Problema 1: **Energy Efficient Coverage Path Planning with Drones**

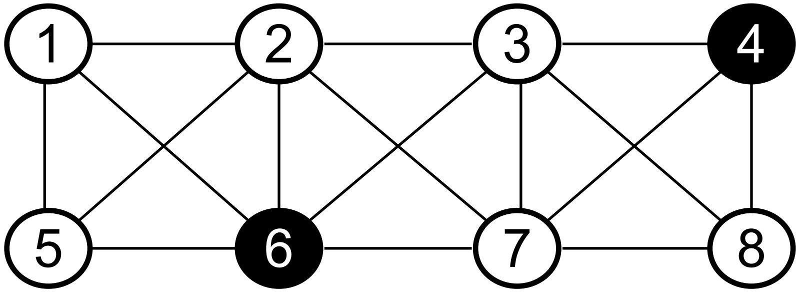
Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem

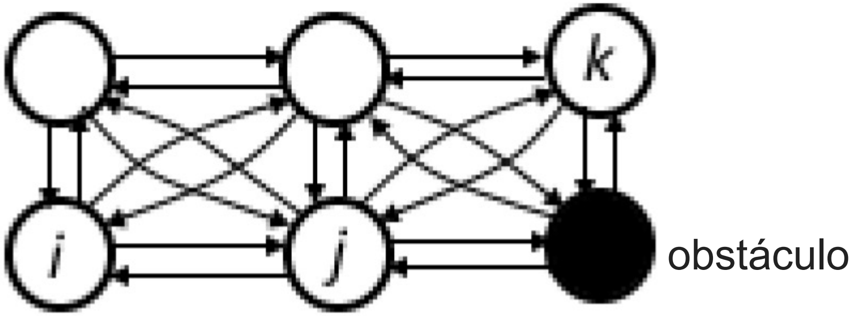
- O problema consiste em otimizar a rota de cobertura de um drone em um campo agrícola, levando em consideração quatro fatores que são: a **elevação** do terreno, os **obstáculos**, a amplitude das **mudanças de direção** feitas ao longo do caminho.

MODARES, Jalil et al. UB-ANC planner: Energy efficient coverage path planning with multiple drones. In: **2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)**. IEEE, 2017. p. 6182-6189

Problema 1: Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem

- A área a ser coberta pelo drone é representada como um **grid** (conjunto de células, ou nós).
- Esse grid é representada como um grafo G(V, E), onde V é o **conjunto de nós** e E é o **conjunto de arestas**. $e_{ij} \in E$ denota uma aresta entre os nós i e j.
- Além disso, pode haver um **conjunto de obstáculos** K tal que $K \subset V$. Também assume-se que o drone sempre atravessa células adjacentes, portanto, o grafo será formado apenas por arestas entre **células adjacentes**.

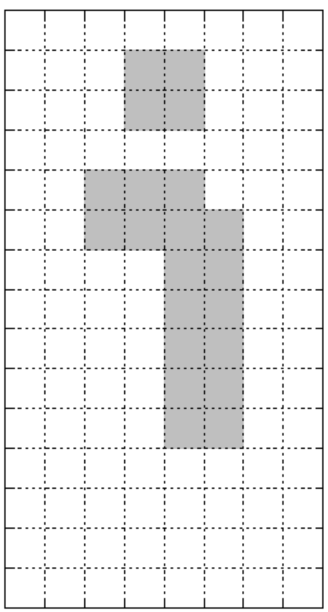




Problema 1: Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem

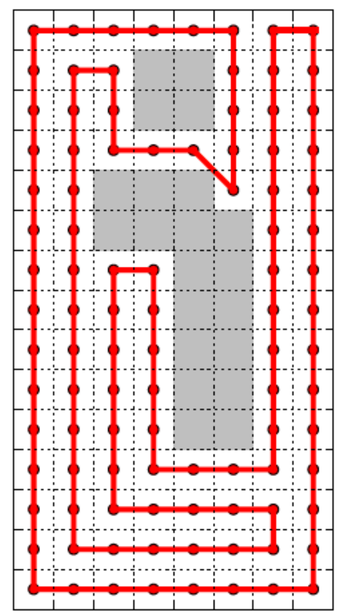
- O problema consiste em encontrar o melhor plano de voo para um drone sobrevoar um campo (de cultivo). Ou seja, pretende-se calcular a **rota ótima**, tendo em conta que o campo precisa ser coberto inteiramente.
- Cada nó deve ser visitado exatamente uma única vez.
- O custo (energia) é proporcional à distância percorrida.

