Barbara Bredner

NOT-Statistik

Nachweise führen, Optimierungen finden, Toleranzen berechnen mit Minitab und R

2. überarbeitete und ergänzte Auflage

Leseprobe

1 Prozess-Modelle und Statistik

Modelle gibt es überall. Jede Ursache-Wirkungs-Beziehung ist ein Modell. Der Ablauf von der Ursache zu einer Wirkung ist ein Prozess.

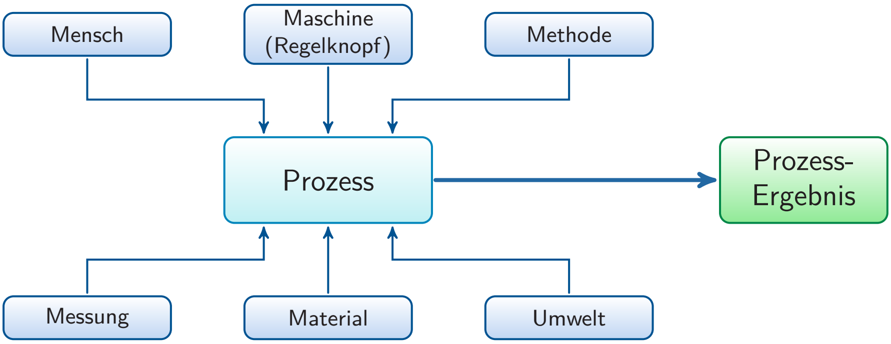

Abbildung 1.1: Prozess, Ursachen und Ergebnis

Allgemein ist ein Prozess eine Aktivität, bei der durch Eingangsgrößen wie Material, Maschinen-Einstellungen und Tätigkeiten ein Ergebnis (z. B. Teil oder Dienstleistung) erzeugt wird. In der industriellen Anwendung finden sich sehr unterschiedliche Modelle und Prozesse:

- Entwicklungsprozess: Ideen von einem Bauteil und Anforderungen führen zu einer technischen Zeichnung oder einem Prototypen.
  Beispiel: Entwicklung eines leistungsstarken und kompakten Akkus für Mobiltelefone
- Fertigungsprozess: Einstellungen an einer Maschine produzieren aus Materialien unter Verwendung von Werkzeugen ein Bauteil.
  Beispiel: Herstellung von Kunststoff-Teilen für ein Armaturenbrett
- Dienstleistungsprozess: Nach Kundenanforderungen wird mit Wissen und Methoden eine Dienstleistung erbracht.
  Beispiel: IT-Support für Unternehmens-Netzwerke
- Administrativer Prozess: Anforderungen aus der Fertigung werden für die Beschaffung von Material genutzt.
  Beispiel: Lieferantenauswahl für den Bezug von Kunststoff-Batches

Abbildung 1.1 zeigt allgemein (mögliche) Einflüsse in einem Prozess. Das Modell ist die gesamte Ursache-Wirkungs-Beziehung bzw. Einfluss-Ergebnis-Kette. Je nach Prozess können in allen sechs Bereichen Mensch, Methode, Material, Umwelt (Mitwelt, Milieu), Maschine und Messung Einflüsse auf den Prozess wirken oder nur aus einigen Bereichen Effekte im Prozess entstehen. Diese sechs Bereiche heißen auch 6 M-Bereiche und werden u. a. für Fischgräten- bzw. Ishikawa-Diagramme verwendet.

Statistische Methoden für Prozess-Modelle beschreiben Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Sie verbinden die Effekte von Einflüssen oder Eingangsgrößen über eine Funktion mit dem Prozess-Ergebnis, der Zielgröße.

1.1 Einfache statistische Prozess-Modelle (SPM)

Ein Beispiel für ein einfaches statistisches Prozess-Modell (SPM) ist die Ursache-Wirkungs-Beziehung beim Autofahren: Um das Auto aus dem Stand zu beschleunigen, muss nach dem Starten des Motors das Gaspedal bewegt werden. Das allgemeine Modell ist damit

$$\text{Weg des Gaspedals} \longrightarrow \text{Geschwindigkeit} \tag{1}$$

Um dieses allgemeine Modell in ein statistisches Prozess-Modell umzusetzen, werden Messwerte benötigt. Der *Weg des Gaspedals* lässt sich in cm messen, die *Geschwindigkeit* in km/h.

Abbildung 1.2 zeigt ein Streudiagramm mit Messdaten für *Weg* und *Geschwindigkeit*. Ein Zusammenhang zwischen Eingangsgröße *Weg des Gaspedals* in cm und Ergebnis *Geschwindigkeit* in km/h ist klar erkennbar: Je länger der *Weg* ist, um den das Gaspedal bewegt wird, desto höher ist die *Geschwindigkeit*.

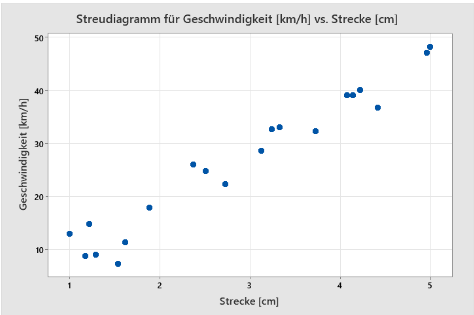

Abbildung 1.2: Effekt des Gaspedal-*Wegs* in cm auf die *Geschwindigkeit* in km/h

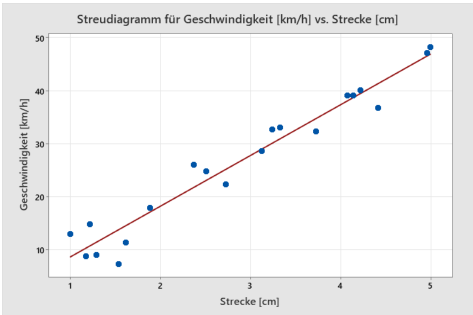

Abbildung 1.3: Ausgleichsgerade (rot) für den Effekt des Gaspedal-*Wegs* in cm auf die *Geschwindigkeit* in km/h

Für das statistische Prozess-Modell (SPM) werden die Messwerte der Ursache bzw. Eingangsgröße (hier: *Weg* des Gaspedals in cm) über eine Funktion f mit dem Messwerten der Wirkung bzw. Zielgröße (hier: *Geschwindigkeit* in km/h) verbunden:

$$f\,(\mathit{Weg}\,[\mathrm{cm}]) \;=\; \mathit{Geschwindigkeit}\,[\mathrm{km/h}] \tag{2}$$

Die Funktion f heißt auch Verbindungs- oder Link-Funktion.

Abbildung 1.3 zeigt eine solche Verbindungsfunktion f. Hier wird eine Ausgleichsgerade (rot) als Link-Funktion f verwendet. Diese Ausgleichsgeraden-Funktion ist gegeben durch:

$$-0,9 + 9,6 \cdot \mathit{Weg}\,[\mathrm{cm}] \;=\; \mathit{Geschwindigkeit}\,[\mathrm{km/h}] \tag{3}$$

Die Ausgleichsgeraden-Funktion scheint das Ursache-Wirkungs-Prinzip des Gaspedal-*Wegs* auf die *Geschwindigkeit* gut zu beschreiben: Die aufgenommenen Messdaten liegen nah an der roten Ausgleichsgerade. Damit ist eine allgemeine Beschreibungs-Vorschrift oder Funktion für die Ursache-Wirkungs-Beziehung gefunden.

Diese Funktion kann dazu genutzt werden, Vorhersagen über die *Geschwindigkeit* zu berechnen. Hierfür werden in die Ausgleichsgeraden-Funktion f aus (3) Werte für den Gaspedal-*Weg* eingesetzt. Beispielsweise ergibt sich bei dieser Ursache-Wirkungs-Beziehung nach (3) für einen *Weg* von 3,0 cm eine *Geschwindigkeit* von 27,9 km/h:

$$-0,9 + 9,6 \cdot \mathit{Weg}\,[\mathrm{cm}] = -0,9 + 9,6 \cdot 3{,}0\,\mathrm{cm} = -0,9 + 28,8 = 27{,}9\,\mathrm{km/h}$$

und für einen *Weg* von 4,0 cm eine *Geschwindigkeit* von 37,5 km/h:

$$-0,9 + 9,6 \cdot \mathit{Weg}\,[\mathrm{cm}] = -0,9 + 9,6 \cdot 4{,}0\,\mathrm{cm} = -0,9 + 38,4 = 37{,}5\,\mathrm{km/h}$$

Zu einer Vorhersage gehören neben dem berechneten Wert immer auch Aussagen dazu, wie gut das Ursache-Wirkungs-Prinzip durch die Funktion f wiedergegeben wird und wie groß der zu erwartende Unsicherheits-Streubereich für diesen Wert ist. Dazu liefern die Kapitel 7 (S. 123 ff.) und Kapitel 8 (S. 161 ff.) weitere Informationen.

