~ 11 ~

Tarefa Básica - Discussão de Sistemas Lineares

Nome: Bárbara V. Grosse, CT11 350.

1) $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a & 4 & \vdots & 1 \\ 1 & 2 & \vdots & b \end{pmatrix}_{\cdot(-a)} \sim \begin{pmatrix} & & \vdots & \\ 0 & 4-2a & \vdots & 1-a.b \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow (4-2a)y = 1 - a.b$

$y = \dfrac{1-ab}{(4-2a)}$ ← D

a) $b = 1/2$, S.P.D → D(denominador) $\neq 0$

$D \neq 0$

$4 - 2a \neq 0$

$2a \neq 4$ → $a \neq \frac{4}{2}$ → $a \neq 2$ (falso)

↳ "a" precisa ser diferente de 2

b) Se $a=2$, S.P.I → N (numerador) = 0, D = 0

$\frac{N}{D} = \frac{1-ab}{(4-2a)}$ ⟶ $N=0$ ↳ $2b=1$
$1-ab=0$ $b=\frac{1}{2}$

↳ $4-2a=0$ ↳ $a=\frac{4}{2}=2$ (Verdadeiro)
$2a=4$

↳ Com $a=2$ a solução pode ser indeterminada.

c) Explicação na questão a)

↳ Para ter uma solução possível determinada, $a \neq 2$ (não é um valor único).

d) Explicação na questão b) ~ " ~

↳ $a=2$ → Solução pode ser indeterminada

e) Explicação na questão d)

↳ $a=2$ → solução pode ser indeterminada.

* Resposta: b

2) $\begin{cases} x+Ky=1 \\ Kx+y=1-K \end{cases}$ $\begin{array}{l} -K \\ ↳ \end{array}\left(\begin{array}{cc|c} 1 & K & 1 \\ K & 1 & 1-K \end{array}\right)$

$\sim \begin{pmatrix} & & \vdots & \\ 0 & 1-K^2 & : & 1-2K \end{pmatrix}$ $\rightarrow (1-K^2)y = 1-2K$

$y = \dfrac{1-2K}{1-K^2}$

I - S.P.I $\rightarrow D=0$ e $N=0$

$\dfrac{N}{D} = \dfrac{1-2K}{1-K^2} \longrightarrow N=0$

$1-2K=0 \rightarrow 2K=1$

$K = \dfrac{1}{2}$

$\rightarrow D=0 \rightarrow 1-K^2=0$

$K^2=1$

$K=\sqrt{1} = \pm 1$ (falso) $\rightarrow$ não é 1 único valor

II - S.I. (sistema impossível) $\rightarrow D=0,\ N\neq 0$

$\dfrac{N}{D} = \dfrac{1-2K}{1-K^2} \longrightarrow N\neq 0 : 1-2K\neq 0$

$2K \neq 1$

$K \neq \dfrac{1}{2}$ (falso)

$\rightarrow D=0 \rightarrow K=\pm 1$

(parte I)

$\rightarrow K\neq \dfrac{1}{2}$: Sistema impossível. Então não é sempre que tem solução.

III - S.P.D $\rightarrow D\neq 0$

$D\neq 0$

$1-K^2\neq 0$

$K^2\neq 1$

$K\neq\sqrt{1}$

$K\neq\pm 1$

$\rightarrow$ (Falso) Tem solução única para 2 valores de K.

* Resposta: d

(3) a) $\begin{cases} x+2y+cz=1 \\ y+z=2 \\ 3x+2y+2z=-1 \end{cases}$ $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

$3c+2+0=3c+2$

$\det A = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix}$ $= 8-(3c+2)$ $= 8-3c-2$ $= \boxed{6-3c}$

$2+6+0=8$

b) S.P.D $\rightarrow D \neq 0$

$\begin{array}{c} -3 \\ \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & c & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} (4) \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} & & & \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 2-3c & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} & & & \\ & & & \\ 0 & 0 & 6-3c & -4 \end{array}\right)$

$(6-3c).z=-4$

$z=\dfrac{-4}{6-3c}$

$D\neq 0$

$6-3c \neq 0$

$3c\neq 6$

$c \neq \dfrac{6}{3}$

$\boxed{c\neq 2} \rightarrow \{c \in \mathbb{R} / c \neq 2\}$

(4) $\begin{cases} x-y=K \\ 12x-Ky+z=1 \\ 36x+\quad+Kz=2 \end{cases}$ $\begin{array}{c} -12 \\ \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & 0 & K \\ 12 & -K & 1 & 1 \\ 36 & 0 & K & 2 \end{array}\right) -36$

$\begin{array}{c} (-K) \\ + \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} & & & \\ 0 & 12-K & 1 & 1-12K \\ 0 & 36 & K & 2-36K \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} & & & \\ & & & \\ 0 & -12K+K^2+36 & 0 & (-K).(1-12K)+2-36K \end{array}\right)$

