / 17
                                                                                             Roman Dębski (II, AGH) Programowanie funkcyjne (wykł.3) 19 października 2023
Domknięcie funkcji (closure)
                                                                                         Operatory (.) (złożenie funkcji) i ($) (obliczenie wartości/'aplikacji' funkcji)
                                                                                           Złożenie w matematyce
                                                                                                                                 ... i w Haskellu
                                                                                                                                (.) :: (b -> c) -> (a -> b) -> a -> c
                                                                                           (f \circ g)(x) = f(g(x))
                          Domknięcie (funkcji), closure
                                                                                                                                f \cdot g = \x \rightarrow f (g x)
                          funkcja + (jej) środowisko
                                                                                                            ghci > f x = 2 * x
                                                                                                            ghci> g x = x ^ 2
                             f'(x_0, h) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}
                                                                                                             ghci> f_o_g x = (f . g) x -- 2 * x^2
                                                                                                            ghci> g_o_f = g . f
ghci> f_o_g 3 -- 18
                                                                                                                                          -- 4 * x^2
          df :: (Double -> Double) -> Double -> (Double -> Double)
                                                                                                            ghci> g_o_f 3 -- 36
          df f h = \x -> (f (x + h) - f (x - h)) / (2 * h)
                                                                                            Uwaga: $ priorytet 0, prawostronna łączność
                                                                                                                                      ghci> f = \xy -> x^2 + y^2
                     ghci > dfSarXDx = df (\x -> x^2) 1e-8
                                                                                                                                      ghci> f 1 2 + 3
                                                                                            ($) :: (a -> b) -> a -> b
                     ghci> dfSqrXDx 1
                                                                                                                                      ghci> f 1 $ 2 + 3 -- 26
                                                                                            f $ x = f x
                      1.9999999933961732
                                                                                                              istnieje też operator $! (f $! x) – wersja 'strict' operatora $
    Roman Dębski (II, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3) 19 października 2023 7 / 17
                                                                                            Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                     Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                       19 października 2023
```