1.2 Komplexe statistische Prozess-Modelle (SPM)

Industrielle und administrative Prozesse sind oft sehr komplex. Es gibt häufig zahlreiche Einflüsse, die in einem Prozess auf die unterschiedlichsten Arten wirken können. Statistische Prozess-Modelle (SPM) können diese Einflüsse und ihre Wirkung beschreiben und bewerten:

- Welche Einflüsse haben einen direkten Effekt auf das Prozess-Ergebnis?
- Welche Kombination von Einflüssen verändert das Prozess-Ergebnis?
- Gibt es wichtige Einflüsse, die bislang noch nicht berücksichtigt wurden?
- Wie zuverlässig kann der Prozess über das SPM beschrieben werden?
- In welchem Wertebereich werden zukünftige Prozess-Ergebnisse liegen?

Statistische Prozess-Modelle sind dabei sehr flexibel. Sie können unterschiedlichste Einfluss-Arten und Wirkstrukturen modellieren. Und sie sind für alle möglichen Arten von Prozessen einsetzbar, solange es Messdaten für die Prozesse gibt.

Allgemein ist ein statistisches Prozess-Modell (SPM) das statistische Modell:

$$f(X) = Y \tag{4}$$

mit f Verbindungs- oder Link-Funktion, X Einflussgrößen und Y Zielgröße.

Das Beispiel Gaspedalweg-Geschwindigkeit aus dem vorangegangenen Abschnitt untersucht nur den Einfluss des *Wegs* auf die *Geschwindigkeit*. Tatsächlich gibt es in der Praxis deutlich mehr mögliche Einflüsse, die die *Geschwindigkeit* verändern können. Hierzu zählen u. a. der Reifen-Typ, die Motorleistung, der Kraftstoff, die Aerodynamik des Fahrzeugs, die Straßenverhältnisse, Motor- und Umgebungstemperaturen, die Geschwindigkeit, mit der das Gaspedal heruntergedrückt wird, sowie der Fahrer.

Teilweise ist es in Prozessen schwierig festzulegen welche Merkmale Einflüsse oder Ursachen und welche Wirkungen sind. Bei dieser Zuordnung hilft die Frage, ob es technisch oder logisch nachvollziehbar ist, dass ein Merkmal eine Wirkung auf ein anderes haben kann. Beispielsweise das Ergebnis *Schmerz* direkt von der *Geschwindigkeit* abhängig, mit der ein Hammer auf den Daumen geschlagen wird. Dagegen gibt es keine ursächliche Wirkung zwischen der *Anzahl Störche* und der *Anzahl Babys*.

Mit einem komplexen statistischen Prozess-Modell können alle diese Einflüsse untersucht werden. Es lassen sich sowohl die direkten Effekte durch z. B. unterschiedliche Reifen-Typen als auch Kombinationen von Einflüssen wie Motorleistung & Aerodynamik bewerten. Die Wirkung dieser Einflüsse kann sowohl linear sein, wie in dem Gaspedalweg-Geschwindigkeits-Beispiel (s. Abbildung 1.3), oder quadratisch, kubisch oder allgemein nicht-linear (vgl. Abbildungen 1.4 und 1.5).

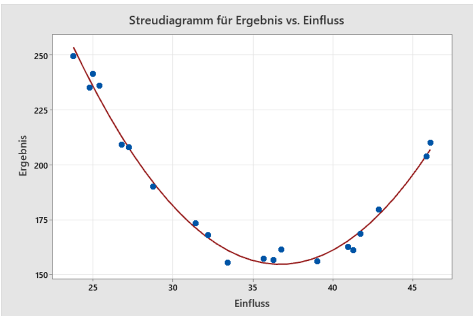

Abbildung 1.4: Quadratischer Effekt

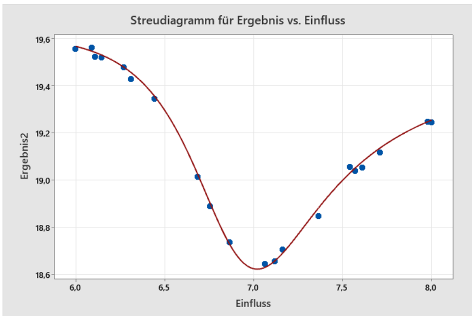

Abbildung 1.5: Nicht-linearer Effekt

Neben der Bewertung der Einflüsse lässt sich untersuchen, ob der Prozess durch das SPM ausreichend gut beschrieben wird und ob ggf. weitere wichtige Einflüsse wie beispielsweise Wind und Wetter-Bedingungen berücksichtigt werden müssen, um die Geschwindigkeit des Autos zuverlässig angeben zu können.

Der Ablauf und die notwendigen Schritte, um aus den Messdaten eines komplexen Prozesses ein statistisches Prozess-Modell (SPM) aufzubauen, werden in den Kapiteln 2 bis 7 erläutert. Interpretation, Vorhersage, Simulation neuer Werte sowie Toleranzrechnung sind Themen in den Kapiteln 8 bis 11. Den Abschluss einer Auswertung beschreibt Kapitel 12.

