Król Mateusz

Algorytmy geometryczne 2023/24

Dokumentacja projektu wieloboki Voronoi

Spis treści

1. Część techniczna

Program składa się z następujących modułów:

- narzędzie graficzne BITu w folderze ***visualizer***
- funkcje umożliwiające wizualizacje
    1. ***draw_tri***
    2. ***draw_voronoi***
- funkcje generujące zbiory danych
    1. ***generate_uniform_points***
- funkcje pomocnicze
    1. ***orient***
    2. ***collinear***
    3. ***findCircumCenter***
    4. ***checkPosition***
    5. ***obtuseAngle***
- zdefiniowane klasy wykorzystywane przy implementacji algorytmów
    1. ***Point***
    2. ***Edge***
    3. ***Triangle***
- algorytmy
    1. ***Bowyer-Watson algorithm***
- wizualizacja działania algorytmów

Wymagania techniczne:

- zainstalowana biblioteka ***NumPy***

2. Część użytkownika

Większość modułów znajduje się w pliku ***main.ipynb***. Algorytmy znajdują sie w pliku ***algorithms.py*** i są importowane do ***main.ipynb*** Istnieje również plik ***usefull.py***, który służy do wydzielenia funkcji pomocniczych i zaimplementowanych klas.

Funkcje ***draw_tri*** oraz ***draw_voronoi*** służą do wizualizacji odpowiednio triangulacji Delaunaya oraz diagramu Voronoi za pomocą listy obiektów klasy ***Triangle*** składających się na triangulację Delaunaya odpowiadającą diagramowi Voronoi.

Funkcja ***generate_uniform_points*** służy do losowego generowania chmury punktów na płaszczyźnie.

3. Sprawozdanie

W ramach projektu zaimplementowaliśmy dwa algorytmy wyznaczające dla chmury punktów w 2D wierzchołki diagramu Voronoi. Umożliwilismy również wizualizację samego diagramu oraz kolejnych kroków algorytmów.

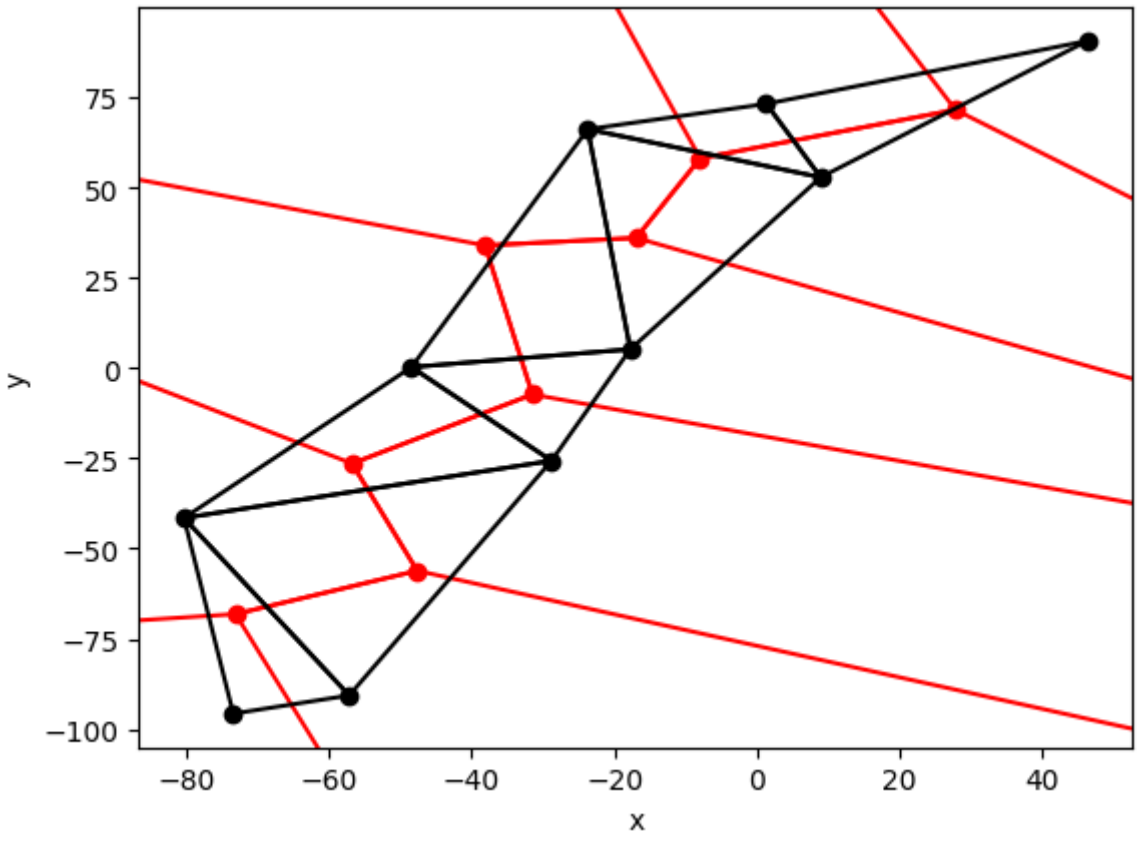
3.1. Algorytm Bowyera-Watsona

Algorytm iteracyjny konstruuje triangulację Delaunaya.

Dla każdego nowo-dodanego punktu znajduje trójkąty, których okręgi opisane zawierają ten punkt. Następnie usuwa znalezione trójkąty z obecnej triangulacji i w powstałej w skutego tego "dziurze" tworzy nowe trójkąty poprzez połączenie krawędziami nowo-dodanego punktu z sąsiednimi wierzchołkami powstałego wielokąta.

Na podstawie triangulacji Delaunaya chmury punktów, jesteśmy w stanie wyznaczyć wierzchołki diagramu Voronoi - są to środki okręgów opisanych na każdym z trójkątów wyznaczonej triangulacji.

Graficzne przedstawienie diagramu Voroni polega na połączeniu ze sobą odcinkami środków okręgów sąsiadujących ze sobą trójkątów oraz poprowadzenie dla pozostałych krawędzi półprostych wychodzących z wierzchołka Voronoi i pokrywających symetralną obecnie rozważanej krawędzi.



3.2. Wykonane testy

Przeprowadziłem testy czasowe algorytmu *Bowyera-Watsona* dla różnej ilości losowo generowanych punktów na płaszczyźnie:

n	100	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	10000
czas [s]	0.012	0.32	1.29	2.89	5.16	8.1	11.6	16.1	20.7	26.2	32.4	130

, gdzie *n* to moc zbioru punktów na płaszczyźnie

3.3. Wnioski

Algorytm *Bowyera-Watsona* w przedstawionej implementacji posiada złożoność O(n^2). Wynika to z faktu, że dla każdego rozważanego punktu, trójkąty *obecnej* triangulacji są przeszukiwane naiwnie, a więc w zwykłej pętli wykonującej do *n* porównań.

Zaimplementowana wersja algorytmu *Bowyera-Watsona* za każdym razem arytmetycznie sprawdza czy punkt leży wewnątrz odpowiedniego okręgu, co jest zabiegiem niebezpiecznym i nie można zawsze na nim polegać.

Dane bibliograficzne:

- https://en.wikipedia.org/wiki/Voronoi_diagram
- https://en.wikipedia.org/wiki/Bowyer%E2%80%93Watson_algorithm

- https://github.com/aghbit/Algorytmy-Geometryczne
- https://www.baeldung.com/cs/voronoi-diagram