1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral — Avaliação P2
Prof. Adriano Barbosa

Eng. de Alimentos 19/07/2018

Aluno(a):...

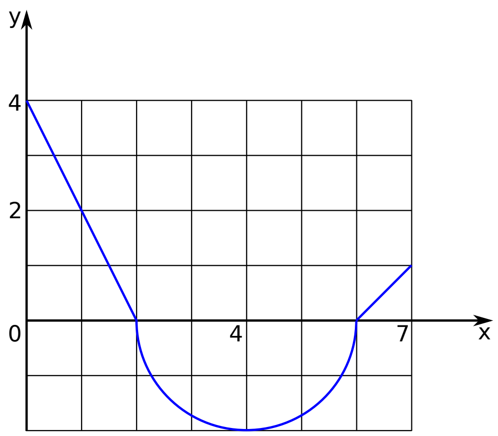
Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Calcule o limite: $\lim\limits_{x\to\infty} x \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$.

2. Cada lado de um quadrado está aumentando a uma taxa de 3 cm/s. A que taxa a área do quadrado está aumentando quando sua área for 9 cm^2?

3. Se 900 cm^2 de papelão está disponível para fabricar uma caixa sem tampa e base quadrada, encontre as dimensões da caixa com volume máximo.

4. O gráfico de g consiste em duas retas e um semicírculo. Use-o para calcular as integrais abaixo.



(a) $\displaystyle\int_0^2 g(x)\, dx$ (b) $\displaystyle\int_2^6 g(x)\, dx$ (c) $\displaystyle\int_0^6 g(x)\, dx$

5. Calcule a integral $\displaystyle\int_0^1 (x+1)(x-2)\, dx$.

Boa Prova!

(1) $x \to \infty \Rightarrow \frac{\pi}{x} \to 0$ e, como $\operatorname{sen} x$ é contínuo, $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right) \xrightarrow{x \to \infty} 0$. Assim, temos uma indeterminação do tipo $0 \cdot \infty$.

$$\lim_{x \to \infty} x \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right)}{\frac{1}{x}} \overset{\text{L'Hospital}}{=} \lim_{x \to \infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \cdot \left(-\frac{\pi}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) = \pi$$

(2) Se x indica a medida do lado do quadrado e A a área desse quadrado, temos que:

$$\frac{dx}{dt} = 3 \text{ cm/s} \quad \text{e} \quad A = x^2 \quad (I)$$

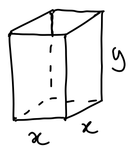
Queremos determinar $\frac{dA}{dt}$ quando $A = 9 \text{ cm}^2$. Derivando (I):

$$\frac{dA}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

Quando o quadrado tem área 9 cm^2, seu lado mede 3 cm. Logo,

$$\frac{dA}{dt} = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^2/\text{s}$$

(3)



Se x é a medida dos lados do quadrado da base e y a altura da caixa, temos:

$$4xy + x^2 = 900 \Rightarrow y = \frac{900 - x^2}{4x} \quad (I)$$

$$\text{e} \quad V = x^2 y \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II): $V(x) = x^2 \cdot \frac{900 - x^2}{4x} = \frac{900x - x^3}{4}$

$$\Rightarrow V'(x) = \frac{1}{4}(900 - 3x^2)$$

Como $V'(x)$ está definida para todo $x \in \mathbb{R}$, os números críticos de V são aqueles onde $V'(x) = 0$, ou seja,

$$\frac{1}{4}(900 - 3x^2) = 0 \iff x^2 = \frac{900}{3} = 300 \iff x = \pm\sqrt{300} = \pm 10\sqrt{3}$$

Como $x > 0$, o único número crítico de V é $x = 10\sqrt{3}$

Para $0 < x < 10\sqrt{3}$:

$$x^2 < 300 \iff -3x^2 > -900 \iff 900 - 3x^2 > 0 \quad \therefore V'(x) > 0$$

Para $x > 10\sqrt{3}$:

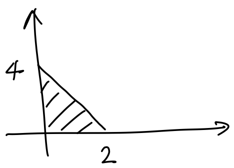
$$x^2 > 300 \iff -3x^2 < -900 \iff 900 - 3x^2 < 0 \quad \therefore V'(x) < 0$$

Pelo teste da 1ª derivada, V tem um máximo local em $x = 10\sqrt{3}$.

Portanto, as medidas da caixa são

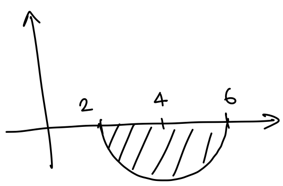
$$x = 10\sqrt{3} \text{ cm} \quad e \quad y = \frac{900 - (10\sqrt{3})^2}{4 \cdot 10\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

4 a)



$$\int_0^2 g(x)\,dx = \text{área do triângulo} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$$

b)



$$\int_2^6 g(x)\,dx = -(\text{área do semicírculo}) = -\frac{\pi \cdot 2^2}{2} = -2\pi$$

c) $$\int_0^6 g(x)\,dx = \int_0^2 g(x)\,dx + \int_2^6 g(x)\,dx = 4 - 2\pi.$$

5 $$\int_0^1 (x+1)(x-2)\,dx = \int_0^1 x^2 - 2x + x - 2\,dx = \int_0^1 x^2 - x - 2\,dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 2 = \frac{2 - 3 - 12}{6} = -\frac{13}{6}$$