采用全矢量有限元法设计光子晶体光纤**

李朝阳**,于 丽,张晓光,杨伯君

(北京邮电大学理学院,光通信光波技术教育部重点实验室,北京 100876)

摘要:阐述了基于光子晶体光纤(PCF)的光纤参量放大器(FOPA)的工作原理,对 FOPA 所需的 PCF 特性进行了讨论和设计。采用带混合节点/棱边元三角形单元的全矢量有限元法(FEM),计算了 PCF 中非线性系数、色散斜率和色散零点与空气孔半径、孔间距和空气填充比等结构参数间的关系。计算结果表明:在确保 PCF 光纤高非线性的前提下,通过灵活设计 PCF 的结构参数就可以实现色散控制,得到 PCF 的超宽波长范围内可调的零色散波长、近零超平坦色散和极低的色散斜率,从而为 FDPA 获得高增益、宽带宽等性能创造必要前提。

关键词:光子晶体光纤(PCF);光纤参量放大器(FOPA); 棱边元;有限元法(FEM); 四波混频(FWM)

中图分类号:TN253 文献标识码:A 文章编号:1005-0086(2007)01-0030-06

Design of Photonic Crystal Fiber Using Full Vector Finite Element Method

LI Chao-yang**, YU Li, ZHANG Xiao-guang, YANG Bo-jun

(School of Science, Key Laboratory of Communication and Lightwave Technologies Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: The operating principle is analysed for optical parametric amplifiers based on photonic crystal fiber (PCF). The properties of photonic crystal fiber needed for optical parametric amplifier are discussed and designed. Using full vector finite element method (FEM) with hybrid nodal/edge elements with triangular shape, the relationship between the properties of PCF such as nonlinearity, dispersion slope and zero-dispersion wavelength and of PCF structure parameters of PCF such as the diameter of the air holes, the hole pitch and the air filling factor is investigated. The simulation results show that while keeping high nonlinearity, zero-dispersion wavelength that is adjustable over large wavelength range, near-zero ultra-flattened dispersion and dispersion slope can be achieved by flexibly designing PCF' structure parameters, in such a way high gain and wide bandwidth of FOPA can be achieved.

Key words: photonic crystal fiber (PCF); fiber optical parametric amplifier (FOPA); edge element; finite element method (FEM); four-wave mixing (FWM)

1 引 言

传统的掺铒光纤放大器(EDFA)由于只能在1530~1560 nm 波段放大,且存在ASE噪声而已无法适应大容量光通信发展的更高要求,寻求新的高性能光纤放大器来扩大EDFA的带宽已成为光纤通信的研究热点,其中一种方案是基于四波混频(FWM)的光纤参量放大器(FO-PA)。早期的FOPA采用色散位移光纤(DSF)作增益媒质,由于其非线性系数小、色散斜率大,若要求10dB以上增益,光纤长度得几km以上,如此长的作用长度下,FWM所要求相位匹配条件很难满足,结果FOPA的带宽一般不到1nm。近年,光子晶体光纤(PCF)[1,2]的出现为FOPA的发展提供了契机。PCF[3]的非线性系数与光纤有效面积成反比,而模场面积可以做得很小,因而可以得到比常规单

模光纤(SMF)高得多的非线性系数,从而可大大减少 FO-PA 的光纤长度;PCF 的色散和色散斜率可以设计得很小,使 FOPA 中 FWM 的相位匹配条件容易满足,泵浦光的波长也可以任意选择。因此,理论上基于 PCF 的 FOPA 可以实现宽带高增益光放大。本文采用全矢量有限元法(FEM),计算了 PCF 中非线性系数、色散斜率和零色散点与空气孔半径、孔间距和空气填充比等结构参数间的关系。计算结果表明:在确保 PCF 高非线性的前提下,通过灵活设计 PCF 的结构参数就可以实现色散控制,得到超宽波长范围内可调的零色散波长、近零超平坦色散和色散斜率,从而为 FOPA 获得高增益、宽带宽等性能创造必要前提。

