



Deconstruir el modelado no eStan complicado

Una introducción a Stan

Iván Barberá



github.com/barberaivan/stan-intro-gab24

ivanbarbera93@gmail.com

Ideas

Ideas

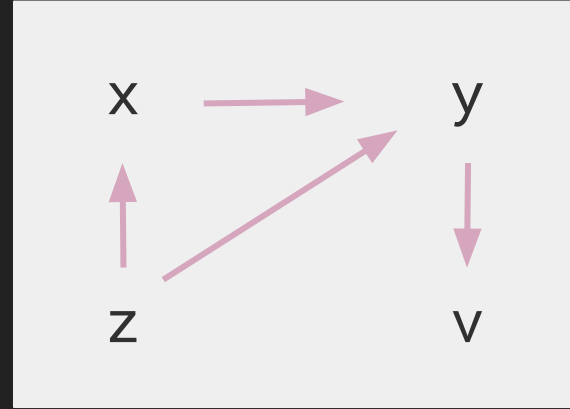


Modelos
cualitativos

Ideas



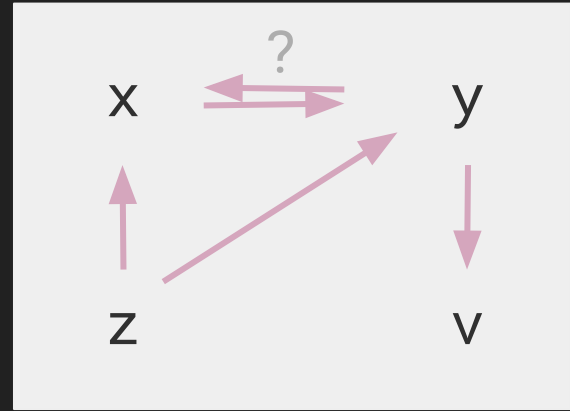
Modelos
cualitativos



Ideas



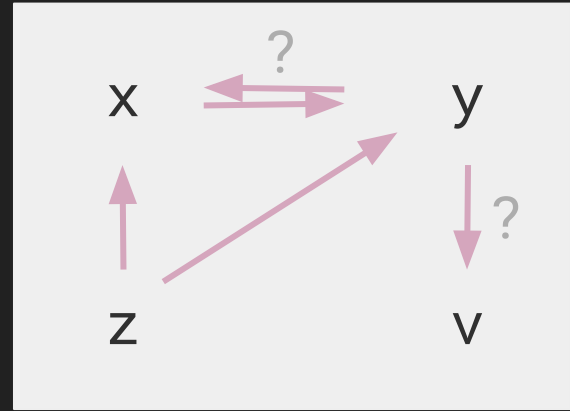
Modelos
cualitativos



Ideas



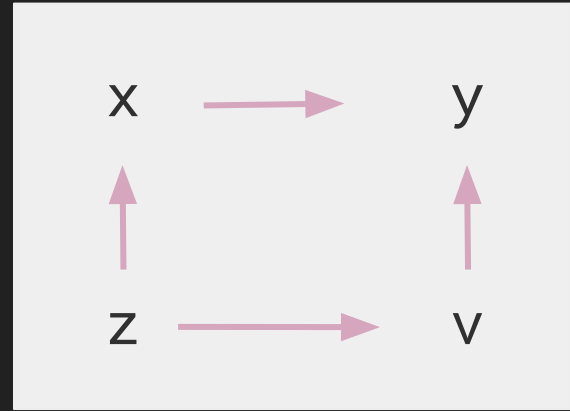
Modelos
cualitativos



Ideas



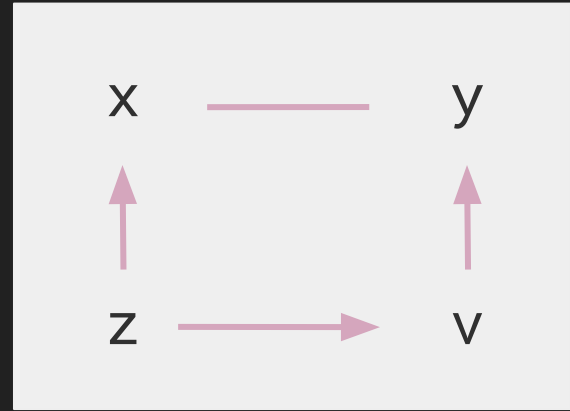
Modelos
cualitativos



Ideas



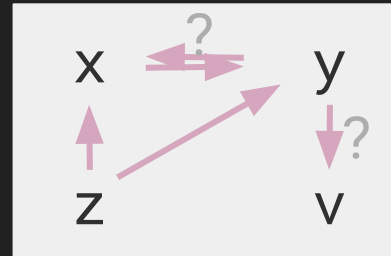
Modelos
cualitativos



Ideas



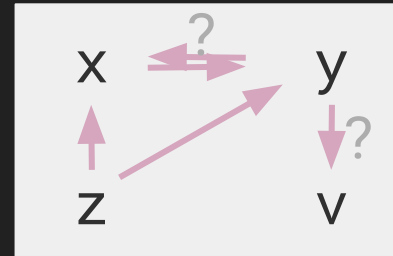
Modelos
cualitativos



Ideas

Datos

Modelos
cualitativos

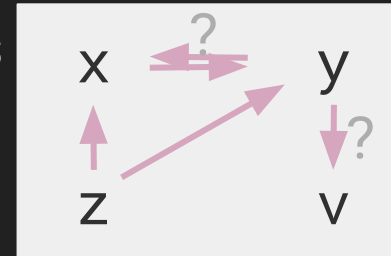


Modelos
cuantitativos

Ideas

Datos

Modelos
cualitativos



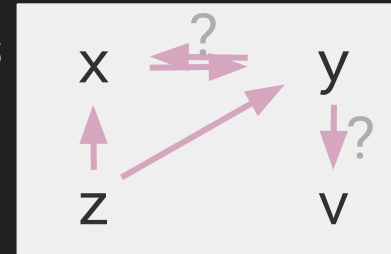
$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