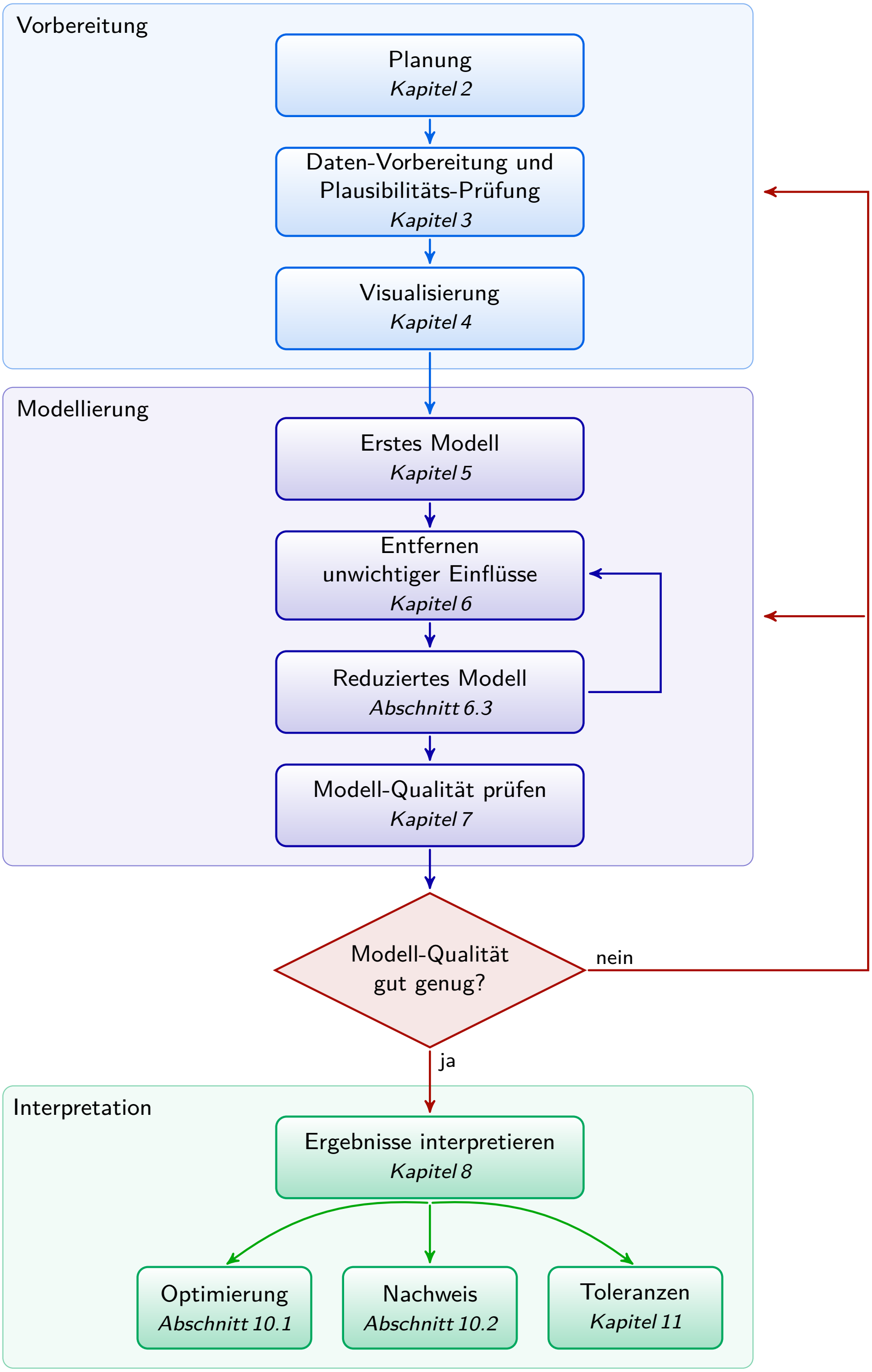

Abbildung 1.6: Ablauf Statistische Prozess-Modellierung

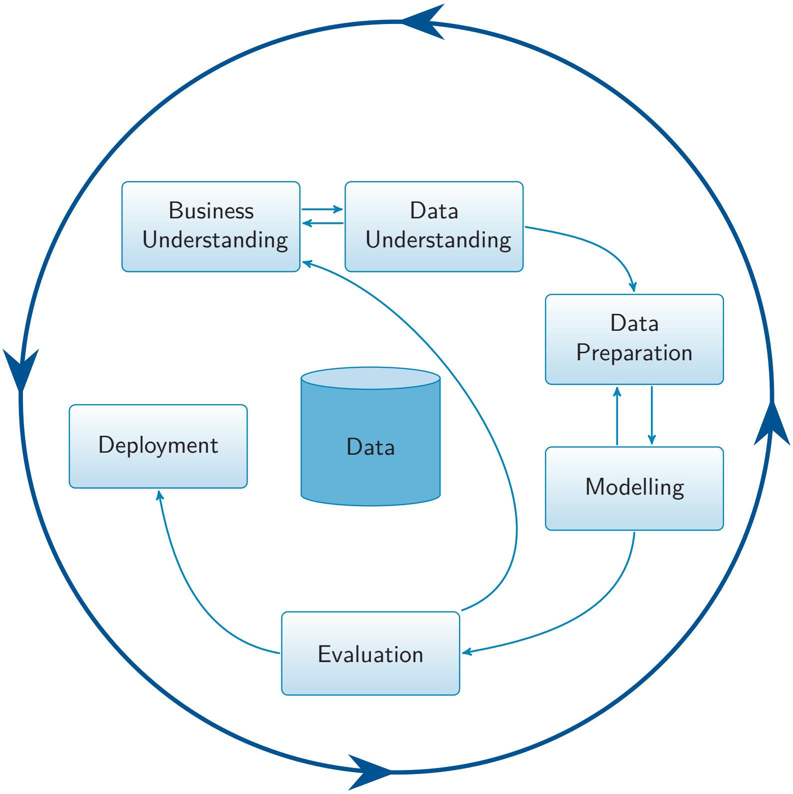

Abbildung 1.7: CRISP-DM Zyklus

bestimmtes Produkt wiedergeben. Je höher die Komplexität der Daten ist, desto länger dauern die Schritte „Data Understanding“ und „Data Preparation“. Die Schritte „Data Understanding“ und „Data Preparation“ werden in Kapitel 3 ab S. 31 vorgestellt.

Die mathematisch-statistische Beschreibung der Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge erfolgt im CRISP-DM Zyklus im vierten Schritt „Modelling“. Hierbei wird entschieden, welches Modell oder welche Modelle für die Einflussanalyse verwendet werden. Häufig verwendete Modelle oder Algorithmen sind allgemeine lineare Modelle (u. a. Regression, ANOVA und logistische Regression), Entscheidungsbäume, neuronale Netze, Clustermethoden und Gradient Boosting Verfahren. Im vorliegenden Buch werden allgemeine lineare Modelle eingesetzt, s. Kapitel 5 und 6 ab Seite 87ff.

Im fünften Schritt „Evaluation“ wird die Aussagekraft bewertet und entschieden, ob und wie die Ergebnisse für das Ziel bzw. die Fragestellung genutzt werden können. Es ergibt sich ein direkter Erkenntnisgewinn, mit dem das Ziel bzw. die Fragestellung besser verstanden und im günstigsten Fall vollständig erreicht oder beantwortet werden kann, s. a. Kapitel 7, S. 123ff.

Der sechste Schritt im CRISP-DM Zyklus ist das „Deployment“, d. h. die Nutzung der Ergebnisse in der Praxis. Es gibt hierbei sehr weitreichende Ansätze. Beispielsweise

Ein Ishikawa-Diagramm für die in der Tabelle aufgelisteten Einflüsse auf die Projektlaufzeit liefert Abbildung 2.2 (S. 29). Die für das SPM ausgewählten Einflussmöglichkeiten sind gelb hinterlegt.

2.4 Prozess darstellen

Um Einflüsse aus unterschiedlichen Bereichen eines Prozesses grafisch darzustellen, kann ein Ishikawa-Diagramm verwendet werden. Hierbei sind oft sechs Bereiche vorgesehen: Mensch, Maschine, Methode, Messung, Material, Umwelt. Im Englischen wird „Umwelt“ auch als „Milieu“ bezeichnet, um bei allen sechs Einflussbereichen ein „M“ am Wortanfang zu haben. Daraus leitet sich die Bezeichnung 6 M-Methode ab.

Andere Bezeichnungen für das Ishikawa-Diagramm sind wegen seiner spezifischen Form Fischgräten-Diagramm (Fishbone diagram). Alternativ findet sich auch Ursache-Wirkungs-Diagramm (Cause-and-Effect diagram, C&E diagram) als Name für diese Grafik.

Als dieser Grafik-Typ vor einigen Jahrzehnten von Ishikawa Kaoru entwickelt wurde, gab es zunächst nur vier Einflussbereiche. Im Laufe der Zeit wurden weitere Einflussbereiche ergänzt. Heute finden sich Ishikawa-Diagramme mit bis zu zehn verschiedenen Einflussbereichen, je nach Art des dargestellten Prozesses.

Ebenso wie die Anzahl der Einflussbereiche in einem Fischgräten-Diagramm an den Prozess angepasst werden kann, können auch die Bezeichnungen der „Gräten“ je nach untersuchtem Prozess unterschiedlich benannt werden. Ein Beispiel dafür liefert das Ishikawa-Diagramm für die Projektlaufzeit (Abbildung 2.2, S. 29).

Beispiel Spritzguss: Ishikawa-Diagramm

Die grafische Darstellung aller Einflussgrößen zeigt Abbildung 2.1 (S. 28). Für den Spritzguss-Prozess wurden die sechs Gräten Mensch, Maschine, Methode, Messung, Material und Umwelt verwendet.

In vielen Fertigungsprozessen liegen die Haupt-Einflüsse im Bereich „Maschine“ und „Material“. Im Spritzguss-Prozess sind hier zehn mögliche Einflussgrößen für die Maschine und vier für das Material eingetragen. Die anderen vier Gräten zeigen jeweils zwei Einflussmöglichkeiten.