2 基于 PCF 的 FOPA 工作原理

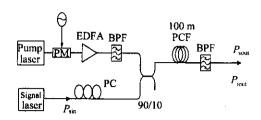
利用 PCF 作为 FOPA 的示意图如图 1 所示。泵浦光

^{*} 收稿日期:2006-04-02 修订日期:2006-06-09

^{*} 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60578043);北京市教育委员会共建资助项目(XK100130537))

^{* *} E-mail: facesunli@263. net

经相位调制器(PM)后由 EDFA 放大,再经光带通滤波器 (BPF)滤除 ASE 噪声,然后经过9:1耦合器和输入信号光耦合,耦合光进入 PCF 进行参量放大,最后进入 BPF 得到有用的闲频光和放大了的信号光。



PM:Phase modulator; BPF:Bandpass filter;

PC:Polarization controller

图 1 FOPA 示意图

Fig. 1 Schematic diagram of FOPA

一般参量放大是基于介质中的非线性效应,特别是二阶非线性系数比较大的介质中产生[4]。基于 PCF 的 FO-PA,主要利用 PCF 中较大的三阶非线性系数,因为它可以比普通 SMF 的相应参量大数 10 倍。由于 PCF 零色散点可以在较宽的频带内调节,利用它可以使放大器在较宽的频带内进行放大,而不像 EDFA 那样受到跃迁能级的限制。光学参量放大基于光纤中有效的 FWM 过程,要求能量和动量都守恒,即要求相位匹配。相位匹配一般在零色散点附近容易满足。

在强泵浦的条件下,如果忽略泵浦光的损耗,可以推出信号光功率为[5]

$$P_s(l) = P_s(0) \left[1 + \left(\frac{\gamma P_p}{g} \sinh(gl)^2\right] \approx$$

$$P_s(0) + [1 + (\gamma P_p l)^2 (1 + \frac{(gl)^2}{3!} + \frac{(gl)^4}{5!} + \cdots)^2]$$
 (1)

其中: l 为光纤作用长度; g 为参量增益因子, 有

$$g^2 = \lceil (\gamma P_p)^2 - (\kappa/2)^2 \rceil \tag{2}$$

式中, κ 为相位失配因子。在严格相位匹配的条件下, $\kappa=0$ 。若 $\gamma P_{\nu}l\gg1$,则有

$$P_s(l) = P_s(0)\sinh^2(gl) \approx \frac{P_s(0)}{4}\exp(2\gamma P_p l)$$
 (3)

由式(3)可见,输出功率同泵浦功率理论上是指数关系。通过调整泵浦功率可改变 FOPA 的放大增益,是 FOPA 的一个突出的优点。在理想情况下,输出功率随光纤非线性系数 γ 指数增加,同时随 l 的增加而指数的增加,但 l 增加后相位匹配的条件往往难以满足。提高泵浦功率除受到泵浦源功率限制外,也受到受激布里渊散射阈值的限制。所以,增加输出功率最有效的方法是提高 γ,而 PCF 只要适当选择空气孔的间距和半径就可以得到比普通 SMF 大得多的非线性系数。相应放大器增益系数为

$$G_s = \frac{P_s(l)}{P_s(0)} = \frac{1}{4} \exp(2\gamma P_p l)$$
 (4)

用分贝表示为

$$G_{\rm dB} = 10\log_{10}\left(\frac{1}{4}\exp(2\gamma P_p l)\right) \tag{5}$$

图 2 给出了基于 PCF 的 FOPA 增益图,所用参量 P_p =1.2 W、l=100 m 和 γ =50 W⁻¹·km⁻¹。2 峰值间的宽度可以看成 FOPA 的增益带宽,即

$$\lambda_p - \lambda_s = \sqrt{\frac{2\gamma P_p}{\frac{2\pi c}{\lambda_s^2} \frac{dD}{d\lambda} (\lambda_p - \lambda_0)}} = \pm 24.3 \text{ nm} \quad (6)$$