Modelos
cuantitativos

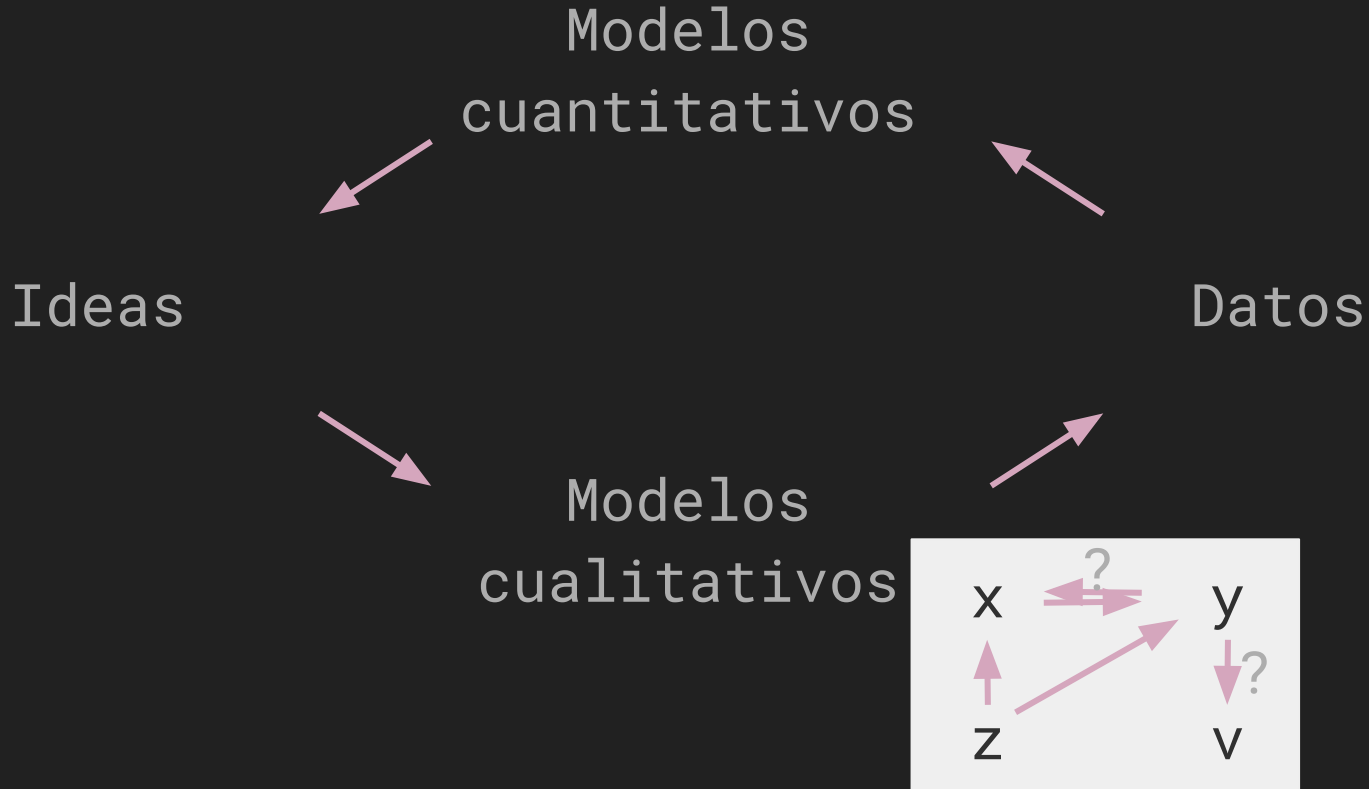
Ideas

Datos

Modelos
cualitativos

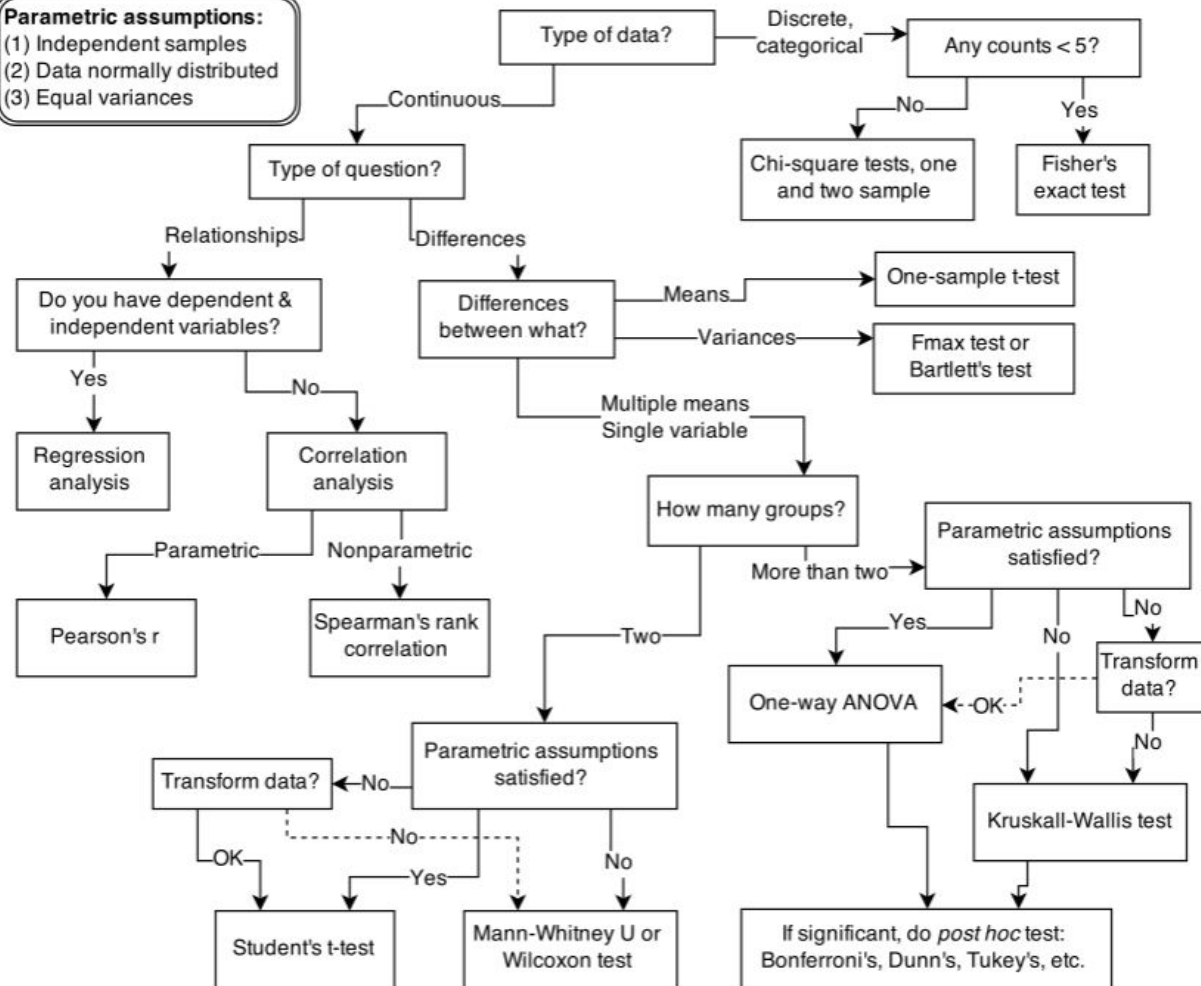


$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$



Parametric assumptions:

