Tarefa Básica: Multiplicação de matrizes

Nome: Bárbara O. Grosse, CT11 350.

1) $AB = ?$, $BA = ?$ $\left\{ A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}_{2\times 2} \right.$ $\left\{ B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 3} \right.$

$A_{2\times \underbrace{2 . B_{2}}_{=}\times 3} = \exists$

$$AB = \begin{bmatrix} (-3-1) & (6+3) & (0-4) \\ (0+2) & (0-6) & (0+8) \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} -4 & 9 & -4 \\ 2 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

$B_{2\times \underbrace{3 . A_{2}}_{\neq}\times 2} = \nexists$

2) $AB = ?$, $BA = ?$ $\left\{ A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix} \right.$ $\left\{ B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \right.$

$A_{2\times \underbrace{3 . B_{3}}_{=}\times 2} = \exists$

$$AB = \begin{bmatrix} (15+2+4) & (-10-6-0) \\ (21+4-12) & (-14-12+0) \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} 21 & -16 \\ 13 & -26 \end{bmatrix}$$

$B_{3\times \underbrace{2 . A_{2}}_{=}\times 3} = \exists$

$$BA = \begin{bmatrix} (15-14) & (6-8) & (-3-6) \\ (5-21) & (2-12) & (-1-9) \\ (-20+0) & (-8+0) & (4+0) \end{bmatrix} \longrightarrow BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -9 \\ -16 & -10 & -10 \\ -20 & -8 & 4 \end{bmatrix}$$

③ $A \cdot A^t = ?$ $\left\{ A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right.$ $\left\{ A^t = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right.$

$A \cdot A^t = \begin{bmatrix} (1+0) & (-1+0) \\ (-1+0) & (1+4) \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot A^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ alternativa b

④ $C = A \cdot B \rightarrow C_{21} = ?$ $\left\{ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} \right.$ $\left\{ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right.$

$A_{2\times 3} \cdot B_{3\times 1} = \exists$

$=$

$AB = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \end{bmatrix}$ $(3+8+18) \rightarrow C_{21} = \boxed{29}$ alternativa a

⑤ 1º (por semana) → 25 Kg arroz, 50 Kg carne, 200 cerveja, 20 Kg feijão.

2º → 28 Kg arroz, 60 Kg carne, 150 cerveja, 22 Kg feijão

produto	fornecedor 1	fornecedor 2
1 Kg arroz	1,00	1,00
1 Kg carne	8,00	10,00
1 cerveja	0,90	0,80
1 Kg feijão	1,50	1,00

a) $A_{2\times 4}$ = consumo nos 2 restaurantes

$A = \begin{bmatrix} 25 & 50 & 200 & 20 \\ 28 & 60 & 150 & 22 \end{bmatrix}$ 1º restaurante / 2º restaurante

$B_{4\times2}$ = preço dos produtos nos 2 fornecedores

$$B = \begin{bmatrix} 1,00 & 1,00 \\ 8,00 & 10,00 \\ 0,90 & 0,80 \\ 1,50 & 1,00 \end{bmatrix}$$

→ 1º restaurante × 1º fornecedor

→ 1º restaurante × 2º fornecedor

b) $A.B = \begin{bmatrix} (25+400+180+30) & (25+500+160+20) \\ (28+480+135+33) & (28+600+120+22) \end{bmatrix}$

→ 2º restaurante × 2º fornecedor

→ 2º restaurante × 1º fornecedor

$$AB = \begin{bmatrix} 635 & 705 \\ 676 & 770 \end{bmatrix}$$

lucro = mais caro ⊖ mais barato

→ 1º restaurante: $705 - 635 = 70$ +

→ 2º restaurante: $770 - 676 = 94$

$\boxed{R\$ 164,00}$

6) $\alpha = ?$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \underline{1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (0+1) & (0+0) \\ ((\alpha.a)-1 & \underline{(\alpha+0)} \end{bmatrix}$$

* $\alpha + 0 = 1$

$\alpha = \boxed{1}$ alternativa E

Tarefa Básica: Particularidades sobre produto matricial

1) $A_{m \times n}$, $B_{p \times q}$

a) $(A^t)^t = A$ e $(B^t)^t = B$

Ex: $A = \begin{bmatrix} C & E \\ D & F \end{bmatrix} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} C & D \\ E & F \end{bmatrix} \rightarrow (A^t)^t = \begin{bmatrix} C & E \\ D & F \end{bmatrix} = A$

↳ Correto//.

b) Errado//. Só é possível efetuar $(A+B)$ quando as duas matrizes possuem a mesma ordem.

c) Se $n=p$, então $A.B = B.A$. Errado//

↳ No geral $AB \neq BA$. Só seriam iguais se $A = B$.

d) Errado//. Só é possível efetuar $(A.B)$ se $(n=p)$.

e) Se $n=p$, então $A.B^t = B^t.A$. Errado//

↳ Mesma resposta que a alternativa (c) só que com a B^t no lugar da matriz B.

* Resposta: Alternativa a

② A, B, C = matrizes quadradas de ordem n.

a) $AB = BA \rightarrow$ Errado//

↳ No geral $AB \neq BA$. Só seriam iguais se $A = B$.

b) Se $AB = AC$, então $B = C$. Errado//

↳ Deve-se lembrar como funciona a multiplicação de matrizes, B e C não precisam ser iguais para satisfazer a igualdade, para isso basta que as somas dos produtos de suas linhas e colunas sejam iguais.

c) Se $A^2 = O_n$ (matriz nula), então $A = O_n$. Errado//

d) $(AB).C = A.(BC)$. Correto//

↳ Propriedade associativa para a multiplicação de matrizes

e) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$. Errado//

↳ Seria: $A^2 + AB + BA + B^2$, pois AB e BA não são o mesmo caso então não podem virar 2AB.

* Resposta: alternativa ⓓ

3) A, B, C = matéria prima para medicamentos

Dengue-ox: 5g de A, 8g de B e 10g de C

Chicungunha-ox: 9g de A, 6g de B e 4g de C

preços: x, y, z → 1g de C; 1g de B; 1g de A

matriz com preços de custo da matéria-prima do dengue-ox e do chicungunha-ox = ?

$$\begin{array}{ccc} A & B & C \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 9 & 6 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{3\times 1}$$

preços de A, B, C respectivamente

→ dengue-ox
→ chicungunha-ox

$$\begin{bmatrix} (5x+8y+10z) \\ (9x+6y+4z) \end{bmatrix}$$

* Alternativa b

4) $A_{3\times 3}$, $A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

A

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}_{3\times 3} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{3\times 1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}_{3\times 1}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ d \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$a = -1$
$d = 4$
$g = 2$

$$A^t = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

→ 1ª linha do transposto de A (alternativa c)