从式(6)看出,在 $\gamma P_p l$ 一定时,减少l即增加 γP_p 就可以增加 FOPA 的带宽。另外,减少色散斜率也能增加带宽。利用 PCF 实现这些显然是比较有利的,因为它有比较大的 γ ,适当改变 PCF 参数可以得到 $dD/d\lambda$ 很小的 PCF。

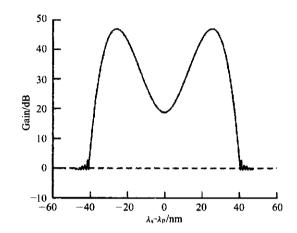


图 2 基于 PCF 的 FOPA 增益图

Fig. 2 Gain spectrum of FOPA based on PCF

3 采用全矢量 FEM 计算电磁场的原理

3.1 全矢量波动方程的变分公式

从麦克斯韦方程出发,可以推导出 PCF 中电磁场应满足的矢量波动方程为

$$\nabla \times (\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = 0$$

式中: E 为 PCF 中的电场强度; ε_r , μ_r 为 PCF 中的相对磁导率和相对介电常数。采用如图 3 圆周所示的"假想"边界条件^[6], 边界选得离中心芯子区域足够远, 使边界处的电场值衰减到近似为零。数值计算结果表明, 在边界上, 电磁场已衰减到可以忽略的程度。

由标准变分原理[7],上述矢量波动方程相应的泛函为 $F(\mathbf{E}) =$

$$\frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) (\nabla \times \mathbf{E})^* - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} \mathbf{E}^* \right] d\Omega$$

其中: Ω 为边界所包围的光纤横截面区域。若将电场表示为

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}(x,y) e^{-jk_z z}$$

其中, kz 为传播常数。则泛函表达式可变为

$$F(\mathbf{E}) =$$

$$\frac{1}{2}\iint_{\Omega}\left[\frac{1}{\mu_{r}}(\nabla_{t}\times\boldsymbol{E}_{t})(\nabla_{t}\times\boldsymbol{E}_{t})^{*}-k_{0}^{2}\varepsilon_{r}\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^{*}\right]+$$

$$\frac{1}{u_{t}}(\nabla_{t} \times \mathbf{E}_{z} + jk_{z}\mathbf{E}_{t})(\nabla_{t}\mathbf{E}_{z} + jk_{z}\mathbf{E}_{t})^{*} \left[d\Omega \quad (7) \right]$$

其中: ∇_t 表示横向电场算子; E_t 为电场的横向分量; E_z 为电场的轴向分量。

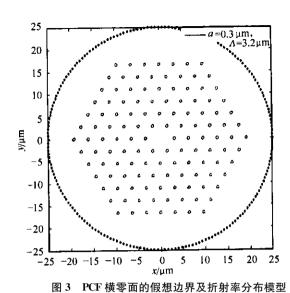


Fig. 3 Virtual boundary of cross section of PCF and refractive index distribution model

3.2 区域离散

应用 FEM 求边值问题的基本思想是:用许多子域来代 表整个连续区域,在每个子域中,未知函数用带有未知系数 的插值函数来表示,这样就将无限个自由度的原边值问题 转化为有限个自由度的问题,从而使整个系统的解用有限 数目的未知系数来近似。然后再用 Rayleigh-Ritz 变分法得 到一组代数方程,最后求解方程组得到边值问题的解。具 体来说,有限元分析应包含的基本步骤为:1)区域的离散 或子域划分;2) 插值函数的选择;3) 方程组的建立;4) 方 程组的求解。其中,第1步区域离散是最重要的一步,因为 区域离散的方式决定计算机的内存需求、计算时间和数值 结果的精度。对为二维区域的 PCF 横截面,通常被离散成 小三角形单元,因为三角形单元最适合来离散不规则区域。 在解变化比较剧烈的地方,应用较小的单元,因为单元越 小,数值解结果愈好。但会导致较多的未知量而增加内存 需求和计算时间,在解变化平缓的地方应用较大的单元。 将整个计算区域剖分成 M 个三角形,如图 4 所示。

