①

$x[n]=\cos(\frac{۴n}{۷}) \rightarrow \frac{۲\pi}{\frac{۴}{۷}} = \frac{۷\pi}{۲} \rightarrow ۷\pi$ نیست X

$x(t) = \cos(۲\pi t) + j\sin(\pi t)$

دوره تناوب حقیقی $= \boxed{\frac{۲\pi}{۲\pi} = ۱}$ دوره تناوب موهومی $= \boxed{\frac{۲\pi}{\pi} = ۲}$

$\boxed{\text{ک.م.م} = ۲}$

(الف) ②

$y[n] = x[n+1] - x[n]$ $\boxed{\text{نه علی نه بی‌حافظه}}$ ⇐ به آینده ربط دارد

$|x(n)| \leq M_x < \infty$

$|y[n]| = |x[n+1] - x[n]| \leq |x[n+1]| + |-x[n]| \leq ۲M_x$ محدود

$\boxed{\text{سیستم پایدار}}$

① $y[n-n_0] = x[n-n_0+1] + x[n-n_0]$

② $x_1[n] = x[n-n_0]$ $\boxed{\text{تغییر ناپذیر}}$

$y_1[n] = x[n-n_0+1] - x[n-n_0]$

$x_۳[n] = ax_1[n] + bx_۲[n]$

$y_۳[n] = ax_1[n+1] + bx_۲[n+1] - ax_1[n] - bx_۲[n]$

$= a(x_1[n+1] - x_1[n]) + b(x_۲[n+1] - x_۲[n])$

$\boxed{= ay_1 + by_۲}$ خطی

ⓑ $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[n]$

به آینده ربط ندارد ← علّی ✓

به گذشته ربط دارد ← بی حافظه ✗

if $x[k]=1 \rightarrow y[n] \rightarrow \infty$ $\boxed{\text{ناپایدار}}$

$|x[k]| \leq M_x$

$y[n] = y[n-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[n-n_0]$

$x_1[n] = x[n-n_0]$ برابر → TI ✓

$y_1[n] = \sum x[n-n_0]$

$x_۳[n] = ax_1 + bx_۲$

$y_۳[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} ax_1[n] + bx_۲[n] = \sum \textcircled{a} x_1[n] + \sum \textcircled{b} x_۲[n]$

$= \boxed{ay_1 + by_۲}$ خطی

ج) $y(t) = x(t)u(t+5)$ — به آینده ربط دارد ← علّی ✗ — بی‌حافظه ✗

$$\left.\begin{array}{l} |x(t)| \leq M_x \\ u(t+\delta) = 0 , 1 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{|x(t)u(t+\delta)| \leq M_x}$$

$\rightarrow |y(t)| \leq M_x$ $\boxed{\text{پایدار}}$

$y_1(t) = y(t-t_0) = x(t-t_0)u(t+\delta-t_0)$

$x_1(t) = x(t-t_0) \Rightarrow y_1(t) = x(t-t_0)\,u(t+5)$ ✗

TI ✗

$x_3 = a x_1 + b x_2$

$y_3 = a x_1 u(t+5) + b x_2 u(t+5) = a(x_1(t)u(t+5))$
$+ b(x_2(t)u(t+5)) = \boxed{a y_1 + b y_2}$ ✓ خطی

د) $y[n] = \sum_{k=m}^{n} x[k]$ — به آینده کار ندارد ← علّی ✓ — به گذشته کار دارد ← بی‌حافظه ✗

$\boxed{\text{فرض } = m - n = X}$

$|x[n]| \leq M_x$

$|y[n]| = |\sum x[k]| = |y M_x| \leq M_y < \infty$ $\boxed{\text{پایدار}}$

$y_{۱}[n] = y[n-n_{۰}] = \boxed{\sum x[n-n_{۰}]}$ TI ✓

$x_{۱}[n] = x[n-n_{۰}] \rightarrow \sum_{k=m}^{n} x_{۱}[k] = \sum_{k=m}^{n} x[k-n_{۰}] = \boxed{y_{۱}[n]}$

$x_{۳} = a x_{۱} + b x_{۲}$

$y_{۳}[n] = \sum_{k=m}^{n} a x_{۱}[k] + b x_{۲}[k] = a \sum x_{۱}[k] + b \sum x_{۲}[k]$

$= \boxed{a y_{۱} + b y_{۲}}$ خطی ✓

ⓐ $h[n] = (\frac{۱}{۲})^{n}$

$x[n] * h[n] = y[n]$ (۳)

$y[۰] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[-k] = x[-۱]h[۱] + x[۰]h[۰] + x[۱]h[-۱]$

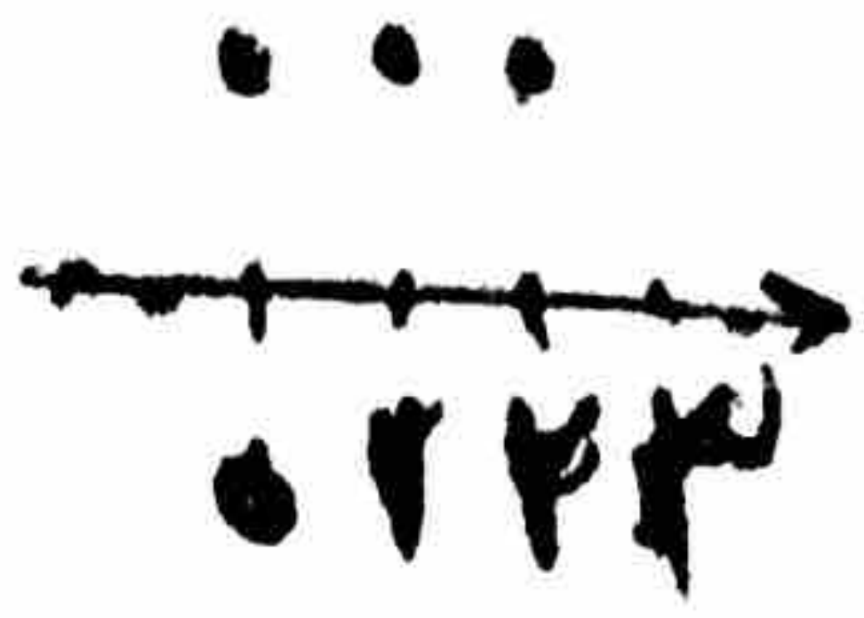
$+ x[-۲]h[۲] + x[۲]h[-۲] + \cdots = 0 + ۱ + 0 + 0 + \cdots = \boxed{۱}$

$y[۱] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[۱-k] = x[-۱]h[۲] + x[۰]h[۱]$

$+ x[۱]h[۰] + x[۲]h[-۱] = 0 + ۱/۲ + ۱ + 0 = \boxed{\frac{۳}{۲}}$

ب)

$x[n] =$



$h[n]$

(۳)

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$y[۰] = x[-۱]h[۱] + x[۰]h[۰] + x[۱]h[-۱] + \dots$$

$$= ۰ + ۱ + d = \boxed{۱}$$

$$y[۱] = x[-۱]h[۲] + x[۰]h[۱] + x[۱]h[۰] + x[۲]h[-۱]$$

$$= ۰ + ۱ + ۱ + ۰ = \boxed{۲}$$