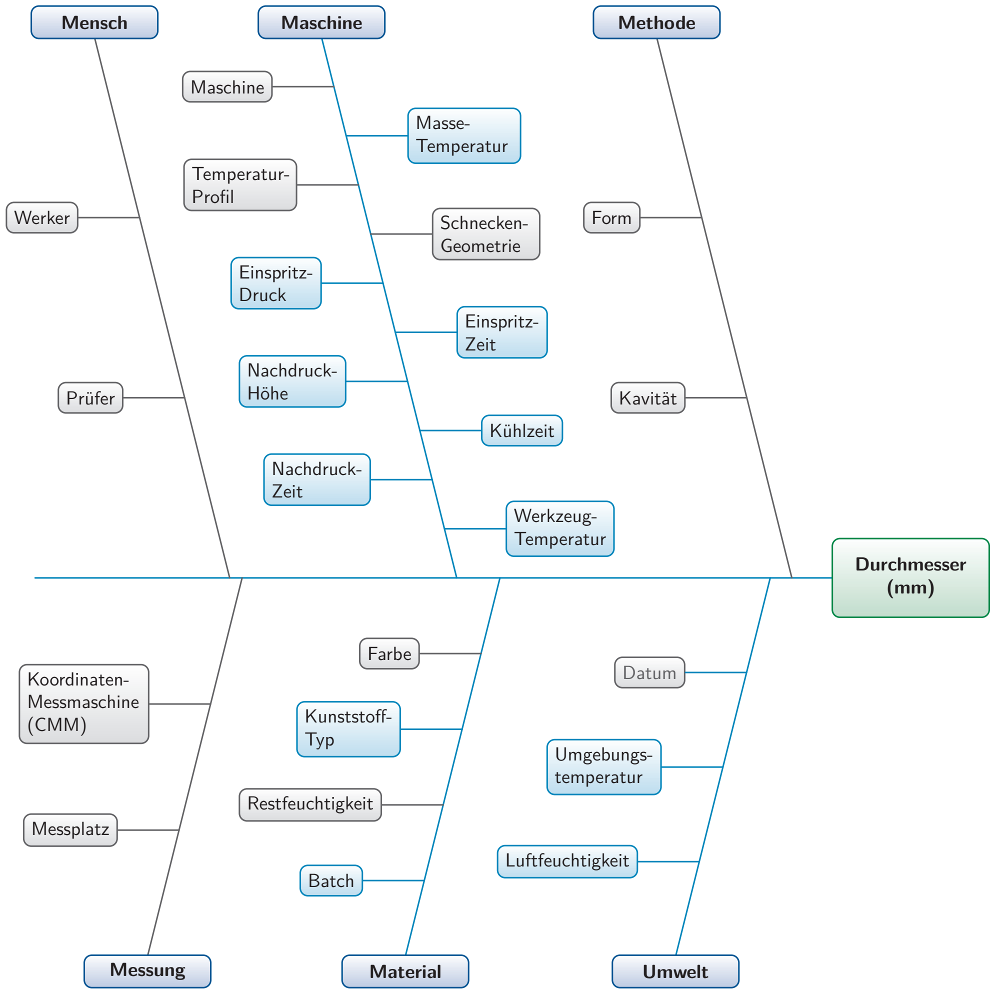

Abbildung 2.1: Fischgräten-Diagramm für den Spritzguss-Prozess, Darstellung möglicher Einflüsse auf den Durchmesser aus den 6 M-Bereichen Mensch, Maschine, Methode, Messung, Material und Umwelt (Mitwelt), blau hinterlegt: für die Auswertung ausgewählte Merkmale, grau hinterlegt: bei der Auswertung nicht berücksichtigt

Beispiel Laufzeit: Ishikawa-Diagramm

In Abbildung 2.2 sind die möglichen Einflussgrößen für die Projektlaufzeit dargestellt. Da es für Projekte keine Maschine gibt, die die Projektlaufzeit beeinflussen kann, ist für die „Maschinen"-Gräte der Einflussbereich „Organisation" gewählt worden.

Bei allen sechs Einflussbereiche sind zwischen einem und drei Einflussgrößen eingetragen.

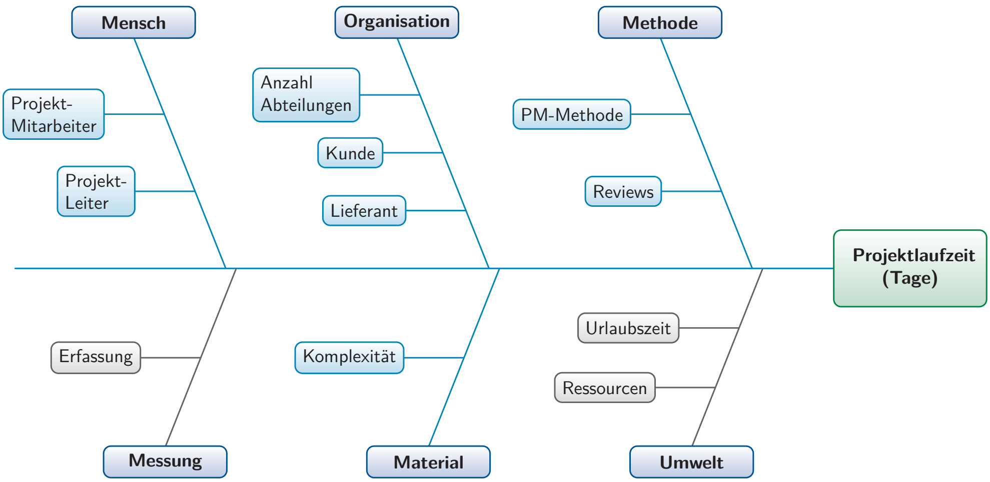

Abbildung 2.2: Fischgräten-Diagramm für die Projektlaufzeit, Darstellung möglicher Einflüsse auf die Projektlaufzeit aus den 6 M-Bereichen mit angepassten Bezeichnungen Mensch, Organisation (Maschine), Methode, Messung, Material und Umwelt (Mitwelt), blau hinterlegt: für die Auswertung ausgewählte Merkmale, grau hinterlegt: bei der Auswertung nicht berücksichtigt

6.2.1 Prüfung auf Signifikanz

Signifikante Einflüsse verändern das Prozess-Ergebnis so deutlich, dass die Veränderung (wahrscheinlich) kein Zufall ist. Bei einem nicht-signifikanten Effekt bleiben die Zielgrößenwerte relativ gleich und streuen nur zufällig.

statistisch signifikant $\neq$ technisch relevant

Statistisch signifikant heißt: „Der Unterschied im Prozess-Ergebnis ist systematisch und (wahrscheinlich) kein Zufall.“ Diese Aussage hängt von der Größe des Unterschieds und der Anzahl Messwerte ab: Je größer der Unterschied und je mehr Messwerte berücksichtigt werden, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit für eine statistische Signifikanz.

Technisch relevant bedeutet: „Der Unterschied im Prozess-Ergebnis ist aus technischer Sicht wichtig.“ Technische Relevanz kann bereits bei sehr kleinen Unterschieden auftreten (z. B. Anzahl Staubkörner in der Reinraum-Luft) oder erst bei sehr großen Unterschieden (z. B. Pegelstand der Donau). Dabei spielt die Anzahl Messwerte keine Rolle. Ob ein Unterschied technisch relevant ist, lässt sich nicht über statistische Methoden, sondern nur mit technischem Wissen und Prozess-Erfahrung bewerten.

Um zu unterscheiden, ob ein Einfluss statistisch signifikant ist bzw. einen deutlichen Effekt auf die Zielgröße Y hat, werden Streuungs-Anteile miteinander verglichen:

$$\frac{\text{Streuungs-Anteil mit Einfluss } A}{\text{gewichtete Rest-Streuung}} = \frac{MS(A)}{MSE} \tag{8}$$

$MS(A)$: mittlere Quadratsumme der Abweichungen für Einfluss A

MSE: mittlere Quadratsumme der Reste

Ist der Streuungs-Anteil des Einflusses (hier: A) genauso groß wie die Rest-Streuung MSE, ist der Quotient aus beiden Werten ungefähr 1. In diesem Fall hat der Einfluss A KEINEN deutlichen Effekt bzw. ist nicht signifikant. Je größer der Streuungs-Anteil des Einflusses A ist, desto größer wird der Quotient und umso stärker ist der Effekt von A. Ist der Streuungs-Anteil $MS(A)$ von A verglichen mit der Rest-Streuung MSE deutlich größer, hat der Einfluss von A einen signifikanten Effekt auf das Prozess-Ergebnis. Der Einfluss A steht für einen Einfluss im Modell, d. h. für einen direkten Effekt, eine Wechselwirkung, einen quadratischen oder anderen Einfluss im SPM.