3.3 节点/棱边混合型的三角形单元及其插值函数

图 5(a)为典型的三角形单元,用 e 表示。其中第 i 个顶点(也就是节点)坐标为(x_i , y_i)(i=1,2,3),该处的纵向场分量用未知量 E_{i} 表示,核边 i 的边长表示为 l_{i} ,沿核边箭头所指方向的切向场分量大小用 E_{i} 表示,它也是待求量。三角形面积表示为 Δ^{e} ,且

$$\Delta^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix}$$

定义三角形面积坐标 $L_i^e = \Delta_i^e/\Delta_i^e$,其中 Δ_i^e 是行列式 Δ_i^e 中第 i 行被 [1,x,y] 取代后所得行列式的值。在这样的节点/棱边混合型三角形单元中,单元内任意点处场可以用 3 顶点处纵向场分量和 3 棱边上切向场分量联合表示。其中,纵向场分量表示为

$$E_z^e(x,y) = \sum_{i=1}^{3} L_i^e E_{zi}^e = \{L^e\}^{\mathrm{T}} \{E_z^e\} = \{E_z^e\}^{\mathrm{T}} \{L^e\}$$

 $\{\, ullet \, \}$ 表示列向量;上标 T 表示向量的转置。横向场分量可表示为

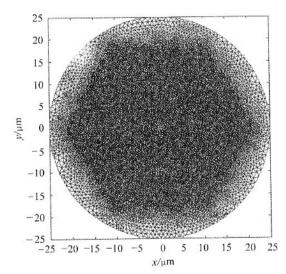


图 4 计算区域内的三角形网格图

Fig. 4 Triangular mesh diagram in the simulation area

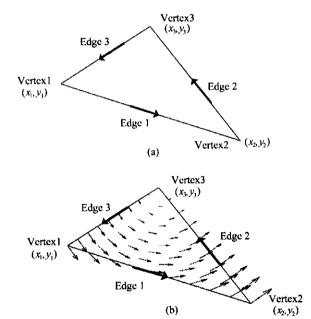


图 5 (a) 节点/矢量棱边元混合型三角形单元; (b) 任一棱边对应的矢量基函数如棱边 1, 只在该边上有切向分量,在其他棱边上无切向分量 Fig. 5 (a) Hybrid edge/node elements with triangular shape;(b) The vector expansion function corresponding to any edge (e, g, edge 1) has tangential element only on this edge

$$\begin{split} \textbf{\textit{E}}_{\text{f}} &= \sum_{i=1}^{3} N_{\text{f}i} \textbf{\textit{E}}_{\text{f}i} = \{\textbf{\textit{N}}_{\text{f}}\}^{\text{T}} \{\textbf{\textit{E}}_{\text{f}}\} = \{\textbf{\textit{E}}_{\text{f}}\}^{\text{T}} \{N_{\text{f}}\} \\ \text{其 中:} \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} &= (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}t} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{l}}_{\text{f}}; \textbf{\textit{N}}_{\text{f}} = (\textbf{\textit{L}}_{\text{f}} \nabla \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} - \textbf{\textit{L}}_{\text{f}}) \textbf{\textit{L}}_{\text{f}} + \textbf{\textit{L}}_{$$

函数,可以避免伪解。传统 FEM 得到的解只是不太严格意义上满足控制微分方程的弱解,其中掺杂有非物理的伪解,必须在数值解中排除。进一步研究表明,伪解是因为插值函数不满足散度条件引起的[8]。对无源的 PCF,对电场不满足 $\nabla (\epsilon \mathbf{E}) = 0$,对磁场不满足 $\nabla (\mu \mathbf{H}) = 0$ 。容易证明, $\nabla \mathbf{N}_{i} = 0$,正是因为这个强加的零散度条件,确保了伪解的完全消除。此外, \mathbf{N}_{i} 作为矢量基函数,仅在第 i 条棱边上有一切向分量,而在其他棱边上均为零,见图 $5(\mathbf{b})$,如此保证了单元棱边切向场的连续性。同样,线性插值函数 L_{i}^{μ} 也使第 i 条边上的 $E_{i}^{\mu}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ 只和该边两端点的纵向电场有关,由此保证了纵向电场在单元两侧的连续性。

