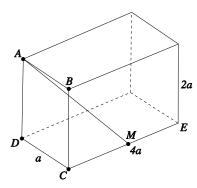


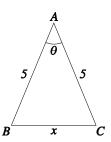
## UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Geometria — Lista 5 Prof. Adriano Barbosa

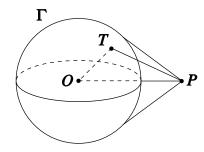
(1) No paralelepípedo reto retângulo da figura, calcule a distância do vértice C ao segmento AM, sendo M o ponto médio de CE.



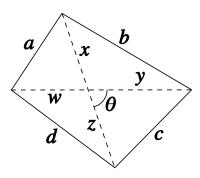
- (2) Considere o triângulo isósceles ABC, representado pela figura abaixo, cujos lados congruentes AB e AC medem 5. Assuma que o terceiro lado e o ângulo oposto a este lado sejam variáveis, medindo  $\overline{BC} = x$  e  $\hat{A} = \theta$ , respectivamente.
  - (a) Encontre a função que expressa a área do triângulo ABC em função do ângulo  $\theta$ , indicando o domínio e a expressão da função.
  - (b) Calcule a área máxima do triângulo. Quais as medidas de x e  $\theta$  neste caso?



- (3) Dados uma esfera  $\Gamma$  de centro O e raio r, e um ponto P, com  $\overline{OP} = d > r$ .
  - (a) Para  $T \in \Gamma$ , mostre que a reta  $\overrightarrow{PT}$  é tangente a  $\Gamma$  se, e somente se,  $\overline{PT} = \sqrt{d^2 r^2}$ .
  - (b) Mostre que o lugar geométrico dos pontos  $T \in \Gamma$  tais que  $\overrightarrow{PT}$  é tangente a  $\Gamma$  está contido em um círculo, determinando seu centro, raio e o plano em que está contido.



- (4) Considere o quadrilátero convexo abaixo, representado com suas diagonais. As letras correspondem às medidas dos segmentos e  $0^{\circ} < \theta \le 90^{\circ}$  representa um dos ângulos entre as diagonais.
  - (a) Se  $\theta = 90^{\circ}$ , prove que  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ .
  - (b) Se  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ , prove que  $(xw + yz)\cos\theta = -(xy + zw)\cos\theta$ .
  - (c) Se  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ , prove que  $\theta = 90^{\circ}$ .



- (5) Nos dois casos abaixo, demonstre a conhecida relação métrica  $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ , também chamada de "potência de ponto no círculo":
  - (a) P exterior ao círculo (figura da esquerda).
  - (b) P interior ao círculo (figura da direita).