- (1) Independent samples
- (2) Data normally distributed
- (3) Equal variances



GLM

GAM

Support
Vector
Machines

LM

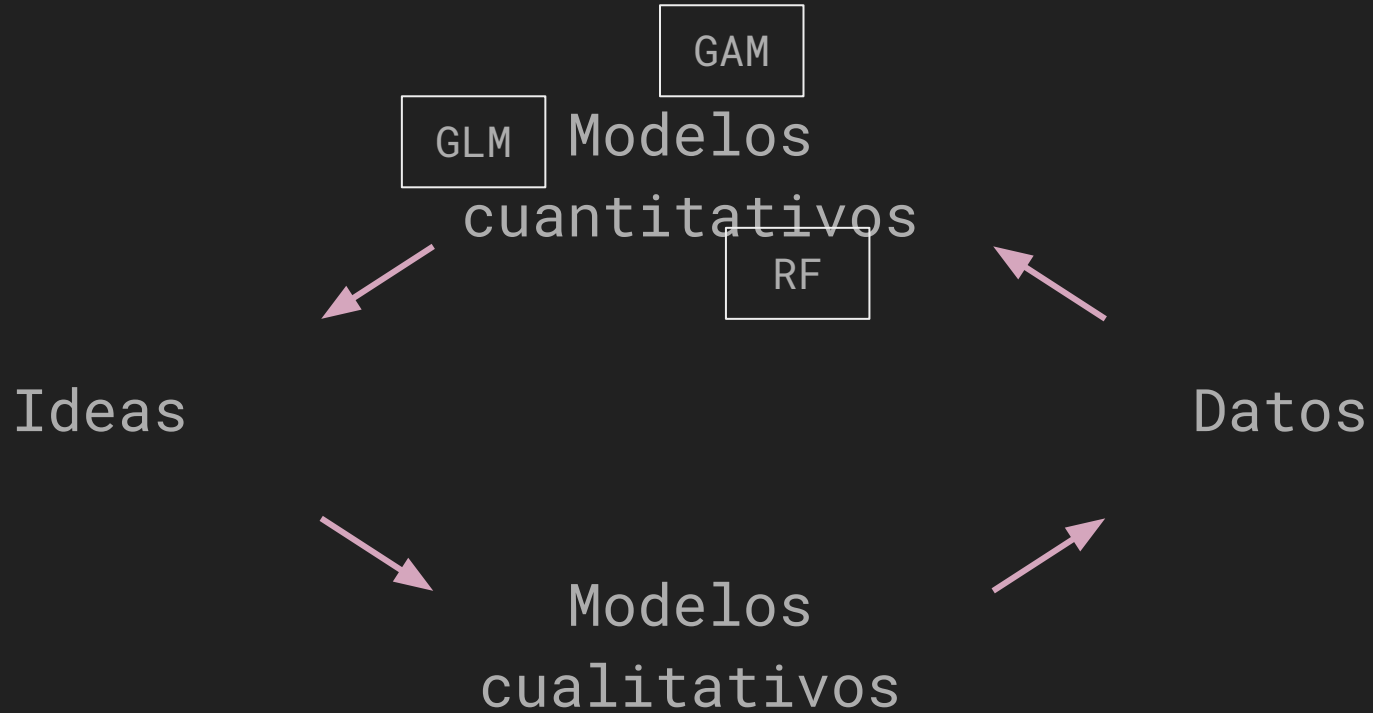
Gaussian
Process

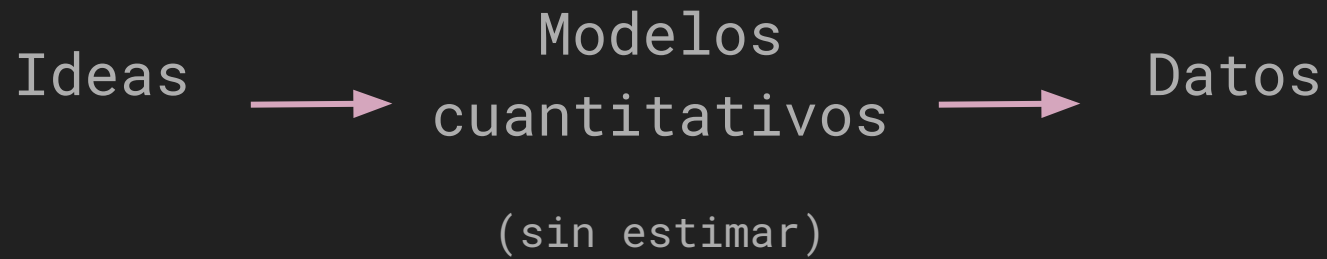
Random
Forest

