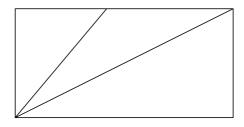
Komentáře k domácímu kolu kategorie Z6

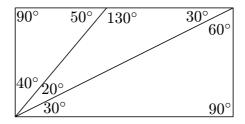
1. Kladné desetinné číslo nazveme vyvážené, jestliže je součet číslic ležících před desetinnou čárkou roven součtu číslic za desetinnou čárkou. Např. číslo 25,133 je vyvážené. Napiš a) nejmenší, b) největší vyvážené číslo, jehož žádné dvě číslice nejsou stejné.

ŘEŠENÍ. Děti budou řešit úlohu asi experimentálně.

- a) Nejmenší vyvážené číslo s danou vlastností je 3,012.
- b) Největší vyvážené číslo s danou vlastností je 954 210,876.
- 2. Obdélník jsme rozdělili na tři trojúhelníky jako na obrázku. Odměřili jsme všechny vnitřní úhly v těchto trojúhelnících a získali následující hodnoty: 20°, 30°, 30°, 40°, 50°, 60°, 90°, 90° a 130°. Dopiš je na správná místa v obrázku. (Pozor, obrázek může být nepřesný, nevyplatí se měřit.)



Řešení. Do obrázku snadno doplníme oba pravé úhly, tj. 90° a 90°. Vzhledem k tomu, že je tam pouze jeden tupý úhel, jeho hodnota musí být 130°. Teď můžeme doplnit i úhel 50°. V "levém" trojúhelníku pak snadno doplníme poslední zbývající úhel, který je 40°. Protože "prostřední" a "pravý" trojúhelník mají jeden úhel stejně velký, musí být jeho velikost 30°. Doplnění zbývajících úhlů je již snadné.



3. V zemi "Číselkovo" žijí jen přirozená čísla. Muži a chlapci jsou sudá čísla, ženy a dívky jsou lichá čísla. Manželé mají hned po svatbě děti, a to všechna čísla, která dělí jejich součin beze zbytku. Kterého nápadníka z čísel 2, 8, 14 si má vybrat slečna Sedmička, jestliže chce mít

- a) co nejvíce dětí,
- b) stejný počet dcer jako synů?

Řešení. 1) Sedmička a číslo 2: $7 \cdot 2 = 14$.

Dělitelé čísla 14 ("děti"): 1, 2, 7, 14 (2 lichá čísla = "dcery", 2 sudá = "synové", 4 "děti").

2) Sedmička a číslo 8: $7 \cdot 8 = 56$.

Dělitelé čísla 56 ("děti"): 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56 (2 lichá čísla = "dcery", 6 sudých = "synové", 8 "dětí").

3) Sedmička a číslo 14: $7 \cdot 14 = 98$.

Dělitelé čísla 98 ("dětí"): 1, 2, 7, 14, 49, 98 (6 "dětí", 3 lichá čísla = "dcery", 3 sudá = "synové").

- a) Sedmička si má vybrat číslo 8 budou mít 8 dětí.
- b) Vybere si buď číslo 2 (2 dcery, 2 synové), nebo 14 (3 dcery a 3 synové).
- **4.** Na kartičce mám napsáno sudé čtyřmístné číslo. Rozstřihnu ji tak, že získám dvě dvoumístná čísla, jejichž součin je 2 562. Které čtyřmístné číslo jsem měla na kartičce?

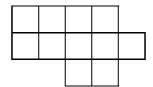
ŘEŠENÍ. Rozložíme číslo 2562 na součin prvočísel, tj.

$$2562 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 61$$
.

Číslo 2 562 lze tedy napsat právě jedním způsobem jako součin dvou dvoumístných čísel, a to $2\,562=42\cdot61$.

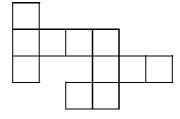
Mohlo by tedy jít buď o číslo 4261, nebo o číslo 6142. Vzhledem k tomu, že číslo na kartičce je sudé, bylo to číslo 6142.

- 5. Na obrázku je mnohoúhelník složený z jedenácti stejných čtverečků.
 - a) Zjisti jeho obvod, jestliže víš, že jeden malý čtvereček má obvod 2 cm.
 - b) Které dva čtverečky mnohoúhelníku je nutno přemístit, aby vznikl nový mnohoúhelník s co největším obvodem?



Řešení. a) Strana čtverečku měří 0,5 cm. Mnohoúhelník na obrázku 1 má obvod $16\cdot 0,5,$ tj. 8 cm.

b) Úloha má více řešení, jedno z nich je na následujícím obrázku. Nově vzniklý mnohoúhelník má obvod 12 cm.



6. V Petříkově, Boříkově a Tomíkově žije celkem 6 000 obyvatel. V každé z těchto tří vesnic připadá v průměru na 20 obyvatel 1 pes a na 30 obyvatel 1 kočka. V Petříkově a Boříkově žije celkem 234 psů, v Boříkově a Tomíkově žije celkem 92 koček. Kolik obyvatel mají jednotlivé vesnice?

ŘEŠENÍ. V Petříkově, Boříkově a Tomíkově žije celkem 300 psů a 200 koček. V Tomíkově tedy žije 300-234=66 psů. Počet obyvatel Tomíkova je tedy 20krát větší, což je $1\,320$ obyvatel. V Petříkově žije 200-92=108 koček. Odtud dostaneme, že počet obyvatel Petříkova je $108\cdot30$, tj. $3\,240$. Zbytek lidí žije v Boříkově, to je $1\,440$ obyvatel.