```
Plan wykładu
                                                                                            Funkcje wyższego rzędu: filter
                                                                                                                                                               \bullet \circ \bullet \circ \circ
                                                                                                                  filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
                                                                                                                  filter _ [] = []
                                                                                                                                                                  0000
                                                                                                                  filter p (x:xs)
                                                                                                                                    = x : filter p xs
                                                                                                                       | p x
                                                                                                                       otherwise = filter p xs
                                                                                                ghci> filter (\x -> x < 5 && x > 1) [1..10] -- [2,3,4]
ghci> filter (<5) [1..10] -- [1,2,3,4]
ghci> filter even [1..10] -- [2,4,6,8,10]
Wzorzec 'Collection Pipeline'
                                                                                                ghci> filter (\s -> length s == 2) ["a", "aa", "aaa", "b", "bb"]
["aa", "bb"]
                                                                                                ghci> filter (\(x,y) -> x > y) [(1,2), (2,2), (2,1), (2,2), (3,2)]
                                                                                                                    filter and list comprehension
                                                                                                                    filter p xs = [x | x <- xs, p x]
    Roman Dębski (II, AGH)
                                       wanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                19 października 2023
                                                                                                Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                           Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                            19 października 2023
Funkcje wyższego rzędu: map
                                                                                            Funkcje wyższego rzędu: foldr [reduce]
                                                                  000000
                                                                                                                                                              000000
                                                                                                                          Częsty schemat rekursji*
                                                                                                                          f []
                                                                   map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
                                                                                                                         f (x:xs) = x `op` (f xs)
                      map _ [] = []
                                                                                                                          -- sum: z = 0, op = +
                      map f (x:xs) = f x : map f xs
                                                                                                                          -- prod: z = 1, op = *
 ghci> map (\e -> e^2) [1..5] -- [1,4,9,16,25]
                                                                                                              foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
 ghci> map (1+) [1..5] -- [2,3,4,5,6]
                                                                                                              foldr f z []
 ghci> map ($ 2) [(^2), (^3), (^4), (^5)] -- [4,8,16,32]
                                                                                                              foldr f z (x:xs) = f x (foldr f z xs)
 ghci> map (\e -> (e, length e)) ["My", "name", "is", "Inigo", "Montoya"]
[("My",2), ("name",4), ("is",2), ("Inigo",5), ("Montoya",7)]
                                                                                                    ghci> foldr (+) 0 [1..5] -- 15
                                                                                                    ghci> foldr (*) 1 [1..5] -- 120
                                                                                                    ghci> foldr (||) False [False, False, True, False] -- True ghci> foldr (&&) True [False, False, True, False] -- False ghci> foldr (\_n -> 1 + n) 0 [1..10] -- 10
                      map and list comprehension
                      map f xs = [f x | x < - xs]
                                                                                                    ghci> foldr (\x xs -> xs ++ [x]) [] [1..5] --
                                                                                             * foldr ~ (:) -> f. [] -> z
   Roman Dębski (II, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                19 października 2023 11 / 17
                                                                                               Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                        Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                            19 października 2023
Funkcje wyższego rzędu: foldl [reduce]
                                                                                            Funkcje: zip, unzip, zipWith
                                                                  000000
                                                                                                                                                              THINK!
                                                                           8
                     Rekursja z akumulatorem" [z ~ acc]
                                                                                              zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
                    f :: Num t => t -> [t] -> t
                                                                                              zipWith _ [] = []
zipWith _ [] = []
zipWith f (x:xs) (y:ys) = f x y : zipWith f xs ys
                    f z [] = z -- z, op jak dla foldr
f z (x:xs) = f (x `op` z) xs
                 fold1 :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b fold1 f z [] = z
                                                                                                                                           unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])
unzip [] = ([],[])
unzip ((x,y) : xys) = (x:xs, y:ys)
                                                                                            zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
                                                                                            zip [] = []
zip [] _ = []
                  foldl f z (x:xs) = foldl f (f z x) xs
                                                                                            zip (x:xs) (y:ys) = (x,y) : zip xs ys
                                                                                                                                            where (xs, ys) = unzip xys
        Funkcje pokrewne
        fold11 :: Foldable t => (a -> a -> a) -> t a -> a
                                                                                                    ghci> zip [1,2,3] ['a','b'] -- [(1,'a'),(2,'b')]
ghci> unzip [(1,'a'),(2,'b')] -- ([1,2],"ab")
ghci> unzip (zip [1,2,3] ['a','b']) -- ([1,2],"ab")
                    Foldable t => (a -> a -> a) -> t a -> a
        foldr1 ::
                 :: Foldable t => (b -> a -> b) -> b -> t a -> b
                                                                                                     ghci> zipWith (+) [1..5] [5,4..1] -- [6,6,6,6,6]
    Roman Dębski (II, AGH)
                         Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                               19 października 2023 13 / 17
                                                                                               Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                         Programowanie funkcyjne (wykł.3) 19 października 2023
Funkcja concat [flatten]
                                                                                            Wzorzec 'Collection pipeline'
                                                                  000000
                                                                                             "Collection pipelines are a programming pattern where you organise some computation
                                                                            Ш
                                                                                             as a sequence of operations which compose by taking a collection as output of one
                                                                  000000
                                                                                             operation and feeding it into the next. (Common operations are filter, map, and
                                                                                             reduce). This pattern is common in functional programming, and also in object-oriented
                                                                                             languages which have lambdas".
                              concat :: [[a]] -> [a]

    Martin Fowler

                              concat = foldr (++) []
                                                                                                   capitalize :: [Char] -- Data. Char, Data. List needed
        ghci> concat [[1,2],[3,4]]
                                                                                                   capitalize [] = []
        [1,2,3,4]
                                                                                                   capitalize (x:xs) = toUpper x : (map toLower xs)
        ghci> (concat . concat) [ [[1,2], [3,4]] , [[5,6], [7,8]] ]
                                                                                                   formatStr s = foldr1 (\w s -> w ++ " " ++ s) .
                                                                                                                   map capitalize
                                                                                                                    filter (\x ->  length x >  1) $
                                                                                                                    words s
                                                                                                   ghci> formatStr "tomasz t bogdan anna Jerzy j maria"
"Tomasz Bogdan Anna Jerzy Maria"
    Roman Dębski (II, AGH)
                              Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                19 października 2023 15 / 17
                                                                                               Roman Dębski (II, AGH)
                                                                                                                          Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                            19 października 2023 16 / 17
```

Bibliografia

- Simon Thompson, Haskell: The Craft of Functional Programming, Addison-Wesley Professional, 2011
- Graham Hutton, Programming in Haskell, Cambridge University Press, 2007
- https://wiki.haskell.org
- http://learnyouahaskell.com

Roman Dębski (II, AGH)

Programowanie funkcyjne (wykł 3)

19 października 2023 17 / 17