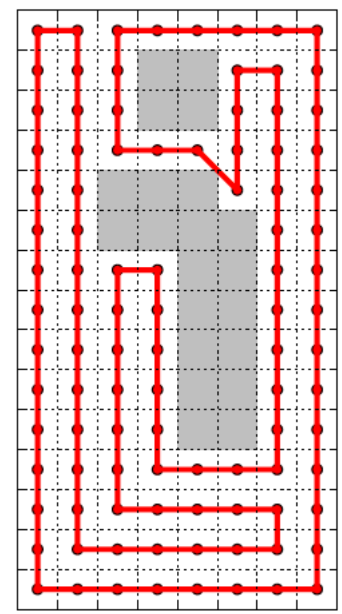
Cell size:
10m x 10m
20m x 20m



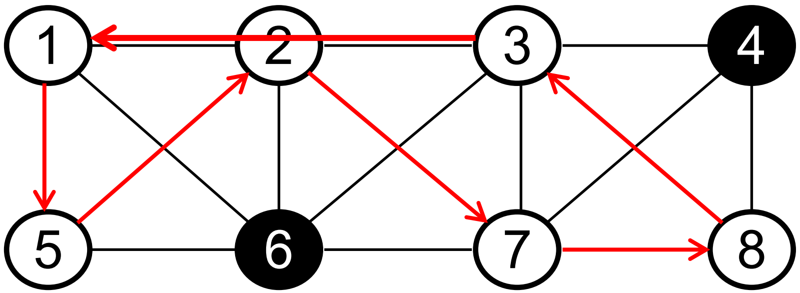
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64
65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104
105	106	107	108	109	110	111	112
113	114	115	116	117	118	119	120

V' = V - K





Problema 1: **Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem**



Rota: 1 → 5 → 2 → 7 → 8 → **3** → **1**

Para determinar o custo (distância) da rota, primeiro determinar o grafo de caminhos mínimos aplicando o algoritmo de **Floyd-Warshall**.

Caminho mínimo de 3 para 1: $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, $d(3,1) = d(3,2) + d(2,1)$

Caminho mínimo de 5 para 7: $5 \rightarrow 2 \rightarrow 7$, $d(5,7) = d(5,2) + d(2,7)$

$d(5,6) = d(7,6) = \infty$

Problema 1: **Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem**

- **Modelo Matemático**

V : conjunto de pontos (células)

K : conjunto de obstáculos

V’ = V – K : conjunto de pontos a serem cobertos.

(α_i , β_i): coordenadas do ponto $i \in$ V.

c_{ij} = custo para atravessar a aresta e_{ij}, $i, j \in$ V.

q_{ijk} = custo associado a uma mudança de direção (ângulo $\widehat{ijk}$).

a = ponto de partida.

Variável de Decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o drone passa pela aresta } e_{ij} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Problema 1: Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem

- **Modelo Matemático**

O consumo de energia de um drone depende da **distância** que ele percorre e da quantidade de **conversões** realizadas.

$$Min \sum_{i \in V'} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V'} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i,a}} \sum_{\substack{k \in V' \\ k \neq j}} q_{ijk} x_{ij} x_{jk}$$

$$s.a: \quad \sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq j}} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V'$$

$$\sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V'$$

$$u_i - u_j + |V'| x_{ij} \leq |V'| - 1, \qquad \forall i, j \in V' - \{a\}, \qquad i \neq j$$

$$u_i \geq 0, \ \forall i \in V'$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall i, j \in V'$$