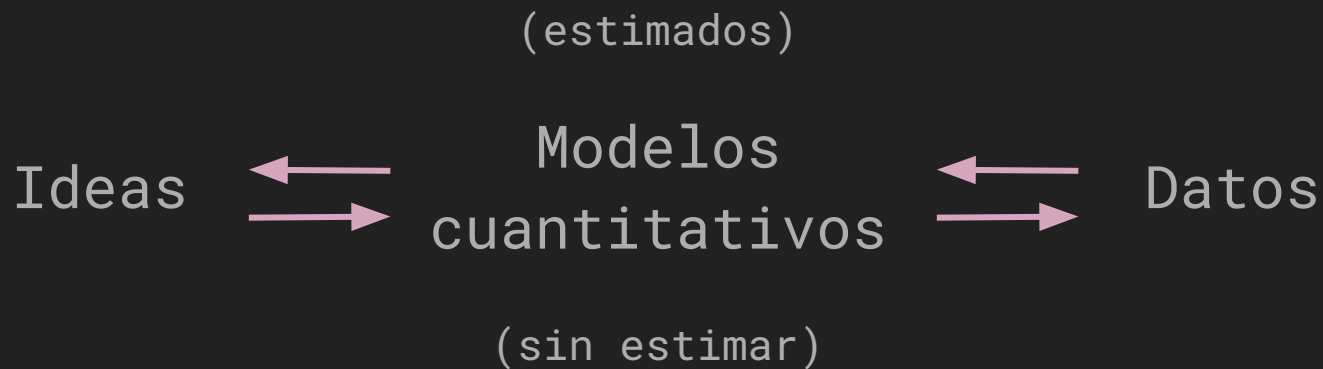
Deep
Neural
Network

Modelos
no lineales

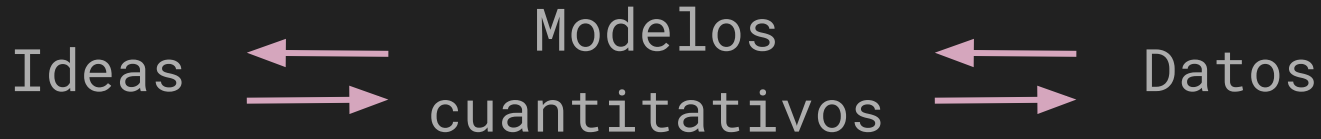
K-Nearest
Neighbour



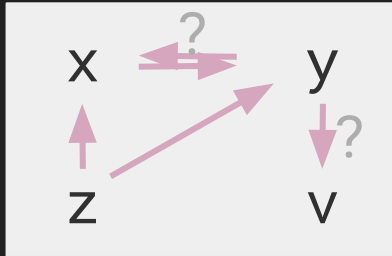




(estimados)



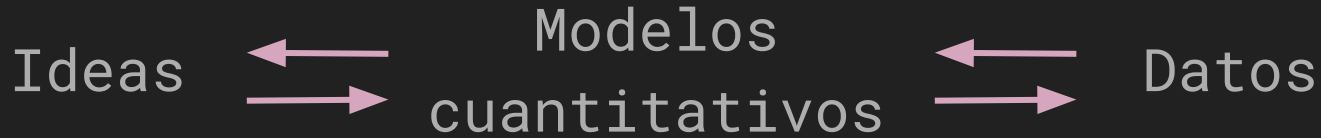
(sin estimar)



