UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear e Geometria Analítica — Lista 2
Prof. Adriano Barbosa

(1) Determine a, b, c e d tais que

$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

(2) Usando as matrizes abaixo, resolva as operações abaixo quando possível:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) $D+E$
(b) $\operatorname{tr}(D)$
(c) $2A^T + C$
(d) $B - B^T$
(e) $\operatorname{tr}(C^T A^T + 2E^T)$
(f) $B^T(CC^T - A^T A)$
(g) $(-AC)^T + 5D^T$

(3) Encontre A que satisfaz as igualdades abaixo:

(a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $(I+2A)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

(4) Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z = b_1 \\ x - \ \ y + z = b_2 \\ x + \ \ y \qquad = b_3 \end{cases}$$

invertendo a matriz dos coeficientes para

(a) $b_1 = -1, b_2 = 3, b_3 = 4$ (b) $b_1 = 5, b_2 = 0, b_3 = 0$

(5) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(a) Mostre que a equação $Ax = x$ pode ser reescrita como $(A-I)x = 0$ e use este resultado para resolver $Ax = x$ em x.
(b) Resolva $Ax = 4x$.

(6) Apenas observando as matrizes aumentadas abaixo, determine se o sistema correspondente tem solução e se a solução é única. Justifique sua resposta.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(7) Dada $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$. Encontre A^2, A^{-2} e A^{-k} por inspeção.

(8) Encontre todos os valores de a, b e c tais que A é simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a-2b+2c & 2a+b+c \\ 3 & 5 & a+c \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

(9) Se uma matriz $A_{n\times n}$ pode ser expressa como $A = LU$, onde L é uma matriz triangular inferior e U é uma matriz triangular superior, então o sistema $Ax = b$ pode ser expresso como $LUx = b$ e resolvido em dois passos:

(a) Chame $y = Ux$ e resolva o sistema $Ly = b$ para y.

(b) Sabendo o valor de y, resolva $Ux = y$ para x.

Verifique que $A = LU$ e use este método para resolver o sistema $Ax = b$, onde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 18 \end{bmatrix},\ L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix},\ U = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$