Problema 1: **Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem**

- **Consumo de Energia no vôo de um drone**

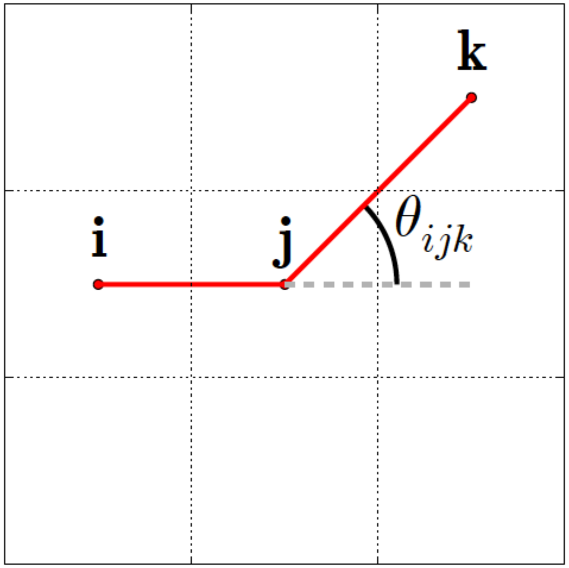
$$\boxed{c_{ij} = \begin{cases} \lambda\sqrt{(\alpha_i - \alpha_j)^2 + (\beta_i - \beta_j)^2}, & \text{if } e_{ij} \in \mathscr{E} \\ \infty, & \text{otherwise.} \end{cases}}$$

λ = 0.1164 kJ/m

$$r = (\alpha_i - \alpha_j)^2 + (\beta_i - \beta_j)^2,$$

$$s = (\alpha_j - \alpha_k)^2 + (\beta_j - \beta_k)^2, \text{ and}$$

$$t = (\alpha_k - \alpha_i)^2 + (\beta_k - \beta_i)^2$$



$$\boxed{\theta_{ijk} = \pi - cos^{-1}\left[\frac{(r+s-t)}{\sqrt{4rs}}\right] \text{ radians.}}$$

$$\boxed{q_{ijk} = \begin{cases} \gamma\frac{180}{\pi}\theta_{ijk}, & \text{if } e_{ij}, e_{jk} \in \mathscr{E} \\ \infty, & \text{otherwise.} \end{cases}}$$

γ = 0.0173 kJ/deg

Problema 1: **Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem**

Referencias:

- MODARES, Jalil et al. *UB-ANC planner: Energy efficient coverage path planning with multiple drones*. In: **2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)**. IEEE, 2017. p. 6182-6189.

  https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7989732

- PIMENTEL, Sérgio Bairos. *Drone Route Optimization using Constrained Based Local Search*. 2018. **Tese de Doutorado**.

  https://run.unl.pt/handle/10362/59500

Problema 1: **Minimum Energy Path Planning (MEPP) Problem**

- **Modelo Matemático**

$$Min \sum_{\substack{i \in V'}} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V'} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i,a}} \sum_{\substack{k \in V' \\ k \neq j}} q_{ijk} x_{ij} x_{jk}$$

$$s.a: \quad \sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq j}} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V'$$

$$\sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V'$$

$$u_i - u_j + |V'| x_{ij} \leq |V'| - 1, \qquad \forall i, j \in V' - \{a\}, \qquad i \neq j$$

$$u_i \geq 0, \ \forall i \in V'$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall i, j \in V'$$

Linearização

- Se na *função objetivo* ou numa *restrição* de um modelo existe uma expressão que é produto de duas variáveis de decisão (exemplo, $x.y$) tem-se um **modelo não-linear**.
- O modelo pode ser linearizado.
- **Caso 1**: $x \geq 0$ e $y \in \{0,1\}$

Substituir o produto $x.y$ por uma variável $u \geq 0$ ($u = x.y$) e adicionar as seguintes restrições no modelo:

- $u \leq \mathrm{M}.y,$
- $u \leq x$
- $u \geq x - \mathrm{M}(1 - y)$
- $u \geq 0$

M é limitante superior de x (i.e. $x \leq \mathrm{M}$)

Linearização

- Se na *função objetivo* ou numa *restrição* de um modelo existe uma expressão que é produto de duas variáveis de decisão (exemplo, $x.y$) tem-se um **modelo não-linear**.
- O modelo pode ser linearizado.
- **Caso 1**: $x \geq 0$ e $y \in \{0,1\}$

Substituir o produto $x.y$ por uma variável $u \geq 0$ ($u = x.y$) e adicionar as seguintes restrições no modelo:

- $u \leq \mathrm{M}.y$,
- $u \leq x$
- $u \geq x - \mathrm{M}(1 - y)$
- $u \geq 0$

$u = x.y$
Casos:
Se $y = 0 \quad \Rightarrow u = 0$
Se $y = 1 \quad \Rightarrow u = x$

M é limitante superior de x (i.e. $x \leq \mathrm{M}$)

