1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Elementar — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Matemática 05/10/2018

Aluno(a):...

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Determine $V(p)$ sabendo que:
   (a) $V(q) = F$ e $V(p \vee q) = V$
   (b) $V(q) = F$ e $V(p \to q) = F$
   (c) $V(q) = V$ e $V(p \leftrightarrow q) = F$

2. Dada a proposição $P : (p \to q) \wedge \sim q \to \sim p$.
   (a) Construa a tabela verdade da proposição P.
   (b) A proposição P é uma tautologia?

3. Dada a proposição P : se n é ímpar, então $5n - 3$ é par.
   (a) Escreva a forma recíproca de P.
   (b) Escreva a forma contrapositiva de P.

4. (a) Se não chover (C) e João acordar cedo (A), então ele irá a praia (P). João não foi a praia. O que podemos concluir?
   (b) Se Ana vai a festa (A), então Byanca vai a festa (B). Se Byanca vai a festa, então Christian não vai a festa ($\sim C$). Se Christian vai a festa, então Dieine não vai a festa ($\sim D$). Se Byanca vai a festa, Eduardo não vai a festa ($\sim E$). Se Dieine não vai a festa, então Felipe vai a festa (F). Eduardo vai a festa e Felipe não vai a festa. Quem vai a festa?

5. Mostre que se m e n são inteiros pares, então $m + n$ é um inteiro par.

Boa Prova!

① a) Para que a disjunção $p \vee q$ seja verdadeira basta que $V(p) = V$ ou $V(q) = V$. Como $V(q) = F$, temos que $V(p) = V$.

b) O condicional $p \to q$ só tem valor falso quando $V(p) = V$ e $V(q) = F$. Assim, $V(p) = V$, $V(q) = F$ garante que não temos uma contradição.

c) O bicondicional $p \leftrightarrow q$ é falso se $V(p \to q) = F$ ou $V(q \to p) = F$. Como $V(q) = V$, devemos ter $V(p) = F$ para que $V(q \to p) = F$. Caso fosse $V(p) = V$, teríamos $V(p \to q) = V$ e $V(q \to p) = V$.

② a)

$(p$	$\to$	$q)$	$\wedge$	$\sim$	q	$\to$	$\sim$	p
V	V	V	F	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	V	F	V	V	F	V	V	F

b) Pela tabela acima (coluna vermelha), P é uma tautologia.

③ P: Se $\underbrace{n \text{ é ímpar}}_{p}$, então $\underbrace{5n-3 \text{ é par}}_{q}$.

$P: p \to q$

a) Recíproca de P: $q \to p$

Se $5n-3$ é par, então n é ímpar.

b) Contrapositiva de P: $\sim q \to \sim p$

Se $5n-3$ é ímpar, então n é par.

④ a) Temos as premissas:

$P_1: \sim C \wedge A \rightarrow P$

$P_2: \sim P$

Por P_2, $V(\sim P) = V \Rightarrow V(P) = F$. Assim, $V(\sim C \wedge A) = F$, pois, caso contrário, P_1 seria falsa. Logo, $V(\sim C) = F$ ou $V(A) = F$. Portanto, podemos concluir que choveu ou que João não acordou cedo.

b) Temos as premissas:

$P_1: A \rightarrow B$ $\quad$ $P_3: C \rightarrow \sim D$ $\quad$ $P_5: \sim D \rightarrow F$

$P_2: B \rightarrow \sim C$ $\quad$ $P_4: B \rightarrow \sim E$ $\quad$ $P_6: E \wedge \sim F$

Pela transitividade do condicional, temos:

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "(P_1)"] & B \arrow[r, "(P_2)"] \arrow[dr, "(P_4)"'] & \sim C \\ & & \sim E \end{tikzcd} \quad e \quad C \xrightarrow{(P_3)} \sim D \xrightarrow{(P_5)} F$$

Observando as contrapositivas:

$$\begin{tikzcd} E \arrow[r, "(P_4)"] & \sim B \arrow[r, "(P_1)"] & \sim A \\ C \arrow[ur, "(P_2)"'] & & \end{tikzcd} \quad e \quad \sim F \xrightarrow{(P_5)} D \xrightarrow{(P_3)} \sim C$$

Assim, por P_6, $\underline{V(E) = V}$ e $V(\sim F) = V$ $(\Leftrightarrow \underline{V(F) = F})$

Como $V(\sim F) = V$, por P_5, $\underline{V(D) = V}$ e, por P_3, $V(\sim C) = V$ $(\Leftrightarrow \underline{V(C) = F})$.

Como $V(E) = V$, por P_4, $V(\sim B) = V$ $(\Leftrightarrow \underline{V(B) = F})$ e, por P_1, $V(\sim A) = V$ $(\Leftrightarrow \underline{V(A) = F})$. Portanto, só Dieine e Eduardo irão a festa.

(O resultado não gera contradição com P_2).

⑤ Supondo m e n inteiros pares, temos que existem $k, l \in \mathbb{Z}$ tais que $m = 2k$ e $n = 2l$. Assim,

$$m + n = 2k + 2l = 2(k + l) = 2p, \text{ com } p = k + l.$$

Como a soma de números inteiros é um número inteiro, segue-se que $p \in \mathbb{Z}$. Portanto, $m + n$ é par.