Z5-II-1

Pestré číslo je takové, které nemá žádné dvě cifry stejné. Zrcadlovým obrazem pestrého čísla 736 251 je číslo 152 637. Jaký nejmenší a jaký největší čtyřciferný výsledek můžeme získat při správném vynásobení dvou pestrých čísel, z nichž jedno je zrcadlovým obrazem druhého?

(Bednářová)

Řešení.

1. Hledejme nejprve největší čtyřciferný výsledek. Ze zadání příkladu je jasné, že musíme násobit co možná největší dvojciferná čísla. Největší dvojciferné číslo je 99, ale to není pestré. Další číslo je 98, což je pestré číslo a hledaný výsledek je

$$98 \cdot 89 = 8722.$$

Největší čtyřciferný výsledek je 8722. (2 body)

2. Nyní se zabývejme nejmenším možným čtyřciferným součinem. Samozřejmě, že začneme hledat co možná nejmenší čísla, která po vynásobení svým zrcadlovým obrazem dají čtyřciferné číslo. Vypišme si možné kandidáty: $16 \cdot 61 = 967$ není čtyřciferné, $17 \cdot 71 = 1\,207$ (18, 19 budou větší), $23 \cdot 32 = 736$ není čtyřciferné, $24 \cdot 42 = 1\,008$ (25, 26, . . . budou větší), $34 \cdot 43 = 1\,462$. Nejmenší čtyřciferný výsledek je $1\,008$. (4 body)

Z5-II-2

Mikuláš připravil balíčky pro 23 dětí. Do každého měl dát čokoládu vážící 100 gramů, pytlík bonbónů o váze 90 gramů, oplatky vážící 80 gramů a tři různé desetigramové balíčky žvýkaček. Po zabalení dal všechny balíčky na váhu a zjistil, že váží dohromady 7 kg. Mikuláš ihned poznal, že se musel splést. A opravdu při kontrole zjistil, že ve dvou balíčcích je jedna a tatáž věc navíc a v jednom balíčku chybí oplatky. Co bylo navíc v každém ze dvou balíčků? (Bednářová)

ŘEŠENÍ. Nejdříve zjistíme váhu jednoho balíčku:

 $\begin{array}{ll} {\rm \check{c}okol\acute{a}da} & \dots & 100\,{\rm g} \\ {\rm bonb\acute{o}ny} & \dots & 90\,{\rm g} \\ {\rm oplatky} & \dots & 80\,{\rm g} \\ & {\rm \check{z}v\acute{y}ka\check{c}ky} & \dots & 3\times 10 = 30\,{\rm g} \\ \hline {\rm dohromady} & \dots & 300\,{\rm gram}\mathring{\rm u} \\ \end{array}$

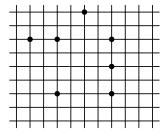
Odtud již snadno vypočteme, že 23 balíčků mělo vážit $23 \cdot 300 = 6\,900$ gramů. Celková váha však byla $7\,\mathrm{kg} = 7\,000\,\mathrm{g}$, tedy o 100 gramů více. Navíc v jednom balíčku chyběly oplatky (vážící 80 gramů). Celkový rozdíl byl 180 gramů, neboli dvoje bonbóny.

V každém ze dvou balíčků byly navíc bonbóny.

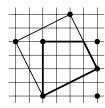
- určení celkové váhy (2 body)
- určení rozdílu 180 gramů (2 body)
- úplné řešení (6 bodů)

Z5-II-3

Na obrázku jsou znázorněné všechny vrcholy dvou čtverců. Vypočítejte obsah jejich společné části. (Strana čtverečku měří 1 cm.) (Bednářová)



ŘEŠENÍ. Nejprve si vyznačíme společnou část obou čtverců:



Plochu společné části vypočteme tak, že od obsahu menšího čtverce, který je $16\,\mathrm{cm}^2$, odečteme plochy dvou trojúhelníků. Menší trojúhelník má plochu $1\,\mathrm{cm}^2$ a větší $4\,\mathrm{cm}^2$. Výsledná plocha je $16-1-4=11\,\mathrm{cm}^2$.

(úplné řešení — 6 bodů)