$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

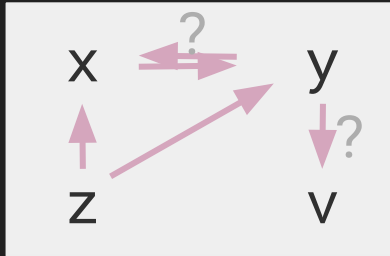
$$y = 0.3 + 1.1 x + 4 z - 2 v$$

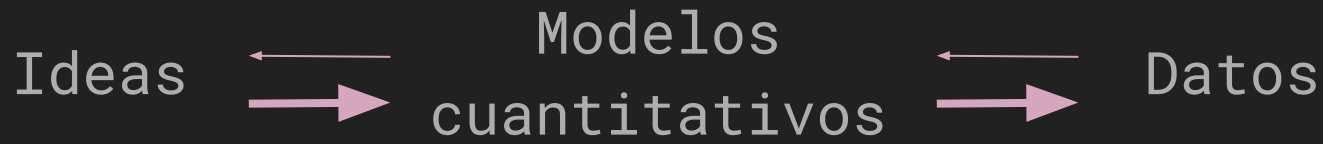
(estimados)



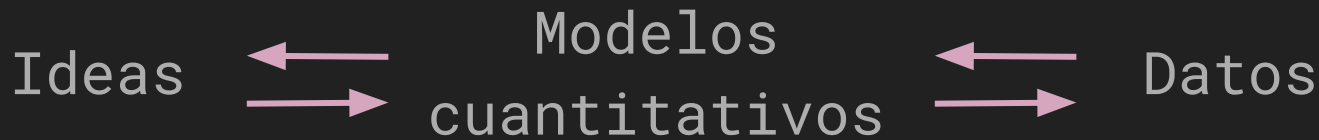
(sin estimar)

$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$



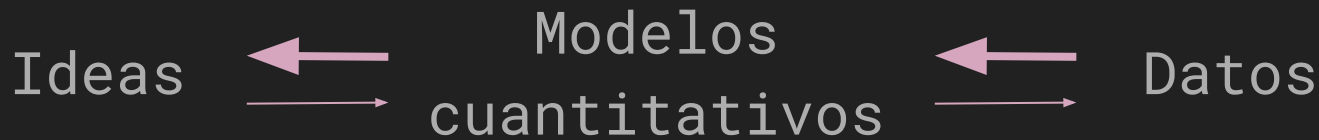


$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$



$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

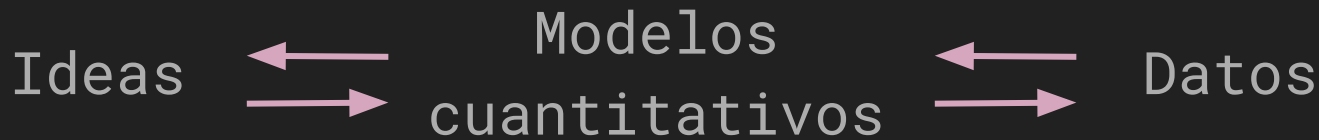
$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + f(v)$$



$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + f(v)$$

$$y = f(x, z, v)$$



$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

LM

$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + f(v)$$

GAM

$$y = f(x, z, v)$$

DNN

Modelos cuantitativos

$$y = \beta_0 + \beta_x x + \beta_z z + \beta_v v$$

Modelos ~~cuantitativos~~ estadísticos

$$y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \sigma)$$

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_x x_i + \beta_z z_i + \beta_v v_i$$

Modelo genérico

$$y_i \sim \mathbf{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

Modelo genérico

$$y_i \sim \mathbf{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

Distributional
regression

Modelo genérico

$$y_i \sim \mathbf{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$
$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

Modelo genérico

$$y_i \sim \mathcal{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

Modelo lineal

$$y_i \sim \mathbf{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

$$y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \sigma)$$

$$\mu_i = \alpha + \beta x_i$$

Modelo lineal generalizado

$$y_i \sim \text{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

$$y_i \sim \text{Gamma}(\mu_i, \phi)$$

$$\log(\mu_i) = \alpha + \beta x_i$$

Modelo lineal generalizado

$$y_i \sim \mathcal{D}_y(\mu_i, \phi_i)$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta_i)$$

$$\text{logit}(\theta_i) = \alpha + \beta x_i$$

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Estimación del modelo

- Marco de inferencia
- Software flexible

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Estimación del modelo

- Marco de inferencia
- Software flexible

Inferencia estadística

Frecuentista

probabilidad
como frecuencia

Bayesiana

probabilidad representa
incertidumbre

Inferencia estadística

Frecuentista

probabilidad
como frecuencia

Estimadores puntuales
y su distribución
muestral

Bayesiana

probabilidad representa
incertidumbre

Inferencia estadística

Frecuentista

probabilidad
como frecuencia

Estimadores puntuales
y su distribución
muestral

Bayesiana

probabilidad representa
incertidumbre

Distribución de
los parámetros
condicionada en
los datos

Inferencia estadística

Frecuentista

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [p(y|\theta)]$$

Inferencia estadística

Frecuentista

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} \underbrace{[p(y|\theta)]}_{\text{Likelihood}}$$

MLE

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} \underbrace{[p(y|\theta)]}_{\text{Likelihood}}$$

MLE

$$p(\theta)$$

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [\underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}}]$$

MLE

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta) p(\theta)}{\int p(y|\theta) p(\theta) d\theta}$$

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [\underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}}]$$

MLE

Likelihood

$$p(\theta|y) = \frac{\overbrace{p(y|\theta)}^{\text{Likelihood}} p(\theta)}{\int p(y|\theta) p(\theta) d\theta}$$

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [\underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}}]$$