Die Bewertung, wann der Quotient aus (8) zu groß ist, um noch zufällig zu sein, wird über die F-Verteilung und deren kritische Werte ermittelt. Dieser Test heißt auch F-Test (Details s. [Fahrmeir, Künstler u. a. 2012, S. 525] ff. und [Kutner, Nachtsheim und Li 2005]). Die hierfür berechneten Streuungs-Anteile (Sum of Squares, SS), korrigierten Streuungs-Anteile ($SS\,kor$), gewichteten korrigierten Streuungs-Anteile (MS) und der daraus resultierende Wert der F-Teststatistik werden in einer Varianzanalyse- oder ANOVA-Tabelle aufgelistet (Beispiele s. S. 96 und 99).

8.1.2 Kontur- und Wirkungsflächen-Diagramme

Mit Kontur- und Wirkungsflächen-Diagrammen wird das statistische Prozess-Modell 2- bzw. 3-dimensional dargestellt. In einem Konturdiagramm sind die Zielgrößenwerte durch Farben und Höhenlinien oder Konturlinien angegeben (2D), während in einem Wirkungsflächendiagramm die SPM-Struktur 3-dimensional gezeigt wird. (Die Schwierigkeiten von dreidimensionalen Grafiken gibt es auch beim Wirkungsflächendiagramm, vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 78).

Bei beiden Diagramm-Typen lassen sich die Effekte von jeweils zwei variablen Einflussgrößen auf das Prozess-Ergebnis visualisieren. Alle anderen Einflussgrößen werden festgehalten (Haltewerte) und beispielsweise auf mittlere Werte (variabler Einfluss) oder eine Kategorie (attributiver Einfluss) eingestellt.

Beispiel Spritzguss: Kontur- und Wirkungsflächendiagramme

Für das statistische Prozess-Modell ohne *Batch* werden die Einflüsse auf den *Durchmesser* mit Kontur- und Wirkungsflächen-Diagrammen dargestellt. Für den attributiven Einfluss *Typ* werden separate Kontur- und Wirkungsflächen-Diagramme für PE und PP erstellt.

Da die Einstellungen im Prozess von den Einflussgrößen *ESZ*, *NDH*, *NDZ* und *WTemp* teilweise stark vom verwendeten Kunststoff-Typ abhängen, werden die in einem Diagramm nicht dargestellten variablen Einflussgrößen auf mittlere Werte je Kunststoff-Typ eingestellt. Hierfür werden zunächst die Mittelwerte berechnet. In der Standard-Voreinstellung werden in Minitab die Gesamt-Mittelwerte für beide Kunststoff-Typen als Haltewerte verwendet. Diese Gesamt-Mittelwerte vernachlässigen die teils großen Unterschiede in den Prozess-Einstellungen für PP und PE und sind deshalb weniger gut für dieses SPM geeignet.

Mittelwerte ESZ, NDH, NDZ, WTemp nach *Typ*

Statistik > Statistische Standardverfahren > Deskriptive Statistik anzeigen

Variablen: *ESZ NDH NDZ WTemp*

nach Variablen (optional): *Typ*

> Statistik:
Haken setzen bei Mittelwert (andere Haken entfernen)
> OK > OK

Im Navigator werden die Kennzahlen unter „**Deskriptive Statistik: ...**“ angezeigt, s. a. Minitab-Ausgabe 9, S. 173.

Die berechneten Mittelwerte für PE und PP werden in den Kontur- und Wirkungsflächendiagrammen verwendet.

Konturdiagramme / SPM ohne Batch

Das SPM ohne Batch *ist als Regressionsmodell berechnet worden (s. S. 164).*

Statistik > Regression > Regression > Konturdiagramm

auswählen „Diagramme für alle Paare von stetigen Variablen generieren“

> Einstellungen

Stetige Variablen halten bei:

ESZ	0,79
NDH	500,03
NDZ	3,51
WTemp	41,15

Kategoriale Variable halten bei: „PE“ auswählen

> OK > OK

Statistik > Regression > Regression > Konturdiagramm

auswählen „Diagramme für alle Paare von stetigen Variablen generieren“

> Einstellungen

Stetige Variablen halten bei:

ESZ	1,30
NDH	499,98
NDZ	2,52
WTemp	41,00

Kategoriale Variable halten bei: „PP“ auswählen

> OK > OK

Im Navigator werden die Konturdiagramme unter „**Konturdiagramme für Durchmesser**“ angezeigt, s. a. Abbildungen 8.7 und 8.8.

In den beiden Abbildungen sind die Stufenwerte für *Durchmesser* so angepasst worden, dass beide Abbildungen dieselbe Farbskalierung zeigen:
Doppelklick auf die Grafik
> Doppelklick auf die Fläche > Reiter „Stufen“: Stufenwerte eingeben

Wirkungsflächendiagramme / SPM ohne Batch

Das SPM ohne Batch *ist als Regressionsmodell berechnet worden (s. S. 164).*

Statistik > Regression > Regression > Wirkungsflächendiagramm

auswählen „Diagramme für alle Paare von stetigen Variablen generieren“

> Einstellungen

Stetige Variablen halten bei:

ESZ	0,79
NDH	500,03
NDZ	3,51
WTemp	41,15

Kategoriale Variable halten bei: „PE“ auswählen
> OK > OK

Statistik > Regression > Regression > Wirkungsflächendiagramm

auswählen „Diagramme für alle Paare von stetigen Variablen generieren“

> Einstellungen

Stetige Variablen halten bei:

ESZ	1,30
NDH	499,98
NDZ	2,52
WTemp	41,00

Kategoriale Variable halten bei: „PP“ auswählen
> OK > OK

Im Navigator werden die Wirkungsflächendiagramme unter „**Wirkungsflächendiagramme für Durchmesser**“ angezeigt, s. a. Abbildungen 8.9 und 8.10

Die Kontur- und Wirkungsflächen-Diagramme für *Durchmesser* zeigen ähnliche Wirkstrukturen für beide Kunststoff-Typen für die Kombinationen $NDH*ESZ$ und $WTemp*NDH$, während bei den vier anderen Kombinationen $NDZ*ESZ$, $NDZ*NDH$, $WTemp*ESZ$ sowie $WTemp*NDZ$ gegenläufige Effekte erkennbar sind (vgl. Abbildungen 8.7–8.10).

Minitab Ausgabe 9: Deskriptive Statistik: ESZ; NDH; NDZ; WTemp

Statistik

Variable	Typ	Mittelwert
ESZ	PE	0,7885
	PP	1,3036
NDH	PE	500,03
	PP	499,98
NDZ	PE	3,5081
	PP	2,5234
WTemp	PE	41,153
	PP	41,004

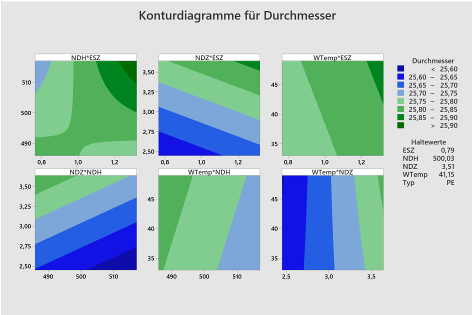

Abbildung 8.7: Konturdiagramm Spritzguss (Typ=PE)

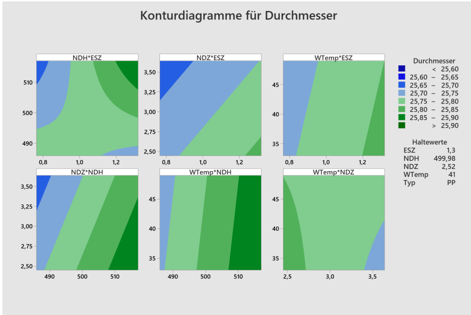

Abbildung 8.8: Konturdiagramm Spritzguss (Typ=PP)

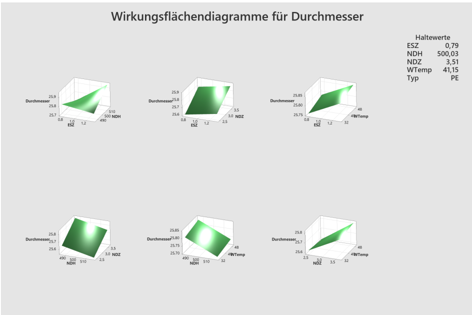

Abbildung 8.9: Wirkungsflächendiagramm Spritzguss (Typ=PE)

