

Trabajo Práctico - PLP

Ejercicio 12.

Queremos probar que $\forall e :: \text{Expr. cantLit } e = S(\text{cantOp } e)$

Es decir **QVQ**

$P(e)$: $\text{cantLit } e = S(\text{cantOp } e)$ para todo e .

Para probarlo hacemos inducción estructural sobre la expresión e .

Caso base 1: $P(\text{const } a)$

$$\text{cantLit const } a = S (\text{cantOp const } a)$$

$$\{L1\} S (\text{Zero}) = S (\text{Zero}) \{O1\}$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del “=” por lo que queda probado el caso base 1.

Caso base 2: $P(\text{Rango } a \text{ } b)$

$$\text{cantLit Rango } a \text{ } b = S (\text{cantOp Rango } a \text{ } b)$$

$$\{L2\} S (\text{Zero}) = S (\text{Zero}) \{O2\}$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del “=” por lo que queda probado el caso base 2.

Para hacer el paso inductivo tomo como Hipótesis inductiva a:

- $P(a)$: $\text{cantLit } a = S(\text{cantOp } a)$
- $P(b)$: $\text{cantLit } b = S(\text{cantOp } b)$

Paso inductivo: $P(\text{Suma } a \text{ } b)$

$$\text{cantLit Suma } a \text{ } b = S (\text{cantOp Suma } a \text{ } b)$$

$$\{L3\} \text{suma } (\text{cantLit } a) (\text{cantLit } b) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b))) \{O3\}$$

Utilizo en el lado izquierdo las hipótesis inductivas.

$$\text{suma } (S(\text{cantOp } a)) (S(\text{cantOp } b)) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b)))$$

$$\{S2\} S(\text{suma } (\text{cantOp } a) (S(\text{cantOp } b))) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b)))$$

$$\{\text{Conmut}\} S (\text{suma } (S (\text{cantOp } b)) (\text{cantOp } a)) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b)))$$

$$\{S2\} S (S (\text{suma } (\text{cantOp } b) (\text{cantOp } a))) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b)))$$

$$\{\text{Conmut}\} S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b))) = S (S (\text{suma } (\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b)))$$

Tenemos la misma expresión en ambos lados del “=” por lo que queda probado el paso inductivo.

Demostrado los casos base y el caso inductivo sobre la suma queda demostrada la propiedad (los casos para el resto de operaciones son análogos al de suma).