3.4 本征值方程组的推导

若将泛函式(7)乘以 k_z^2 ,并做变量代换 $[6]e_t = k_z E_t$ 、 $e_z = -jE_z$ 代入,则式(7)变为

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M} \left[\{e_{\mathbf{f}}^{e}\}^{T} [A_{\mathbf{f}\mathbf{t}}^{e} \{e_{\mathbf{f}}^{e}\}^{*} + k_{z}^{2} \begin{pmatrix} e_{\mathbf{f}}^{e} \end{pmatrix}^{T}] \begin{bmatrix} B_{\mathbf{f}\mathbf{t}}^{e} & B_{\mathbf{f}z}^{e} \\ B_{z\mathbf{t}}^{e} & B_{z\mathbf{z}}^{e} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{\mathbf{f}}^{e} \end{pmatrix}^{*} \right]$$
其中单元矩阵

$$\begin{split} & \left[A_{\mathrm{ft}}^{\mathrm{f}} \right] = \\ & \iint_{\Omega^{\prime}} \left[\frac{1}{\mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}}} \{ \nabla_{\mathrm{t}} \times \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \} \{ \nabla_{\mathrm{t}} \times \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \}^{\mathrm{T}} - k_{0}^{\mathrm{g}} \varepsilon_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}} \{ \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \}^{\mathrm{T}} \right] \mathrm{d}\Omega; \\ & \left[B_{\mathrm{ft}}^{\mathrm{g}} \right] = \iint_{\Omega^{\prime}} \left[\frac{1}{\mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}}} \{ \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \} \{ \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega, \\ & \left[B_{\mathrm{zt}}^{\mathrm{g}} \right] = \iint_{\Omega^{\prime}} \left[\frac{1}{\mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}}} \{ L^{e} \} \{ \nabla_{t} \mathbf{N}_{\mathrm{f}} \}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega, \\ & \left[B_{\mathrm{zt}}^{\mathrm{g}} \right] = \iint_{\Omega^{\prime}} \frac{1}{\mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}}} \{ \nabla_{t} L^{e} \} \{ \nabla_{t} L^{e} \}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega, \\ & \left[B_{\mathrm{zt}}^{\mathrm{g}} \right] = \iint_{\Omega^{\prime}} \left[\frac{1}{\mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}}} \{ \nabla_{t} L^{e} \} \{ \nabla_{t} L^{e} \}^{\mathrm{T}} - k_{0}^{\mathrm{g}} \varepsilon_{\mathrm{f}}^{\mathrm{g}} \{ L^{e} \} \{ L^{e} \}^{\mathrm{T}} \right] \mathrm{d}\Omega \end{split}$$

式中: Ω^e 为单元e 的区域; μ 、 ϵ 为该单元内相应的相对磁导率和相对电容率。采用全局编码,泛函变为

$$F =$$

$$\frac{1}{2} \{e_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}\}^{\mathsf{T}} [A_{\mathbf{f}\mathbf{t}}^{\mathbf{e}} \{e_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}\}^{*} + \frac{1}{2} k_{z}^{2} \begin{pmatrix} e_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}} \\ e_{z}^{\mathbf{e}} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} B_{\mathbf{f}\mathbf{t}} & B_{\mathbf{f}z}^{\mathbf{e}} \\ B_{\mathbf{g}z}^{\mathbf{e}} & B_{\mathbf{g}z}^{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}} \\ e_{z}^{\mathbf{e}} \end{pmatrix}^{*}$$

再采用复值问题的里兹(Litz)变分法[9],得到广义本征值问题

$$\begin{bmatrix} A_{\rm tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{\rm t} \\ e_z \end{pmatrix} = -k_z^2 \begin{bmatrix} B_{\rm tt} & B_{\rm tz} \\ B_{\rm zt} & B_{\rm zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{\rm t} \\ e_z \end{pmatrix}$$