MLE

Likelihood

Previa

$$\underbrace{p(\theta|y)}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{p(y|\theta)}^{\text{Likelihood}} \overbrace{p(\theta)}^{\text{Previa}}}{\int p(y|\theta) p(\theta) d\theta}$$

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [\underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}}]$$

MLE

Likelihood

Previa

$$\underbrace{p(\theta|y)}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{p(y|\theta)}^{\text{Likelihood}} \overbrace{p(\theta)}^{\text{Previa}}}{\underbrace{\int p(y|\theta) p(\theta) d\theta}_{\text{Prob. marginal de los datos}}}$$

Prob. marginal de los datos

Inferencia estadística

Frecuentista

Bayesiana

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [\underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}}]$$

MLE

Likelihood

Previa

$$\underbrace{p(\theta|y)}_{\text{Posterior}} \propto \underbrace{p(y|\theta)}_{\text{Likelihood}} \underbrace{p(\theta)}_{\text{Previa}}$$

Likelihood prior posterior
en R

Inferencia estadística en la práctica

Frecuentista

Bayesiana

- MLE
- Perfiles de likelihood
- Aproximación Normal

Inferencia estadística en la práctica

Frecuentista

- MLE
- Perfiles de likelihood
- Aproximación Normal

Bayesiana

- Muestreo de la posterior
MCMC / SMC

Inferencia estadística en la práctica

Frecuentista

- MLE
- Perfiles de likelihood
- Aproximación Normal

Bayesiana

- Muestreo de la posterior
MCMC / SMC
- Aproximaciones determinísticas
Laplace,
Expectation-Maximization,
Variational Inference,
INLA

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Estimación del modelo

- Marco de inferencia
- Software flexible

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Estimación del modelo

- Marco de inferencia
- Software flexible

Software de estimación

Maximum likelihood

- `bbmle`
- `maxLik`
- `likelihoodAsy`
- `stats4 (mle)`
- `stats (optim)`
- `GA`

Distribución posterior

- `BayesianTools`
- `INLA`
- `Nimble`
- `JAGS`
- `Stan`
- `PyMC`
- `Turing`

Software de estimación

Maximum likelihood

- `bbmle`
- `maxLik`
- `likelihoodAsy`
- `stats4 (mle)`
- `stats (optim)`
- `GA`

Distribución posterior

- `BayesianTools`
- `INLA`
- `Nimble`
- `JAGS`
- `Stan`
- `PyMC`
- `Turing`

Software de estimación

Stan



mc-stan.org

Software de estimación

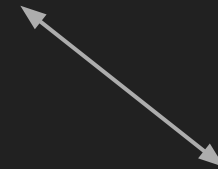
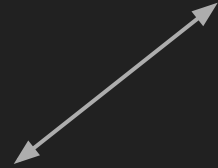


Stan



mc-stan.org

Software de estimación



Software de estimación

Stan

- MCMC: Hamiltonian Monte Carlo (HMC) - No-U-Turn Sampler (NUTS)



mc-stan.org

Software de estimación

Stan

- MCMC: Hamiltonian Monte Carlo (HMC) - No-U-Turn Sampler (NUTS)
- Otros métodos:
 - Optimización (MAP o MLE)
 - Laplace Approximation
 - Automatic Differentiation Variational Inference
 - Pathfinder



Software de estimación

Maximum likelihood

- `bbmle`
- `maxLik`
- `likelihoodAsy`
- `stats4 (mle)`
- `stats (optim)`
- `GA`

Distribución posterior

- `BayesianTools`
- `INLA`
- `Nimble`
- `JAGS`
- `Stan`
- `PyMC`
- `Turing`

Software de estimación

Maximum likelihood

- `bbmle`
- `maxLik`
- `likelihoodAsy`
- `stats4 (mle)`
- `stats (optim)`
- `GA`



Distribución posterior

- `BayesianTools`
- `INLA`
- `Nimble`
- `JAGS`
- `Stan`
- `PyMC`
- `Turing`

EMOSIDO



ENGANADO

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Estimación del modelo

- Marco de inferencia
- Software flexible

Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

Deconstruir el
modelado

Estimación del modelo

- Freq vs. Bayes

Una introducción a Stan

Modelo genérico

$$y_i \sim \mathcal{D}_y(\mu_i, \phi_i) \quad \text{Likelihood}$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

Modelo genérico

$$y_i \sim D_y(\mu_i, \phi_i) \quad \text{Likelihood}$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

$$\boldsymbol{\theta}_\mu \sim D_\mu(a, b)$$

$$\boldsymbol{\theta}_\phi \sim D_\phi(c, d)$$

Previas

$$y_i \sim D_y(\mu_i, \phi_i)$$

$$\mu_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\mu)$$

$$\phi_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_\phi)$$

$$\boldsymbol{\theta}_\mu \sim D_\mu(a, b)$$

$$\boldsymbol{\theta}_\phi \sim D_\phi(c, d)$$

$$y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \sigma)$$

$$\mu_i = \alpha + \beta x_i$$

$$\alpha \sim \text{Normal}(0, 1)$$

$$\beta \sim \text{Normal}(0, 1)$$

$$\sigma \sim \text{Half-Normal}(2)$$

Caso de estudio:
comportamiento de ballenas en función del ataque
por gaviotas





Seabird attacks contribute to calf mortality in a whale population

María Piotto^{1,2,*}, Iván Barberá³, Mariano Sironi^{1,4,5}, Victoria J. Rowntree^{6,7},
Marcela M. Uhart^{5,8}, Macarena Agrelo^{1,9}, Alejandro A. Fernández Ajó^{1,10},
Jon Seger⁷, Carina F. Marón^{1,4,11}



