UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Cálculo Diferencial e Integral

A Regra da Cadeia — 05 de Dezembro de 2016

(1) Seja $f(x) = 5\sqrt{x}$ e $g(x) = 4 + \cos x$.

a) Encontre $(f \circ g)(x)$ e $(f \circ g)'(x)$.

b) Encontre $(g \circ f)(x)$ e $(g \circ f)'(x)$

(2) Encontre $f'(x)$:

a) $f(x) = (x^3 + 2x)^{37}$

b) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

c) $f(x) = \cos^2(3\sqrt{x})$

d) $f(x) = \cos^3(\operatorname{sen} 2x)$

e) $f(x) = \left(\dfrac{x-5}{2x+1}\right)^3$

f) $f(x) = e^{x\cos x}$

g) $f(x) = e^{e^x}$

h) $f(x) = \operatorname{sen}^2(\ln x)$

i) $f(x) = \log(1 - \operatorname{sen}^2 x)$

(3) Para quais valores de r a função $y = e^{rx}$ satisfaz a equação $y'' + 5y' - 6y = 0$?

(4) Se a equação de movimento de uma partícula for dada por $s(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, dizemos que a partícula está em movimento harmônico simples.

a) Encontre a velocidade da partícula no instante t.

b) Quando a velocidade é zero?

(5) Ar está sendo bombeado para dentro de um balão climático esférico. Em qualquer instante, o volume do balão é $V(t)$ e seu raio é $r(t)$.

a) O que as derivadas dV/dr e dV/dt representam?

b) Expresse dV/dt em termos de dr/dt.

Bibliografia:

Cálculo Vol 1 - Anton, H.

Cálculo Vol 1 - Stewart, J.

Gabarito:

(1) a) $(f \circ g)(x) = 5\sqrt{4 + \cos x}$ e $(f \circ g)'(x) = \dfrac{-5\text{sen}x}{2\sqrt{4 + \cos x}}$.

b) $(g \circ f)(x) = \sqrt{4 + \cos(5\sqrt{x})}$ e $(g \circ f)'(x) = \dfrac{-5\text{sen}(5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

(2) Encontre $f'(x)$:

a) $f'(x) = 37(x^3 + 2x)^{36}(3x^2 + 2)$

b) $f'(x) = -\dfrac{2}{x^3}\cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

c) $f'(x) = -\dfrac{3}{\sqrt{x}}\cos(3\sqrt{x})\text{sen}(3\sqrt{x})$

d) $f'(x) = -6\cos^3(\text{sen}2x)\text{sen}(\text{sen}2x)\cos(2x)$

e) $f'(x) = 33\dfrac{(x-5)^2}{(2x+1)^4}$

f) $f'(x) = e^{x\cos x}(\cos x - x\text{sen}x)$

g) $f'(x) = e^{e^x}e^x$

h) $f'(x) = \dfrac{2\text{sen}(\ln x)\cos(\ln x)}{x}$

i) $f'(x) = -\dfrac{2\text{sen}x\cos x}{\ln 10(1 - \text{sen}^2 x)}$

(3) Para $r = 1$ e $r = -6$.

(4) a) $v(t) = s'(t) = -Aw\text{sen}(\omega t + \delta)$.

b) Assumindo as constantes A e ω não nulas, a velocidade é zero para todo $t = \dfrac{k\pi - \delta}{\omega}$, para todo $k \in \mathbb{Z}$.