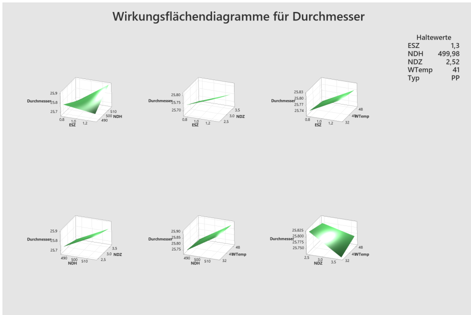

Abbildung 8.10: Wirkungsflächendiagramm Spritzguss (Typ=PP)

Beispiel Laufzeit: Kontur- und Wirkungsflächendiagramme

Für das statistische Prozess-Modell der *Laufzeit* werden Kontur- und Wirkungsflächendiagramme erstellt. Eine Grafik zeigt jeweils den Einfluss von zwei variablen Merkmalen auf die Laufzeit. Im SPM gibt es insgesamt acht Einflussgrößen, drei variable (*PL*, *PMa*, *Abteilungen*) und fünf attributive (*Lieferant*, *Kunde*, *Methode*, *Review*, *Komplexität*).

Da Kontur- und Wirkungsflächendiagramme ausschließlich Effekte von variablen Einflüssen visualisieren können, werden die variablen mit ausgewählten Kombinationen der attributiven Einflussgrößen verwendet. Für die Projektlaufzeit gibt es drei unterschiedliche Kombinationen von variablen Einflüssen (*PL∗PMa*, *PL∗Abteilungen*, *PMa∗Abteilungen*), bei den attributiven insgesamt

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48 \text{ Kombinationen}$$

(jeweils 2 Kategorien für *Lieferant*, *Kunde*, *Methode* und *Review* kombiniert mit 3 Stufen bei der *Komplexität*).

Es lassen sich somit insgesamt für die drei Kombinationen von variablen Einflüssen $3 \cdot 48 = 144$ unterschiedliche Kontur- bzw. Wirkungsflächendiagramme erstellen. Das ist im Allgemeinen zu viel für einen grafischen Vergleich, deshalb werden bestimmte Kombinationen für die attributiven Einflussgrößen ausgewählt. Bei der Projektlaufzeit werden die Einstellungen verwendet, die in den Haupteffektediagrammen (Abb. 8.5) eine niedrige bzw. hohe Projektlaufzeit begünstigen (s. Tabelle 8.3).

Tabelle 8.3: Einstellungen SPM Projektlaufzeit für Kontur- und Wirkungsflächendiagramme

	Laufzeit	
Einflussgröße	**niedrig**	**hoch**
Lieferant	nein	ja
Kunde	nein	ja
Methode	SiSi	PDCA
Review	ja	nein
Komplexität	niedrig	hoch

In den Kontur- und Wirkungsflächendiagrammen werden jeweils die beiden variablen Einflüsse *PL* und *PMa* gezeigt mit *Abteilungen* als dritte Größe, die auf den drei Werten 1, 3 und 6 (kleinste, häufigste und größte Anzahl *Abteilungen*) festgehalten wird.

Für die Umsetzung in R wird zunächst ein Stützgitter berechnet und darauf die Funktion des `lm.2` (vgl. S. 186) angewendet. Die Ergebnisse werden zwei- und dreidimensional dargestellt.

Kontur- und Wirkungsflächendiagramme Laufzeit

```
# lm.2 wurde berechnet (s. S. 121)

require(lattice) # Paket lattice laden

# Gitter-Stützpunkte berechnen
PL.p = seq(min(PL), max(PL), length.out=100)
PMa.p = seq(min(PMa), max(PMa), length.out=100)
          # seq() erstellt eine Sequenz von Werten
Abteil.p = c(1,3,6)
punkte = list(PL=PL.p, PMa=PMa.p, Abteilungen=Abteil.p)
          # list() erstellt eine Liste
gitter = expand.grid(punkte)
          # erstellt das Gitter für die Stützpunkte

gitter.niedrig = cbind(gitter,
          data.frame(Lieferant="nein", Kunde="nein",
          Methode="SiSi", Review="nein",
          Komplexität="niedrig"))
          # data.frame() erstellt eine Datenstruktur
```

```
gitter.niedrig[, "Prognose"] =
        c(predict(lm.2, gitter.niedrig))
        # mit [,...] wird an den vorhandenen data.frame eine Spalte angefügt
        # predict(modell,daten) berechnet Prognosen für „daten“ (s. S. 191 ff.)

gitter.hoch = cbind(gitter,
        data.frame(Lieferant="ja", Kunde="ja",
        Methode="PDCA", Review="ja",
        Komplexität="hoch"))
gitter.hoch[, "Prognose"] = c(predict(lm.2, gitter.hoch))

# Konturdiagramme
contourplot(Prognose ~ PL*PMa | Abteilungen,
        data=gitter.niedrig, main="Kontur niedrig",
        region=TRUE, cuts=10^3, contour=FALSE,
        col.regions=rainbow(2000))
        # contourplot() erstellt das Konturdiagramm
        # Prognose ∼ PL∗PMa | Abteilungen: Höhenlinien aus Prognose,
        # x- und y-Achse PMa und PL,
        # unterschiedliche Grafiken je Wert in Abteilungen

contourplot(Prognose ~ PL*PMa | Abteilungen,
        data=gitter.hoch, main="Kontur hoch",
        region=TRUE, cuts=10^3, contour=FALSE,
        col.regions=rainbow(2000))

# Wirkungsflächendiagramme
wireframe(Prognose ~ PL*PMa | Abteilungen,
        data=gitter.niedrig, main="Wirkungsfläche niedrig",
        zlab="", colorkey=FALSE, shade=TRUE, drape=TRUE,
        scales=list(arrows=FALSE), light.source = c(0,2,2))
        # wireframe() erstellt das Wirkungsflächendiagramm
        # Achsen und Grafiken wie in countourplot (s. o.)

wireframe(Prognose ~ PL*PMa | Abteilungen,
        data=gitter.hoch, main="Wirkungsfläche hoch",
        zlab="", colorkey=FALSE, shade=TRUE, drape=TRUE,
        scales=list(arrows=FALSE), light.source = c(0,2,2))
```

Die Kontur- und Wirkungsflächendiagramme für das SPM Projektlaufzeit zeigen die Abbildungen 8.11–8.14. Bei den niedrigen Einstellungen aus Tabelle 8.3 sind die Projektlaufzeiten erwartungsgemäß deutlich kleiner als bei den hohen Einstellungen. Je mehr *Abteilungen* beteiligt sind, desto länger dauern Projekte (je Grafik unten links: 1 Abteilung, unten rechts: 3 Abteilungen, oben links 6 Abteilungen, vgl. blauen senkrechten Strich in der Feld-Überschrift).

In jeder Grafik liegen auf der Diagonalen von *PL* & *PMa* klein bis *PL* & *PMa* groß die höchsten Werte für *Laufzeit*. In der Kombination Projektleiter mit viel Erfahrung & wenig Projektmitarbeiter sowie Projektleiter mit wenig Erfahrung

& viele Projektmitarbeiter sind die Laufzeiten für beide ausgewählten Kombinationen „niedrig“ und „hoch“ am kürzesten. Möglicherweise kann wenig Erfahrung beim Projektleiter in Projekten mit vielen Projektmitarbeitern durch andere Teammitglieder kompensiert werden.

