Trabajo Práctico - PLP

Ejercicio 12.

Queremos probar que $\forall e :: \text{Expr. cantLit } e = \text{S(cantOp } e)$

Es decir ***QVQ***

P(e): $\text{cantLit } e = \text{S(cantOp } e)$ para todo e.

Para probarlo hacemos inducción estructural sobre la expresión e.

<u>Caso base 1:</u> P(const a)

$$\text{cantLit const a} = \text{S (cantOp const a)}$$

$$\{\text{L1}\}\ \text{S (Zero)} = \text{S (Zero)}\ \{\text{O1}\}$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del "=" por lo que queda probado el caso base 1.

<u>Caso base 2:</u> P(Rango a b)

$$\text{cantLit Rango a b} = \text{S (cantOp Rango a b)}$$

$$\{\text{L2}\}\ \text{S (Zero)} = \text{S (Zero)}\ \{\text{O2}\}$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del "=" por lo que queda probado el caso base 2.

Para hacer el paso inductivo tomo como Hipótesis inductiva a:
- P(a): $\text{cantLit } a = \text{S(cantOp } a)$
- P(b): $\text{cantLit } b = \text{S(cantOp } b)$

Quiero probar que $\forall a :: \text{Expr.} \forall b :: \text{Expr. P}(a) \wedge \text{P}(b) \Rightarrow \text{P(Suma } a\ b)$

<u>Paso inductivo:</u> P(Suma a b)

$$\text{cantLit Suma a b} = \text{S (cantOp Suma a b)}$$

$$\{\text{L3}\}\ \text{suma (cantLit a) (cantLit b)} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}\ \{\text{O3}\}$$

Utilizo en el lado izquierdo las hipótesis inductivas.

$$\text{suma (S(cantOp a)) (S(cantOp b))} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}$$

$$\{\text{S2}\}\ \text{S(suma (cantOp a) (S(cantOp b)))} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}$$

$$\{\text{Conmut}\}\ \text{S (suma (S (cantOp b)) (cantOp a))} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}$$

$$\{\text{S2}\}\ \text{S (S (suma (cantOp b) (cantOp a)))} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}$$

$$\{\text{Conmut}\}\ \text{S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))} = \text{ S (S (suma (cantOp a) (cantOp b)))}$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del "=" por lo que queda probado el paso inductivo.

Demostrado los casos base y el caso inductivo sobre la suma queda demostrada la propiedad (los casos para el resto de operaciones son análogos al de suma).