© Candelaria Piemonte ICB-OA



© Paula Faifferman ICB-OA

Datos

	A	B	C	D
1	t	<u>grupo</u>	y	x
2	1	1	0	0
3	2	1	0	0
4	3	1	0	0
5	4	1	0	0
6	5	1	0	0
7	6	1	0	0
8	7	1	0	0
9	8	1	0	0
10	9	1	0	0
11	10	1	0	0
12	11	1	1	0
13	12	1	1	0
14	1	2	0	0
15	2	2	0	0
16	3	2	0	0
17	4	2	0	0
18	5	2	0	0
19	6	2	0	0
20	7	2	0	0
21	8	2	0	1
22	9	2	0	1
23	10	2	0	0



Modelo 1

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta)$$

$$\theta \sim \text{Unif}(0, 1)$$

$$y = 0 : \text{quieta}$$

$$y = 1 : \text{en movimiento}$$

Modelo 1

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta)$$

$$\theta \sim \text{Unif}(0, 1)$$

$$p(y|\theta)$$

$$p(\theta)$$

Modelo 1

Likelihood

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta)$$

$$p(y|\theta)$$

Previa

$$\theta \sim \text{Unif}(0, 1)$$

$$p(\theta)$$

Modelo 2

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta_i)$$

$$\theta_i = \text{logit}^{-1}(\alpha + \beta z_i)$$

$$\alpha \sim \text{Normal}(0, 5)$$

$$\beta \sim \text{Normal}(0, 2)$$

Modelo 3

$$y_t \sim \text{Bernoulli}(\theta_t)$$

$$\theta_t = \text{logit}^{-1}(\alpha + \beta z_t)$$

$$\begin{aligned} z_t = & z_{t-1} \\ & + \iota (1 - z_{t-1}) x_{t-1} \\ & - \delta z_{t-1} (1 - x_{t-1}) \end{aligned}$$

$$\alpha \sim \text{Normal}(0, 5)$$

$$\beta \sim \text{Normal}(0, 2)$$

$$\iota \sim \text{Unif}(0, 1)$$

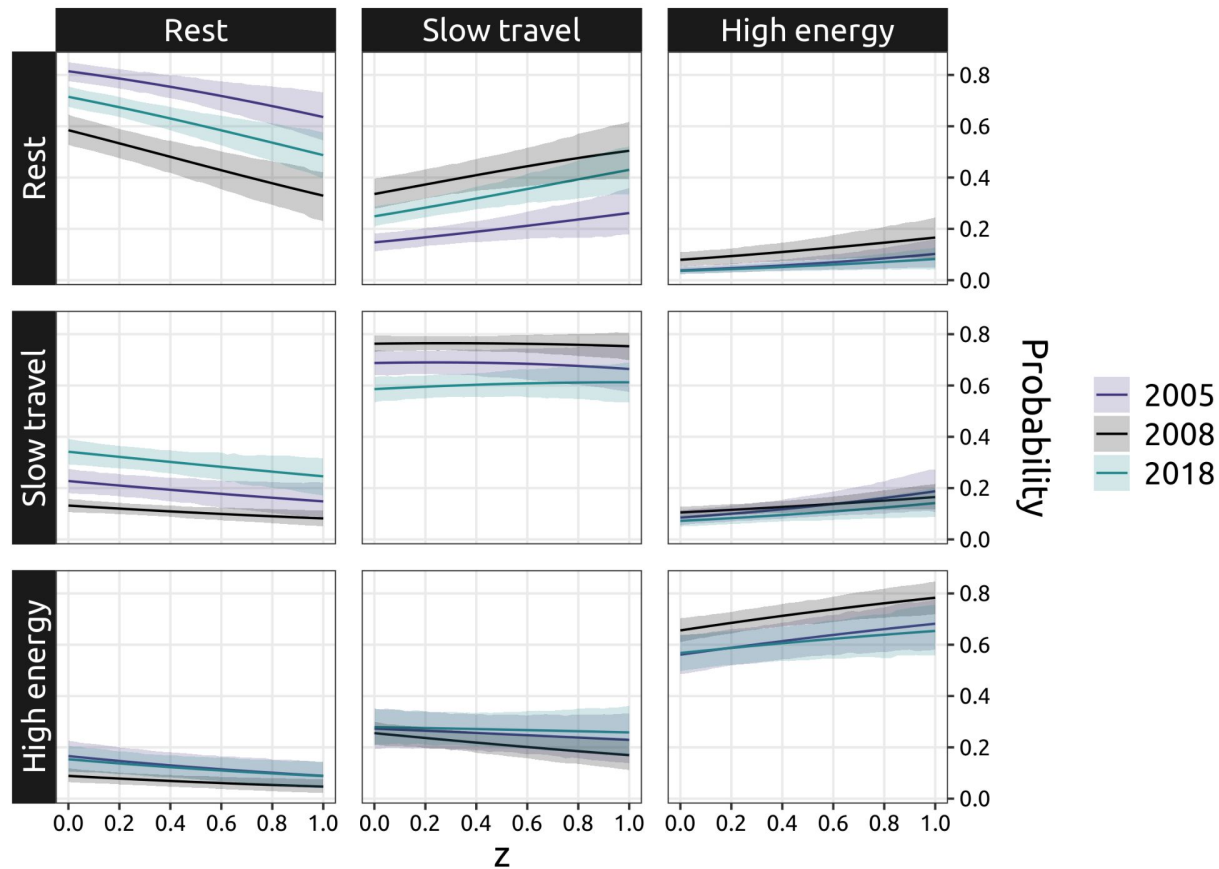
$$\delta \sim \text{Unif}(0, 1)$$

$$z_1 \sim \text{Unif}(0, 1)$$

R y Stan

Transition probabilities as a function of z

(row to column)