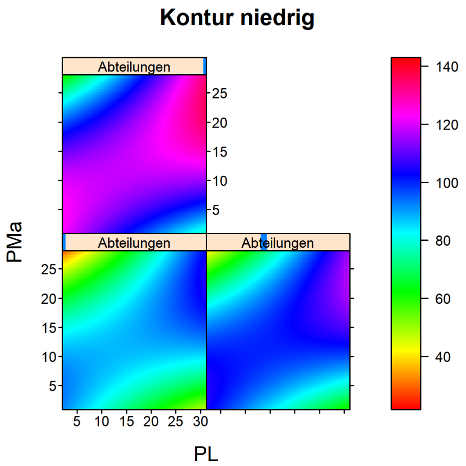

Abbildung 8.11: Konturdiagramm *Laufzeit* (niedrig s. Tab. 8.3, S. 175)

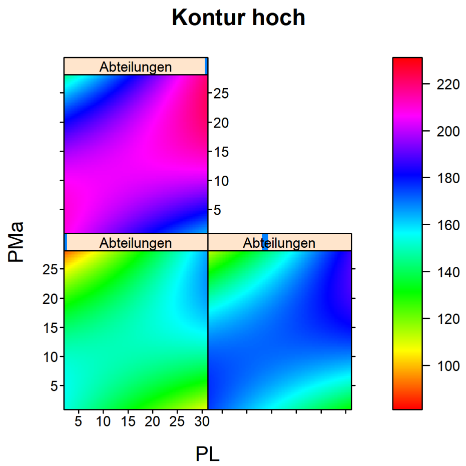

Abbildung 8.12: Konturdiagramm *Laufzeit* (hoch s. Tab. 8.3, S. 175)

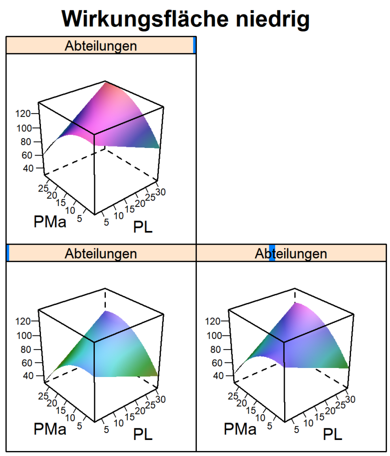

Abbildung 8.13: Wirkungsflächendiagramm *Laufzeit* (niedrig s. Tab. 8.3, S. 175)

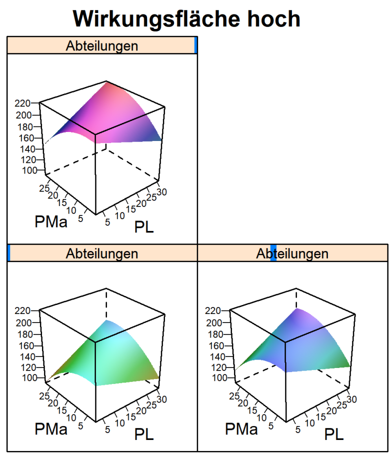

Abbildung 8.14: Wirkungsflächendiagramm *Laufzeit* (hoch s. Tab. 8.3, S. 175)

9.2 Bootstrapping

Beim Bootstrapping wird eine Stichprobe aus der vorhandenen Stichprobe gezogen. Mit diesen Werten werden Kenngrößen oder Prozess-Ergebnisse berechnet. Da das Bootstrap-Verfahren ausschließlich mit bereits vorhandenen Werten arbeitet, ähnelt es dem Münchhausen Prinzip, „sich an den eigenen Haaren aus dem Sumpf ziehen".

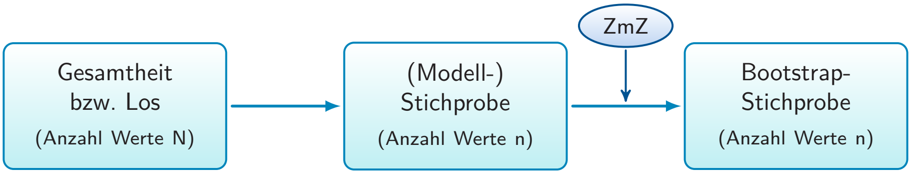

Abbildung 9.5: Zusammenhang Los, (Modell-)Stichprobe, Bootstrap-Stichprobe (ZmZ: Ziehen mit Zurücklegen)

Abbildung 9.5 zeigt den Ablauf bei Bootstrap-Stichproben. Die Stichprobe für die Berechnung des statistischen Prozess-Modells (Modell-Stichprobe) ist die Kandidatenmenge für die Bootstrap-Stichprobe. Gezogen wird mit Zurücklegen, d. h. in der Bootstrap-Stichprobe können Werte aus der Modell-Stichprobe mehrfach auftauchen. Die Anzahl Werte in der Bootstrap-Stichprobe ist dieselbe wie in der Modell-Stichprobe.

Der Vorteil des Bootstrap-Verfahrens ist, dass keine Annahmen zur Verteilung der Werte getroffen werden müssen wie bei der Monte Carlo-Simulation (vgl. Abschnitt 9.1). Dadurch besteht eine Bootstrap-Stichprobe immer ausschließlich aus den bereits für das Modell aufgenommenen Werten, ggf. mit Mehrfach-Auswahl und Weglassen von Werten.

Ein Nachteil der Bootstrap-Methode ist, dass die Ergebnisse der Simulation nur dann zuverlässige Informationen über den untersuchten Prozess liefern, wenn alle relevanten Prozess-Strukturen in der Modell-Stichprobe enthalten sind. Damit das Prinzip „sich an den eigenen Haaren aus dem Sumpf ziehen" funktionieren kann, müssen ausreichend viele Haare auf dem Kopf bzw. genügend Daten und Prozess-Strukturen in der Modell-Stichprobe enthalten sein.

Bootstrap-Verfahren können direkt auf die Modell-Stichprobe oder auf das statistische Prozess-Modell angewendet werden (vgl. Abbildungen 9.6 und 9.7). Wird die Bootstrap-Stichprobe aus der Modell-Stichprobe gezogen, können mit den Werten Kenngrößen für das statistische Prozess-Modell berechnet werden, beispielsweise um Streubereiche für Koeffizienten oder die Anpassungsgüte R^2 zu ermitteln. Beim Bootstrapping mit Vorgabe eines SPMs wird die Bootstrap-Stichprobe aus den Residuen des statistischen Prozess-Modells gezogen und z. B. für die Berechnung eines Prognose-Streubereichs für vorgegebene Einstellwerte verwendet.

Bootstrapping mit Daten oder Bootstrapping mit Residuen: Was ist besser? Es gibt keine allgemein gültige Antwort auf diese Frage. Ein wichtiges Kriterium ist das Vertrauen in das statistische Prozess-Modell. Beide Methoden geben die Wirkstruktur

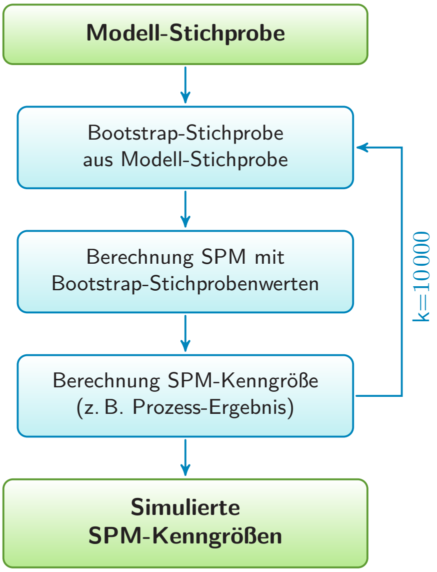

Abbildung 9.6: Bootstrapping mit Daten (Abschnitt 9.2.1)

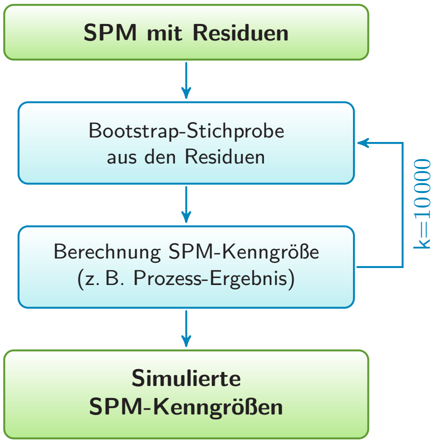

Abbildung 9.7: Bootstrapping mit Residuen (Abschnitt 9.2.2)

vor und legen damit fest, welche direkten Effekte, Wechselwirkungen und quadratischen (kubischen,...) Einflüsse berücksichtigt werden. Beim Bootstrapping der Residuen wird zusätzlich auch die Wirkstärke über die Koeffizienten des SPMs festgelegt, während beim Daten-Bootstrapping die Wirkstärke für jede Bootstrap-Stichprobe neu berechnet wird. Weitere Informationen zu den Vor- und Nachteilen der beiden Methoden finden sich in [Efron 1979, S. 113 ff.]. Die mathematischen Hintergründe des Daten- und Residuen-Bootstrappings werden in [Davison und Hinkley 1997, S. 275 f.] erläutert.