$(-12K+K^2+36)y = -K+12K^2+2-36K$

AFAPEL

$y = \dfrac{12K^2 - 37K + 2}{K^2 - 12K + 36}$ → $K^2 - 12K + 36 \neq 0$

$\Delta = 144 - 4.1.36$

S.P.D

$\Delta = 144 - 144 = 0$

↳ $D \neq 0$

alternativa (a)

$K_1 = \dfrac{12+0}{2} \neq 6$ $\quad$ $K_{11} = \dfrac{12-0}{2} \neq \boxed{6}$

5 $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$

$1-2+2=1$

$D = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right| = 4 - 1 = 3$

$-1+1+4=4$

$-5-12-3=-20$

$Dx = \left|\begin{array}{ccc|cc} 6 & -1 & 1 & 6 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & -3 & 1 \\ -5 & 2 & -1 & -5 & 2 \end{array}\right| = -17 - (-20) = 3$

$-6-5-6=-17$

$-3+5-12=-10$

$Dy = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 6 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -3 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & -5 & -1 & 1 & -5 \end{array}\right| = -13 - (-10) = -3$

$3-6-10=-13$

$6-6+10=10$

$Dz = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 6 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -5 & 1 & 2 \end{array}\right|$

$-5+3+24=22$

$= 22 - 10 = 12$

$x . y . z = ?$

$\dfrac{Dx}{D} . \dfrac{Dy}{D} . \dfrac{Dz}{D} = ?$

$\dfrac{3}{3} . \left(\dfrac{-3}{3}\right) . \dfrac{12}{3} =$

$1 . (-1) . 4 = \boxed{-4}$

alternativa (b)

(6) $\begin{cases} x+y+z=K \\ Kx+y+z=1 \\ x+y-z=K \end{cases}$ $\begin{array}{c} -1\ -K \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & K \\ K & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & K \end{array}\right) \sim$

$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} & & & \\ 0 & 1-K & 1-K & 1-K^2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right)$ $\to$ $-2z=0$

$z=0$

$y(1-K)+(1-K).0 = 1-K^2$

$y = \dfrac{1-K^2}{1-K}$

S.i. $\to D=0,\ N\neq 0$

$\dfrac{N}{D} \longrightarrow 1-K^2 \neq 0$ $\to K \neq \sqrt{1}$

$K^2 \neq 1$ $\quad K \neq \pm 1 \longrightarrow$ a) falso: não é valor único

$\to D=0$ $\to K=1$

$1-K=0$

S.P.D $\to D\neq 0$

$D\neq 0$ $\to K\neq 1 \to$ b) falso: não é valor único

$1-K\neq 0$

c) solução $(K,0,0)$ se $K\neq 0$ $\to$ falso: não sempre tem $(K,0,0)$

$K=2$ (por exemplo)

$y = \dfrac{1-K^2}{1-K} \to \dfrac{1-4}{1-2} = \dfrac{-3}{-1} = 3$

AFAPEL

S.P.I $\rightarrow D=0, N=0$

$\frac{N}{D} = y = \frac{1-K^2}{1-K} \longrightarrow 1-K^2=0 \rightarrow K=\sqrt{1}$

$K^2 = 1 \qquad K = \pm 1$

$1-K=0$ d) Verdadeiro

$K = 1$

e) $z=0$, $y = \frac{1-K^2}{1-K} \rightarrow 0 = \frac{1-K^2}{1-K}$

$0.(1-K) = 1-K^2$

$x+y-z = K \qquad 1-K^2=0$

$x+0-0 = \pm 1 \qquad K^2 = 1$

$x = \pm 1$ (solução não nula: falso) $\qquad K = \sqrt{1} = \pm 1$

* Resposta: d

7) Soma valores de $m = ?$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx-2y+4z=5 \\ m^2x+4y+16z=25 \end{cases} \rightarrow \text{S.P.I} \rightarrow D=0, N=0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 1 \\ m & -2 & 4 & : & 5 \\ m^2 & 4 & 16 & : & 25 \end{pmatrix}$$

filas paralelas proporcionais: Det = 0

* Cramer $\rightarrow \frac{N}{D} = \frac{0}{0} = \frac{Dz}{Det}$

$$Dz: \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & -2 & 5 \\ m^2 & 4 & 25 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ m & -2 \\ m^2 & 4 \end{matrix} = (-50+5m^2+4m)-(-2m^2+20+25m)$$

AFAPEL

$Dz = (-50 + 5m^2 + 4m) - (-2m^2 + 20 + 25m)$

$-50 + 5m^2 + 4m + 2m^2 - 20 - 25m$

$Dz = 7m^2 - 21m - 70$

$\frac{N}{D} = \frac{Dz}{Det} \longrightarrow Dz = 0$

$7m^2 - 21m - 70 = 0 \ (\div 7)$

$m^2 - 3m - 10 = 0$

$Det = 0$

$\Delta = 9 - 4.1.(-10)$

$\Delta = 9 + 40 = 49$

$m_I = \frac{3 + \sqrt{49}}{2.1} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$m_{II} = \frac{3 - \sqrt{49}}{2.1} = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

alternativa c

* Soma valores de m: $5 + (-2)$

$5 - 2 = \boxed{3}$