Linearização

- **Caso 2**: x e $y \in \{0,1\}$

Substituir o produto $x.y$ por uma variável binária u ($u = x.y$) e adicionar as seguintes restrições no modelo:

- $u \leq x$
- $u \leq y$
- $u \geq x + y - 1$
- $u \in \{0,1\}$

$u = x.y$

Casos:

Se $x = 1,\ y = 1 \ \Rightarrow u = 1$

Se $x = 1,\ y = 0 \ \Rightarrow u = 0$

Se $x = 0,\ y = 1 \ \Rightarrow u = 0$

Se $x = 0,\ y = 0 \ \Rightarrow u = 0$

Modelo Lineal

Por se tratarem de variáveis binárias, a linearização é simples. Basta substituir $y_{ijk} = x_{ij}x_{jk}$

$$f = \min \sum_{i \in V'} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i \in V'} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i,a}} \sum_{\substack{k \in V' \\ k \neq j}} q_{ijk}y_{ijk}$$

s.a:

$$\sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq j}} x_{ij} = 1, \forall j \in V'$$

$$\sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} x_{ij} = 1, \forall i \in V'$$

$$u_i - u_j + ||V'||x_{ij} \leq ||V'|| - 1, \forall i, j \in V' \setminus \{a\}$$

$$u_i \geq 0, \forall i \in V'$$

$$x_{ij} \in 0, 1, \forall i, j \in V'$$

$$y_{ijk} \leq x_{ij}, \forall i, j, k \in V' \setminus \{a\}$$

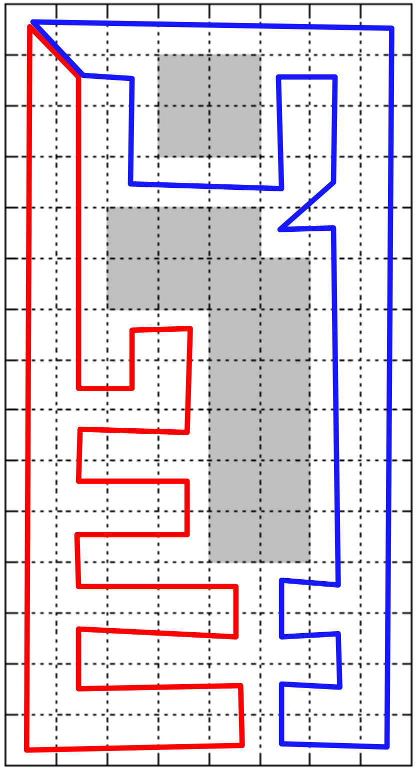
$$y_{ijk} \leq x_{jk}, \forall i, j, k \in V' \setminus \{a\}$$

$$y_{ijk} \geq x_{ij} + x_{jk} - 1, \forall i, j \in V'$$

$\forall i, j, k \in V'$; $j \neq a,i$ $k \neq j$

Problema 2: **Energy Efficient Coverage Path Planning with Drones**

- Considerar a **capacidade** dos drones.
- O campo deve ser coberto utilizando mais de um drone (ou, um drone tem que fazer várias viagens).
- Determinar as rotas para cada viagem (modelo similar ao **problema de roteamento de veículos**).
- Os drones devem visitar aproximadamente o mesmo número de pontos.

