



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo 2 — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Matemática

17/08/2022

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

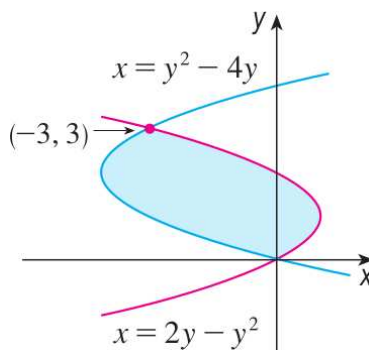
Todas as respostas devem ser justificadas.

1. A velocidade de um corredor aumenta regularmente durante os três primeiros segundos de uma corrida. Sua velocidade em intervalos de meio segundo é dada pela tabela abaixo. Encontre as estimativas superior e inferior para a distância que ele percorreu durante esses três segundos.

t (s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
v (m/s)	0	1,9	3,3	4,5	5,5	5,9	6,2

2. Seja $F(x) = \int_0^{x^4} \cos(t^2) dt$. Calcule $F'(x)$.

3. Calcule a área da região abaixo.



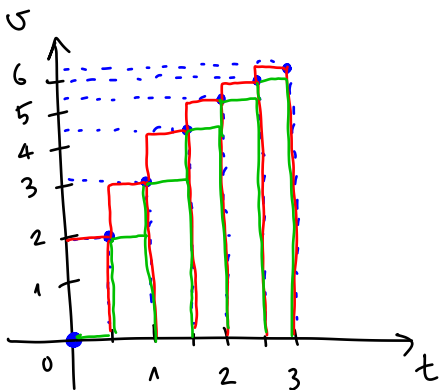
4. Calcule a integral $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

5. Calcule o volume do sólido dado pela rotação da região delimitada pelas curvas $y = 2 - \frac{1}{2}x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ em torno do eixo x .

Boa Prova!

Solução

①



Temos que $v_{\text{méd.}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$,

$$\text{logo } \Delta s = v_{\text{méd.}} \cdot \Delta t.$$

$$\begin{aligned} A &= 0,5 \cdot v(0,5) + 0,5 \cdot v(1) + 0,5 \cdot v(1,5) + 0,5 \cdot v(2) + 0,5 \cdot v(2,5) + 0,5 \cdot v(3) \\ &= 0,5 (1,9 + 3,3 + 4,5 + 5,5 + 5,9 + 6,2) \\ &= 13,65 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 0,5 \cdot v(0) + 0,5 \cdot v(0,5) + 0,5 \cdot v(1) + 0,5 \cdot v(1,5) + 0,5 \cdot v(2) + 0,5 \cdot v(2,5) \\ &= 0,5 (0 + 1,9 + 3,3 + 4,5 + 5,5 + 5,9) \\ &= 10,55 \text{ m} \end{aligned}$$

Assim, a distância percorrida está entre 10,55 m e 13,65 m.

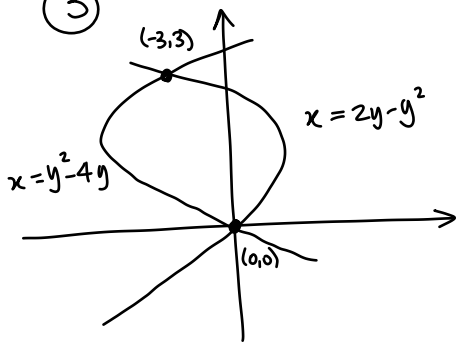
② Sejam

$$g(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt, \quad f(x) = x^4$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = g(x^4) = \int_0^{x^4} \cos(t^2) dt = F(x)$$

$$\therefore F'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) = \cos(x^8) \cdot 4x^3$$

③



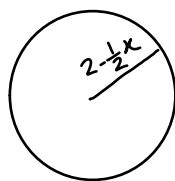
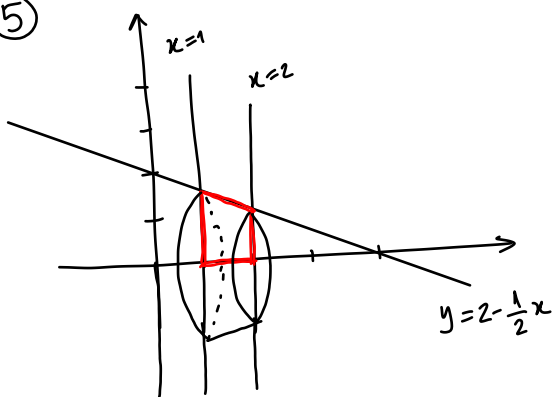
$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 2y - y^2 - (y^2 - 4y) dy \\ &= \int_0^3 2y - y^2 - y^2 + 4y dy \\ &= \int_0^3 -2y^2 + 6y dy \end{aligned}$$

$$= -\frac{2}{3}y^3 + \frac{6}{2}y^2 \Big|_0^3 = -18 + 27 = 9.$$

④ Chamando $u = \sqrt{x}$, temos $du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 du$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx &= \int \sin u \cdot 2 du = 2 \int \sin u du = -2 \cos u + C \\ &= -2 \cos \sqrt{x} + C \end{aligned}$$

⑤



$$\begin{aligned} A(x) &= \pi \left(2 - \frac{1}{2}x \right)^2 \\ &= \pi \left(4 - 2x + \frac{1}{4}x^2 \right) \end{aligned}$$

$$V = \int_1^2 A(x) dx = \int_1^2 \pi \left(4 - 2x + \frac{1}{4}x^2 \right) dx = \pi \left(4x - x^2 + \frac{1}{12}x^3 \right) \Big|_1^2$$

$$= \pi \left(\cancel{8} - \cancel{4} + \frac{8}{12} - \cancel{4} + 1 - \frac{1}{12} \right) = \pi \left(\frac{7}{12} + 1 \right) = \frac{19}{12} \pi.$$