UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear e Geometria Analítica — Lista 9
Prof. Adriano Barbosa

(1) Encontre o domínio e o contra-domínio das transformações abaixo e determine se são lineares:
 (a) $T(x, y, z) = (3x - 2y + 4z, 5x - 8y + z)$
 (b) $T(x, y) = (2xy - y, x + 3xy, x + y)$
 (c) $T(x, y, z, t) = (x^2 - 3y + z - 2t, 3x - 4y - z^2 + t)$

(2) Encontre a matriz canônica das transformações lineares abaixo
 (a) $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}2$, $T(x, y, z, t) = 2x - 3y + t, 3x + 5y - t)$
 (b) $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, $T(x, y, z, t) = (x, x + y, x + y + z, x + y + z + t)$
 (c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (-x + y, 3x - 2y, 5x - 7y)$

(3) Encontre a transformação linear cuja matriz canônica é dada abaixo:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

(4) Use a matriz canônica $[T]$ para obter $T(v)$ e em seguida confira o resultado calculando $T(v)$ diretamente:
 (a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (-x + y, y, x - y)$ avaliada em $(1, 2)$
 (b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (-x + 2y, y - 3z, x - y - z)$ avaliada em $(2, 3, 0)$

(5) Encontre a matriz canônica para cada composição abaixo:
 (a) Uma rotação de 90° seguida de uma reflexão em torno do eixo y.
 (b) Uma reflexão em torno do eixo x seguida de uma escala de razão $k = 3$.
 (c) Uma rotação de 60°, seguida de uma projeção ortogonal sobre o eixo x, seguida de uma reflexão em torno do eixo y.
 (d) Uma rotação de 15°, seguida de uma rotação de 105°, seguida de uma rotação de 60°.

(6) Determine se $T_1 \circ T_2 = T_2 \circ T_1$:
 (a) $T_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo x e $T_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo y.
 (b) $T_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ_1 e $T_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ_2.
 (c) $T_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ e $T_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo x.

(7) Definimos as projeções ortogonais de $\mathbb{R}^3$ sobre os eixos x, y e x, respectivamente, por

$$T_x(x, y, z) = (x, 0, 0),\ T_y(x, y, z) = (0, y, 0) \ e \ T_z(x, y, z) = (0, 0, z).$$

Mostre que as projeções acima são transformações lineares.

(8) Mostre que a reflexão de vetores de $\mathbb{R}^2$ em torno da reta $y = x$ é uma transformação linear e encontre sua matriz canônica.

(9) Mostre que a projeção ortogonal de vetores de $\mathbb{R}^2$ sobre a reta $y = x$ é uma transformação linear e encontre sua matriz canônica.

(10) Mostre que os vetores $T(v)$ e $v - T(v)$ são ortogonais, onde $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é uma projeção ortogonal sobre os eixos coordenados ou sobre a reta $y = x$.