Formulación del modelo

- Conocimiento del sistema
- Imaginación

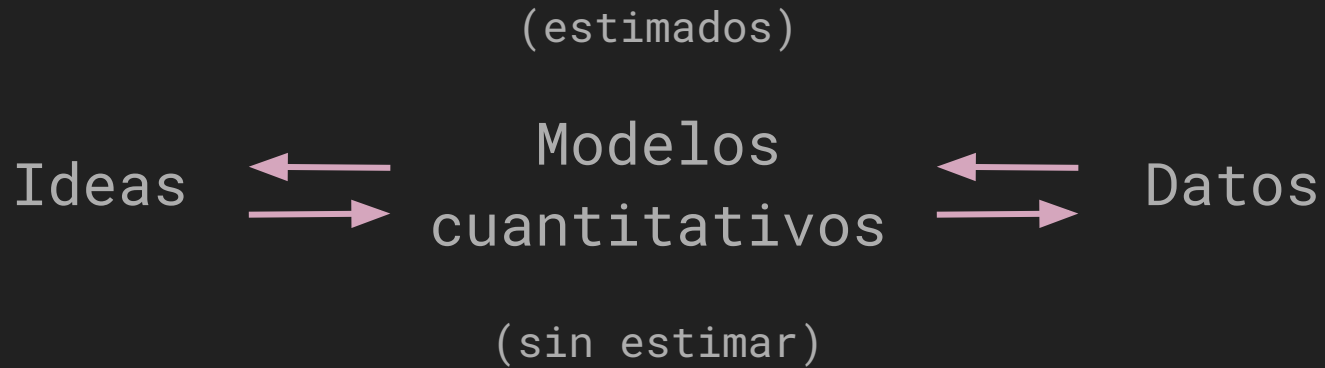
Deconstruir el
modelado

Estimación del modelo

- Freq vs. Bayes
- bbmle vs. Stan

Una introducción a Stan





Modelado
prescriptivo



Modelado
emancipado

Modelado
prescriptivo



Modelado
prescriptivo



Stan User's Guide

Version 2.35

This is the official user's guide for [Stan](#). It provides example models and programming techniques for coding statistical models in Stan.

- Part 1 gives Stan code and discussions for several important classes of models.
- Part 2 discusses various general Stan programming techniques that are not tied to any particular model.
- Part 3 introduces algorithms for calibration and model checking that require multiple runs of Stan.



mc-stan.org

Ecological Models and Data in R



Benjamin M. Bolker



Ecological Models and Data in R

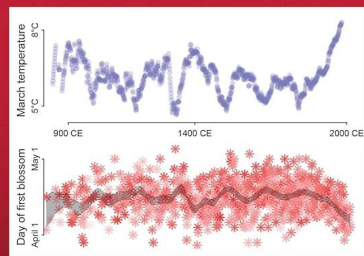
Benjamin M. Bolker



Texts in Statistical Science

Statistical Rethinking

A Bayesian Course
with Examples in R and Stan
SECOND EDITION



Richard McElreath

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK



Ecological Models and Data in R

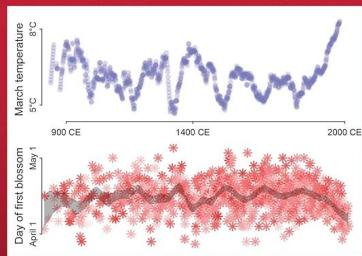
Benjamin M. Bolker



Texts in Statistical Science

Statistical Rethinking

A Bayesian Course
with Examples in R and Stan
SECOND EDITION



Richard McElreath

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK



Bayesian Models

A Statistical Primer for Ecologists

N. Thompson Hobbs and
Mevin B. Hooten



Ecological Models and Data in R

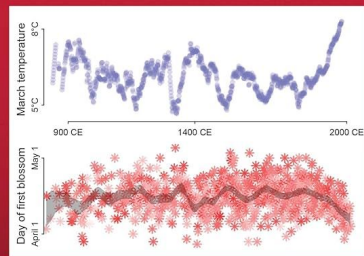
Benjamin M. Bolker



Texts in Statistical Science

Statistical Rethinking

A Bayesian Course
with Examples in R and Stan
SECOND EDITION



Richard McElreath

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK



Bayesian Models

A Statistical Primer for Ecologists

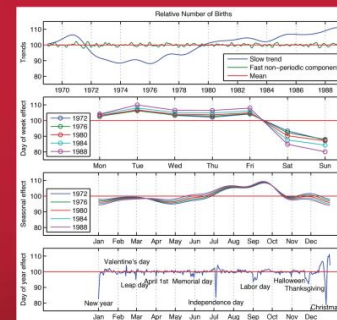
N. Thompson Hobbs and
Mevin B. Hooten



Texts in Statistical Science

Bayesian Data Analysis

Third Edition



Andrew Gelman, John B. Carlin, Hal S. Stern,
David B. Dunson, Aki Vehtari, and Donald B. Rubin

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK



Fin.

