

Numerik I – 6. Übungsblatt

Aufgabe 16: (6 Punkte)

Bestimmen Sie den natürlichen kubischen Spline zu den Daten

x_k	2	3	4	5	6
$f(x_k)$	$\frac{5}{2}$	1	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Aufgabe 17: (6 Punkte)

Es seien $f \in C^2([a, b])$ eine Funktion, $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ eine Unterteilung von $[a, b]$ und s ein interpolierender kubischer Spline zu f und den Knoten x_0, \dots, x_n . Beweisen Sie die Ungleichung

$$\int_a^b s''(x)^2 dx \leq \int_a^b f''(x)^2 dx$$

für den Fall, dass s ein eingespannter Spline ist, d.h. er erfüllt die *vollständigen Randbedingungen* bzw. die *Hermite-Bedingungen* $s'(a) = f'(a)$ und $s'(b) = f'(b)$.

Aufgabe 18: (6 Punkte)

Leiten Sie das lineare Gleichungssystem für die Parameter $M_i = s''(x_i)$, $0 \leq i \leq n$ aus dem Beweis von Satz 2.19 in Kapitel 2.3 der Vorlesung für den eingespannten Spline (d.h. wie in Aufgabe 17) her.

Hinweis: Achten Sie auf vollständige Argumentation. Es genügt nicht, das Gleichungssystem einfach anzugeben.

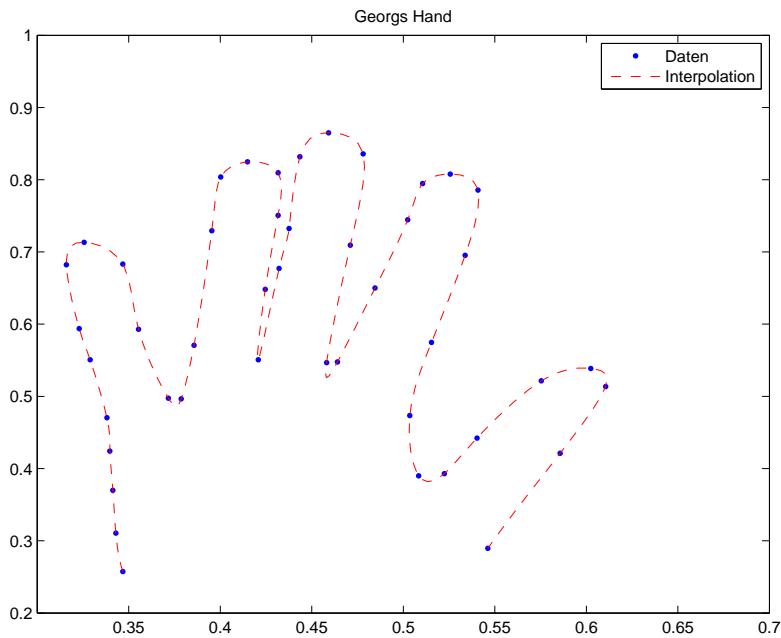


Abbildung 1: Beispielhafte Hand

Programmieraufgabe 6: (Splineinterpolation einer Hand)

Generieren Sie etwa 30 bis 40 Punkte auf dem Umriss Ihrer Hand. Sie können dazu beispielsweise Ihre Hand auf den Bildschirm legen und das folgende kleine MATLAB - bzw. Octave-Programm verwenden:

```
figure('position', get(0, 'screensize'));
axes('position', [ 0, 0, 1, 1 ]);
[ x, y ] = ginput;
```

Bei jedem Mausklick wird ein Punkt gespeichert. Das Verwenden der <enter>-<return>-<Eingabe>-Taste beendet die Eingabe, die Ergebnis-Koordinaten stehen dann in den Variablen x und y zur Verfügung. Möglicherweise ist es einfacher, den Umriss Ihrer Hand vorher auf ein Blatt Papier zu malen und dieses auf den Monitor zu legen. Speichern Sie Ihre Daten.

Schreiben Sie ein Skript p6, welches folgende Aufgabe erledigt: Laden Sie Ihre gepeicherten Daten. Verwenden Sie die Funktionen `spline` und `pchip` um jeweils die x- und y-Koordinaten zu Interpolieren. Stellen Sie Ihre Daten dar und vergleichen Sie die Ergebnisse beider Interpolationsverfahren. Mit welcher der beiden Routinen wurde Abbildung 1 erstellt?

Falls Sie nicht MATLAB oder Octave verwenden, finden Sie auf der Homepage der Vorlesung Links zur Dokumentation der Funktionen `spline` und `pchip`. Sie können sich dann entsprechende Routinen in der Programmiersprache Ihrer Wahl heraussuchen.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 25. Mai zu Beginn der Vorlesung.

Abgabe der Programmierübungen per E-Mail bis Freitag, 27. Mai, 23:59 Uhr an num1@hhu.de mit Betreff PA# Gr#, wobei # für die Nummer der Programmieraufgabe bzw. der Programmierübungsgruppe steht.