MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. CHRISTIANE HELZEL
DR. GEORG JANSING
PAWEL BUCHMÜLLER
MAXIMILIAN SCHNEIDERS
14. APRIL 2016

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

1	2	3	Σ

NAME: ____________________
MAT-NR.: ____________________
NAME: ____________________
MAT-NR.: ____________________
NAME: ____________________
MAT-NR.: ____________________
GRUPPE: ____________________

Numerik I – 1. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4+2 Punkte)

Gegeben seien die beiden Gleichungssysteme

$$\begin{aligned} 2.47x + 1.24y &= 0.728 \\ 7.99x + 4.01y &= 2.35 \end{aligned} \tag{1}$$

und

$$\begin{aligned} 81.3x + 0.0124y &= -25.4 \\ 14.5x + 10.4y &= 245 \end{aligned} \tag{2}$$

mit den "exakten" Lösungen

$$x = -1.820690389\ldots, \qquad y = 4.213794565\ldots$$

bzw.

$$x = -0.316083395\ldots, \qquad y = 23.99838629\ldots.$$

(a) Bestimmen Sie jeweils die Lösung mittels Auflösen nach x und y in 3-stelliger Arithmetik, d.h. runden Sie nach jeder elementaren Operation auf 3 wesentliche Ziffern.

Beispiel: runde 0.0070605040302 01 ... auf 0.00706. Der Einheitlichkeit halber wollen wir bei einer 5 am Ende stets aufrunden, d.h. $0.07045 \approx 0.0705$.

(b) Schreiben Sie die obigen Gleichungen in der Form $y = mx + n$ und ermittlen Sie die Lösungen graphisch.

Interpretieren Sie die in (a) gewonnenen Resultate.

Aufgabe 2:

(a) Geben Sie alle Gleitkommazahlen der Form

$$x = \pm(1 + f) \cdot 2^e,$$

mit $f = f_1 2^{-1} + f_2 2^{-2}$, $f_1, f_2 \in \{0, 1\}$ und $-3 \leq e \leq 2$ $(e \in \mathbb{Z})$ an.

(b) Bestimmen Sie für Gleitkommazahlen dieser Form $x_{min,max}$, $x_{posmin,negmax}$ und eps.

b.w.

Aufgabe 3:

Für $p, q \in \mathbb{R}$ sei

$$f(x) = x^2 + 2px + q.$$

(a) Für $p = q = 10^3$, berechnen Sie die Nullstellen von f nach der bekannten Lösungsformel

$$x_{1,2} = -p \pm \sqrt{p^2 - q}$$

in der dezimalen Gleitkommaarithmetik mit Mantissenlänge 2.

Welche der beiden Näherungen würden Sie vertrauen?

Hinweis: Denken Sie daran, nach jeder Rechenoperation zu runden!

(b) Seien x_1, x_2 wie im Teil (a) gegeben. Zeigen Sie, es gilt

$$x_1 x_2 = q.$$

Leiten Sie damit eine bessere Näherung für Teil (a) her.

Programmieraufgabe 1:

(a) Schreiben Sie ein Matlab-Programm zur Approximation der Exponentialfunktion e^x mit Hilfe der Taylor-Summen

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}.$$

Stellen Sie für $n \in \{3; 6; 9\}$ den relativen Fehler für die Argumente $x \in \{-5.5; 5.5; 0.5\}$ tabellarisch dar. (Benutzen Sie `fprintf` oder `disp`).

Erklären Sie die schlechten Ergebnisse für negative Argumente.

(b) Verwenden Sie die Ergebnisse aus (a), um den Wert $\exp(-5.5) = \exp(5.5)^{-1} = \exp(0.5)^{-11}$ auf diese drei verschiedenen Weisen zu approximieren. Stellen Sie die Ergebnisse für $n \in \{3; 6; 9\}$ tabellarisch dar.

Bemerkungen:

Die Besprechung der Übungsaufgaben erfolgt jeweils in der darauffolgenden Woche von Montag ab. Es sind gemeinsame Abgaben von bis zu drei Studierenden erlaubt. Verwenden Sie den Übungszettel als Deckblatt und schreiben Sie die Matrikel-Nummern und Namen aller Beteiligten oben auf das Blatt. Die Rückgabe erfolgt in der ersten Gruppe, in der einer der Beteiligten angemeldet ist, falls diese auf mehrere Gruppen verteilt sind. Beachten Sie, dass jede Person, die Punkte erhält, auch die Aufgaben vorrechnen können muss, anderenfalls werden die Punkte *gestrichen*.

Bitte besuchen Sie die Programmierübungen nächste Woche (18. bis 22. April), um einen CIP-Pool Account zu erhalten.

Informieren Sie sich *regelmäßig* auf der Vorlesungshomepage über aktuelle Informationen zur Vorlesung, den Übungszetteln oder den Programmierübungen und rufen Sie auch *regelmäßig* ihre im Vorlesungsverzeichnis HIS-LSF angegebene eMail-Adresse (dies ist üblicherweise die Rechenzentrumsadresse, `vorname.nachname@hhu.de`) ab.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 20. April zu Beginn der Vorlesung.
Abgabe der Programmierübungen per E-Mail bis Freitag, 22. April, 23:59 Uhr an `num1@hhu.de` **mit Betreff** `PA# Gruppe#`**, wobei # für die Nummer der Programmieraufgabe bzw. der Programmierübungsgruppe steht.**