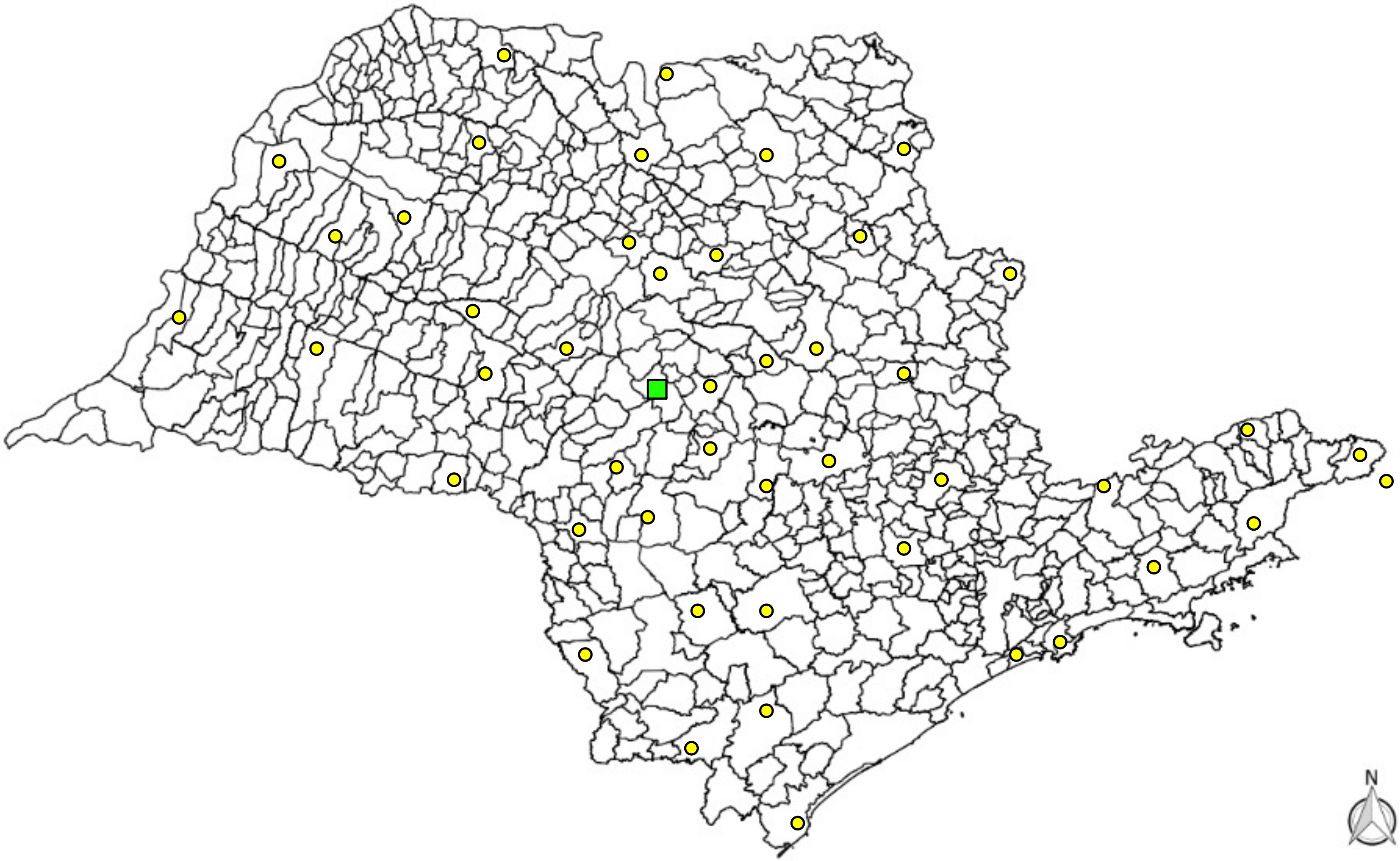


Problema de Roteamento de Veículos

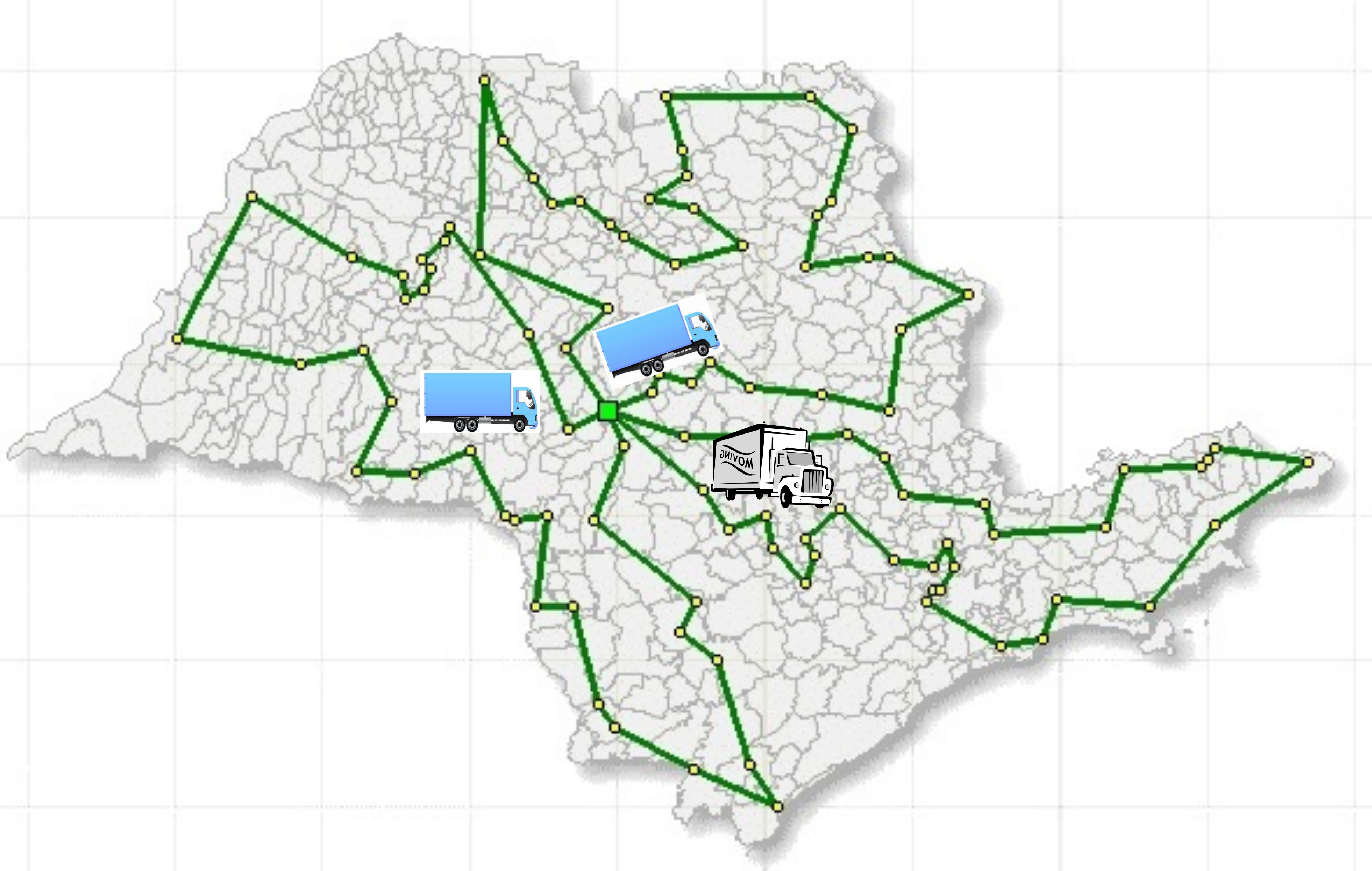
O problema consiste em fazer entregas a n **clientes** utilizando uma **frota de veículos** que partem de um **depósito**.
O objetivo é determinar a **rota dos veículos** para fazer as entregas tal que a **distância total percorrida pelos veículos seja mínima**.

- Cada cliente i possui uma **demanda** q_i.
- Cada veículo possui uma **capacidade** Q.
- Cada cliente é visitado uma única vez.
- Respeitar a capacidade do veículo.
- Os veículos devem retornar ao depósito.

Problema de Roteamento de Veículos



Problema de Roteamento de Veículos



Problema de Roteamento de Veículos

Modelagem:

- Considere os seguintes parâmetros de entrada:
- V = $\{0,1, 2,\ldots,n\}$: Conjunto de pontos (depósito e consumidores);
- c_{ij} : Custo de ligação entre os elementos i e j de V;
- q_k : Demanda do consumidor k. No caso do depósito, tem-se $q_0 = 0$;
- Q : Capacidade de cada veículos;

Variáveis de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ é usado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \text{quantidade de fluxo enviada de } i \text{ para } j$$

Problema de Roteamento de Veículos

$$Min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

(1) $$\sum_{i=0}^{n} x_{ik} = 1, \quad \forall k = 1,\ldots,n$$

(2) $$\sum_{j=0}^{n} x_{kj} = 1, \quad \forall k = 1,\ldots,n$$

(3) $$\sum_{j=1}^{n} x_{0j} = \sum_{i=1}^{n} x_{i0}$$

(4) $$\sum_{i=0}^{n} f_{ik} - \sum_{j=0}^{n} f_{kj} = q_k, \quad \forall k = 1,\ldots,n$$

(5) $$f_{ij} \le Q.x_{ij} \quad \forall i, j = 0,\ldots,n$$

$$x_{ij} \in \{\mathbf{0},\mathbf{1}\};\ f_{ij} \ge \mathbf{0} \quad \forall i, j = 0,\ldots,n$$