由此式的第 $2 \land f$ 程,可得 $[B_{zt}]\{e_t\}+[B_{zz}]\{e_z\}=0$ 。消去 $\{e_z\}$,最后得到 $[A_{tt}]\{e_t\}=k_z^2[B'_{tt}]\{e_t\}$,其中 $[B'_{tt}]=[B_{tz}][B_{zz}]^{-1}[B_{zt}]-[B_{tt}]$ 。解此本征值方程,可得相应的本征值和本征向量,其中本征值对应传播常数 $\beta=k_z$,由它可得有效模折射率、色散和色散斜率,本征向量对应横向电磁场的分布,由它可求得模场直径、非线性系数等光纤参数。其中,光纤中非线性系数为[3]

$$\gamma = rac{2\pi ar{n}_2}{\lambda} rac{ar{n}_2}{A_{
m eff}}, ar{n}_2 = rac{\iint n_2(x,y) \mid E(x,y) \mid^4 \mathrm{d}x \mathrm{d}y}{\iint \mid E(x,y) \mid^4 \mathrm{d}x \mathrm{d}y}$$

有效纤芯面积为

$$A_{\text{eff}} = \frac{|\iint \mid E(x,y) \mid^{2} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mid^{2}}{\iint \mid E(x,y) \mid^{4} \mathrm{d}x \mathrm{d}y}$$

其中, $n_2(x,y)$ 为 PCF 横截面上坐标为(x,y) 处的折射率, 对空气孔, $n_2(x,y) = 1$,对石英 $n_2(x,y) = 1$.49。

4 用于 FOPA 的 PCF 的设计

4.1 PCF 横截面上的折射率分布模型

对沿纵向均匀分布的 PCF,按横向折射率分布 PCF 可以分为包层和芯子 2 部分。包层是由空气孔和石英组成的六角密排(三角格子)结构,纤芯由石英棒代替空气孔而形成中心缺陷。本文讨论的 PCF 折射率分布光纤模型如图 3 所示,它由 6 环空气孔组成。计算区域为半径是 25 μ m 的圆型区域。图中: α 表示空气孔半径; Λ 表示空气孔间的间距。相应的空气填充率为

$$f = (2\pi/\sqrt{3})(a/\Lambda)^2$$

它定义为每个三角格子里面空气孔部分占格子总面积的比重。空气部分折射率取 1, 石英部分折射率取 1.49。

4.2 波导色散对材料色散的补偿效应

对任意光纤,其色度色散定义为

$$D = -\frac{\lambda}{\epsilon} \frac{\mathrm{d}^2 n_{\mathrm{eff}}}{\mathrm{d}\lambda^2}$$

其中, $n_{\rm eff}$ 模有效折射率, $n_{\rm eff} = \beta [\lambda, n_m(\lambda)]/k_0$, β 为传播常数, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为自由空间波数, $n_m(\lambda)$ 表示 Si 的材料折射率是波长的函数。色度色散可表示为材料色散和波导色散的和[5],即

$$D(\lambda) = D_{wg}(\lambda) + D_m(\lambda)$$

其中, D_{ug} (λ)是由光纤几何结构决定的波导色散, 它是因为 光脉冲在纤芯和包层中都有能量在传播, 且脉冲在包层里 的部分因包层折射率小而传得快, 脉冲在纤芯里的部分因 纤芯折射率大而传得慢, 从而引起脉冲展宽造成的。波长 越长, 脉冲在包层中能量越多, 故波导色散和波长有关, 其 关系可表示为

$$D_{ug}(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{\mathrm{d}^2 n_g}{\mathrm{d}\lambda^2}$$

式中 $,n_g$ 是假定材料折射率不随波长变化时的模折射率 $,n_g$ = $\beta(\lambda)/k_0$ 。而材料色散

$$D_m(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{\mathrm{d}^2 n_m}{\mathrm{d}\lambda^2}$$

