Álgebra Linear
Lista 2 — Vetores e equações da reta e do plano

Prof. Adriano Barbosa

1. Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas:
   (a) Se $u = v$, então $\|u\| = \|v\|$.
   (b) Se $\|u\| = \|v\|$, então $u = v$.
   (c) Se u é paralelo a v, então $u = v$.
   (d) Se $u = v$, então u é paralelo a v.
   (e) Se $w = u + v$, então $\|w\| = \|u\| + \|v\|$.
   (f) $\|w\| = \|u\| + \|v\|$, então u, v e w são paralelos.
   (g) $\|5v\| = \| - 5v\| = 5\|v\|$.
   (h) Os vetores $3v$ e $-4v$ são paralelos e de mesmo sentido.
   (i) Se u é paralelo a v, $\|u\| = 2$ e $\|v\| = 4$, então $v = 2u$ ou $v = -2u$.

2. Dados três pontos A, B e C, represente graficamente os segmentos orientados

   FIGURA

   (a) $BA + 2BC$
   (b) $2CA + 2BA$
   (c) $3AB - 2BC$
   (d) $\frac{1}{2}AB - 2CB$

3. Escreva as equações paramétricas das retas que passam por

   FIGURA

   a. A e B b. C e D c. B e C d. D e E

4. Determine a equação paramétrica da reta r definida pelos pontos $A = (2, -3, 4)$ e $B = (1, -1, 2)$ e verifique se os pontos $C = (\frac{5}{2}, -4, 5)$ e $D = (-1, 3, 4)$ pertencem a r.

5. Escreva a equação paramétrica da reta que passa por $A = (1, 2, 3)$ e é paralela a reta $r : (x, y, z) = (1, 4, 3) + t(0, 0, 1)$

6. Verifique se os pontos $P_1 = (5, -5, 6)$ e $P_2 = (4, -1, 12)$ pertencem a reta $r : -(x - 3) = \dfrac{y + 1}{2} = -\dfrac{z - 2}{2}$

7. Determine o ângulo entre as retas

   (a) $r_1 : \begin{cases} x = -2 - t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ e $r_2 : \ \frac{x}{2} = y + 6 = z - 1$

   (b) $r_1 : \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}t \\ y = t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

8. Determine o valor de n para que o ângulo entre as retas seja $\frac{\pi}{6}$

   $r_1 : \ \frac{x-2}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ e $r_2 : \begin{cases} y = nx + 5 \\ z = 2x - 2 \end{cases}$

9. Dados $A = (3, 4, -2)$ e $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$. Determine a equação paramétrica da reta que passa por A e é perpendicular a r.

10. Encontre a reta que passa pelo ponto médio do segmento de extremos $A = (5, -1, 4)$ e $B = (-1, -7, 1)$ e seja perpendicular a ele.

11. Seja o plano $\pi : 3x + y - z = 4$, calcule:

    (a) O ponto de π que tem coordenadas $x = 1$ e $y = 3$;

    (b) O ponto de π que tem coordenadas $x = 0$ e $z = 2$;

    (c) O valor de k para que o ponto $P = (k, 2, k - 1)$ pertença a π;

    (d) O ponto de coordenada $x = 2$ cuja coordenada y é o dobro da coordenada z;

    (e) O valor de k para que o plano $\pi_1 : kx - 4y + 4z = 7$ seja paralelo a π.

12. Dada a equação geral do plano $\pi : 3x - 2y - z = 6$, encontre as equações paramétricas de π.

13. Encontre a equação geral do plano $\begin{cases} x = 1 + h - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 2h - 2t \end{cases}$

14. Encontre a equação geral do plano que contém as retas

    (a) $r_1 : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 2 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} \frac{x-1}{3} = z - 1 \\ y = -1 \end{cases}$

    (b) $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

15. Determine a equação geral do plano que contém

    (a) o ponto $A = (4, 3, 2)$ e a reta $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

    (b) o ponto $A = (1, -1, 2)$ e o eixo z

16. Verifique se a reta r está contida no plano π

    (a) $r : \begin{cases} y = 4x + 1 \\ z = 2x - 1 \end{cases}$ e $\pi : 2x + y - 3z - 4 = 0$

    (b) $r : x - 2 = \frac{y+2}{2} = z + 3$ e $\pi : \begin{cases} x = h + t \\ y = -1 + 2h - 3t \\ z = -3 + h - t \end{cases}$

17. Encontre a equação paramétrica do plano paralelo ao eixo dos z e que intercepta o eixo dos x em -3 e dos y em 4.

18. Encontre a equação paramétrica do plano paralelo ao plano xz e que intercpta o eixo dos y em -7.