Weitere Informationen und Beispiele zu Bootstrap-Anwendungen finden sich in [Davison und Hinkley 1997], [Barreto und Howland 2005] und [Fox und Weisberg 2012].

9.2.1 Bootstrapping mit Daten in einem SPM

Für das Bootstrapping mit Daten wird die Bootstrap-Stichprobe aus der Modell-Stichprobe gezogen. Die auf diese Weise generierten Werten werden für die Berechnung von Modell-Kenngrößen wie z. B. die Anpassungsgüte R^2 verwendet. Bei jedem Bootstrap-Durchlauf ergibt sich eine simulierte Zahl für die Modell-Kenngröße; bei k=10 000 Durchläufen entsprechend 10 000 simulierte Zahlen. Mit diesen Simulationsergebnissen werden Kenngrößen für das statistische Prozess-Modell berechnet (vgl. Abbildung 9.6).

11 Toleranzen ermitteln

Bei der Toleranzfindung bzw. der Ermittlung von Toleranzgrenzen wird auf der Basis vorhandener Messdaten und Informationen über das Prozess-Ergebnis ein Bereich ermittelt, in dem zukünftige Prozess-Ergebnisse liegen. Tolerierungsmethoden werden eingesetzt, wenn neue Produkte und Prozesse entwickelt werden sowie nach Veränderungen am Prozess. Das Ziel ist, einen belastbaren Bereich zu wahrscheinlichen Prozess-Ergebnissen anzugeben. Bei der Toleranzrechnung können zweiseitige oder einseitige Toleranzgrenzen ermittelt werden.

Sind durch interne und externe Vorgaben bereits Toleranzen festgelegt, beispielsweise weil in nachfolgenden Prozess-Schritten für die Verbaubarkeit bestimmte Maße eingehalten werden müssen, liefert die Toleranzrechnung wenig brauchbare Zusatzinformationen. In diesem Fall sind die Methoden zum Nachweis von Anforderungen besser anwendbar (vgl. Abschnitt 10.2, S. 239 ff.)

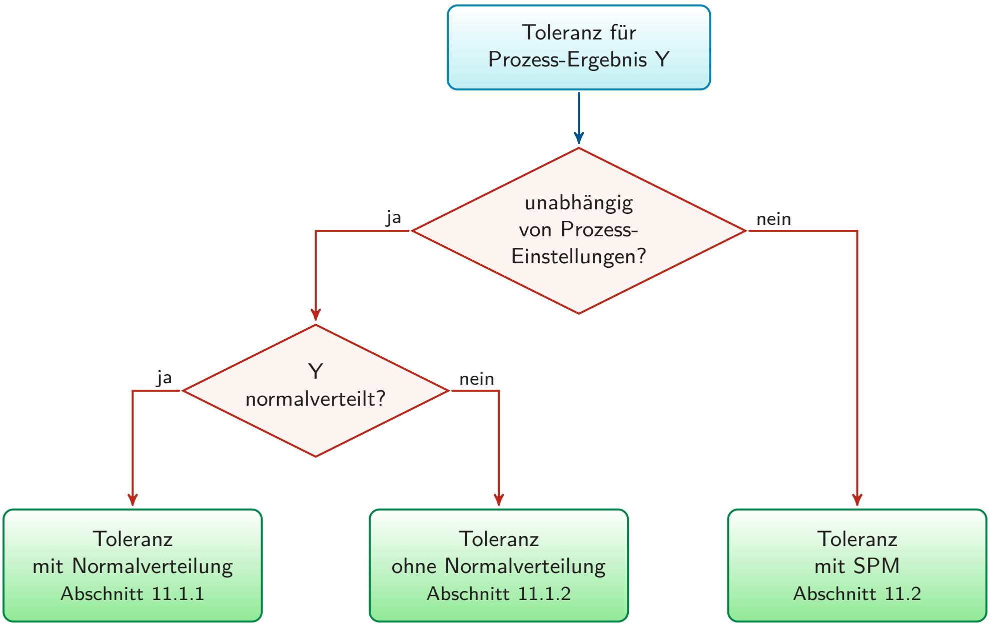

Abbildung 11.1: Auswahl von Methoden für die Toleranzrechnung

Es gibt unterschiedliche Methoden für die Ermittlung von Toleranzgrenzen (vgl. Abbildung 11.1). „Unabhängig von Prozess-Einstellungen“ bedeutet, dass keine bestimmten Einstellwerte für die relevanten Prozess-Merkmale vorgegeben werden. Die Toleranzgrenzen werden auf der Basis von aktuell aufgenommenen Messdaten berechnet, die bei bestimmten Einstellungen im Prozess entstanden sind. Ob die so berechneten Toleranzgrenzen für bislang nicht untersuchte Prozess-Situationen geeignet sind, lässt sich daher nicht zuverlässig vorhersagen (vgl. S. 7 Extrapolation). Beispielsweise kann das Prozess-Ergebnis stark dadurch beeinflusst werden, dass ein neues Werkzeug verwendet oder neue Mitarbeiter eingesetzt werden.

Soll die Tolerierung unabhängig von spezifischen Prozesseinstellungen gerechnet werden, bestimmt die Verteilung des Prozess-Ergebnisses Y die Berechnungsmethode. Unterschieden wird zwischen normalverteilten und nicht-normalverteilten Messdaten, vgl. Abschnitt 11.1. Bei der Berücksichtigung von Prozess-Einstellungen werden Toleranzgrenzen über Simulationen auf Basis des statistischen Prozess-Modells (SPM) ermittelt. Abschnitt 11.2 (S. 272 ff.) beschreibt mögliche Berechnungswege.

11.1 Toleranzgrenzen mit und ohne Normalverteilung

Toleranzgrenzen, die ausschließlich auf Basis der Prozess-Ergebnisse Y ermittelt werden, verwenden für die Berechnung eine Verteilung. Neben der Verteilung werden zwei Kenngrößen für die Ermittlung der Toleranzen verwendet:

1. $P\,\%$ Anteil der Abdeckung (Englisch: coverage):
   Wie viel Prozent der Prozess-Ergebnisse sollen innerhalb der Toleranz liegen?
2. $(1-\alpha)\,\%$ Aussagesicherheit, Vertrauensniveau, Konfidenzniveau:
   Wie groß soll die Genauigkeit der statistischen Kenngrößen sein?

Für den Anteil der Abdeckung $P\,\%$ werden oft Werte wie bei der Optimierungsrechnung, dem Nachweis und der Prozessfähigkeitsbewertung verwendet, z. B. 99, 99,73, 99,9937 und 99,999 943 % (vgl. Tabelle 10.4, S. 240).

Die Aussagesicherheit hängt von der Anzahl aufgenommene Messdaten und der verwendeten Verteilung ab. Üblich ist ein Wert von $(1-\alpha)$=95 %. Die Aussagesicherheit gibt die Genauigkeit der statistischen Kenngrößen an.

Für einige Verteilungen wie die Normalverteilung gibt es Formeln, mit denen direkt aus der Verteilung die Toleranzgrenzen berechnet werden können. [Krishnamoorthy und Mathew 2009] liefern einen ausführlichen Überblick zu Formeln und Berechnungsbeispielen.

11.1.1 Toleranzrechnung mit Normalverteilung

Um Toleranzgrenzen für normalverteilte Prozess-Ergebnisse zu berechnen, wird der Anteil der Abdeckung $P\,\%$ und die Aussagesicherheit der statistischen Kenngrößen $(1-\alpha)\,\%$ vorgegeben. Zusätzlich wird festgelegt, ob ein zweiseitiges Toleranzintervall oder einseitige Toleranzgrenzen (nach unten durch USG ODER nach oben OSG) ermittelt werden soll.

Bevor die Messdaten des Prozess-Ergebnisses in die Formeln eingesetzt werden, sollte immer zuerst geprüft werden, ob die Normalverteilung eine geeignete Verteilung für