它由 Si 的折射率对波长的依赖关系决定,此关系由 Sellmeier^[3]方程给出

$$n_m^2(\lambda) = 1 + \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}$$
(8)

当材料色散和波导色散随波长同方向变化,也就是说同时增大或减小时,那么总的色散将增大或减小,此时不能得到色散平坦曲线。如果两者变化方向相反,而且变化速率(对波长而言)相近,那么可以得到近似平坦的总色散曲线,其色散斜率很小。进一步精确控制 PCF 结构参数,可以同时使总色散很小,从而得到近零色散平坦光纤。这时零色散点也可人为任意改变。这在 FOPA 中是所希望的。这样人为引入的波导色散将起到补偿材料色散的作用,称之为波导色散对材料色散的补偿效应,它也是用 DSF 的基

本思路。图 6显示了这种补偿效应。图中,实线为材料色散和波长的关系曲线,它不受光纤结构影响;点组成的虚线为波导色散,它和材料色散曲线变化是相反的。两者相加即 PCF 的总色散曲线,它有 3 个零点,其中第 1、2 零点间的区间为我们感兴趣的 $1.55~\mu m$ 波长范围。

4.3 PCF 中色散的精确控制

图 6 说明了 PCF 中实现色散控制的大致方向,但控制是粗糙的,其总色散曲线还很不理想。如果能把图 6 中第 1、2 零点间的色散曲线平移到 1.55 μ m 处,并且降低其曲线高度,那么就可能实现我们的期望,得到近零平坦色散曲线。为此,保持图 6 中的 PCF 的空气孔间距 Λ 不变,试探着改变空气孔半径,经过 FEM 的计算,得到图 7 的波导色散曲线。由图 7 可以看出,在空气孔间距不变的情况下,单纯改变 PCF 中包层空气孔半径,可以使 1~2 μ m 波段间波导色散曲线发生左右平移,同时又保持该波段内曲线斜率不变。其变化规律是:当孔径减小时,曲线发生红移,向长波长方向移动;孔径增大时,曲线蓝移,向短波长方向移动。

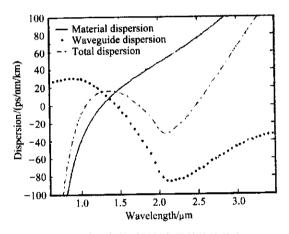


图 6 波导色散对材料色散的补偿效应

Fig. 6 The compensation effect of waveguide dispersion to material dispersion

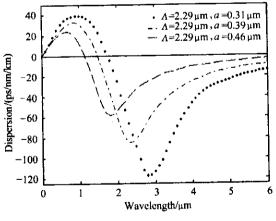


图 7 调节空气孔半径来实现 波导色散曲线的平移

Fig. 7 Shift of waveguide dispersion curve by adjusting air-hole radius

在图 7 的基础上,保持空气填充率不变,或 a/Λ 的比值不变的前提下,增大或减小孔间距,观察感兴趣波段内波导色散曲线的变化趋势,如图 8 示。由图 8 可知,改变孔间距,不仅曲线斜率发生了改变,同时曲线也发生平移。当 a/Λ 的比值不变而孔间距增大时,曲线(色散零点)向长波长方向移动,同时斜率变小;当 a/Λ 的比值不变而孔间距减小时,曲线向短波长方向移动,同时斜率增大。

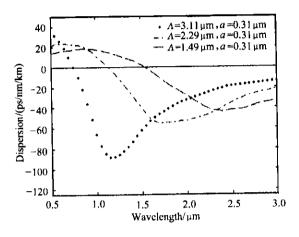


图 8 空气填充率不变时, 孔间距对波导色散的影响

Fig. 8 The effect of the pitch on waveguide dispersion while keeping air filling coefficient unchanged

根据上述规律,可以先调节孔径使第 1、2 零点间波导色散曲线平移到 1.55 μ m 波长窗口。由于在此窗口上材料色散曲线近似为线性,如果保持 a/Λ 的比值不变,再调节孔间距,那么波导色散的曲线斜率就会增大或减小,结果是必能找到合适结构参数,使得材料色散和波导色散斜率大小近似相等,而正负号相反,从而总的色散近似为零。数值模拟结构如图 9 所示。此时,在 1550±100 nm 波段内,色散在±0.2 ps/km/nm 范围内,色散斜率为 -0.003 ps/km/nm²。模场面积 $A_{\rm eff}=3.24$ μ m²,非线性系数为 $\gamma=15.8$ W $^{-1}$ ·km $^{-1}$,远大于常规 SMF 的相应值,零色散点也位于泵浦激光器波长 1.55 μ m 附近。这些

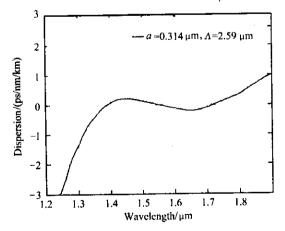


图 9 PCF 在 1.55 µm 的近零超平坦色散特性 Fig. 9 The near-zero flatten dispersion characteristics of PCF near 1.55 µm

数据能确保参量放大器有较高的增益和较大的带宽[9]。

5 结 论

采用带混合节点/棱边元三角形单元的全矢量 FEM,计算了 PCF 中非线性系数、色散斜率和零色散与空气孔半径、孔间距和空气填充比等结构参数间的关系。计算结果表明:在确保 PCF 高非线性的前提下,通过灵活设计 PCF 的结构参数就可以实现色散控制,可以得到 PCF 的超宽波长范围内可调的零色散波长、近零超平坦色散和色散斜率,从而为 FOPA 获得高增益、宽带宽等性能创造必要前提。在计算过程中,采用棱边元做基函数,避免了传统 FEM 常见的伪解。此外,不同于文献 [4]设计的超平坦色散光纤,需要 2 层 4 环半径不同的空气孔做包层,制作工艺复杂,本文提出的 PCF 结构参数是单层 6 环,具有制造相对简单、成本低和实用性强的优点。

参考文献:

- [1] LOU Shu-qin, JIAN Wei. A novel high birefringence photonic crystal fiber[J]. *Journal of Optoelectronics laser*(光电子•激光),2005,16 (11):1265-1269. (in Chines)
- [2] LOU Shu-qin, WANG Zhi, REN Guo-bin, et al. Polarization properties of elliptical core photonic crystal fiber[J]. Journal of Optoelectronics

- ・Laser(光电子・激光),2004,15(9):1021-1025.(in Chinese)
- [3] Agrawal G P. Nonlinear Fiber Optics [M]. 3nd. San Diego: Academic Press, 2001. 46-46.
- [4] Wu Tzong-Lin, Chao Chia-Hsin. A novel ultraflattened dispersion photonic crystal fiber [J]. *IEEE Photonics Technology Letters* 2005, **17** (1):67-69.
- [5] Marhic M E, Kagi N, Chiang T K. Broadband fiber optical parametric amplifiers [J]. *OPt Lett*, 1996, **21**(8);573-575.
- [6] Midrio M, Singh M P, Someda C G. The space filling mode of holey fibers; an analytical vectorial solution [J]. *J Lightwave Technol*, 2000, 18(7);1031-1037.
- [7] Hansryd J,Andrekson P A. Broad-band continuous-wave-pumped fiber optical parametric amplifier with 49 dB gain and wavelength-conversion efficiency[J]. *IEEE Photon Technol Lett* 2001, **13**(3):194-196.
- [8] Lee J F, Sun D K, Cendes Z J. Tangential vector finite elements for electromagnetic field computation [J]. *IEEE Trans Magetics*, 1991, **27** (5):4032-4035.
- [9] Richford W B. A First Course in the Finite Element Method [M]. Homewood IL:Richard D,1990.

作者简介:

李朝阳(1967-),男,湖南人,讲师,博士,研究方向为光纤通信系统.