

1 Introduction à l'Illumination

L'illumination en informatique graphique est le processus qui détermine comment la lumière interagit avec les surfaces des objets dans une scène 3D pour calculer leur couleur finale vue par l'observateur. C'est une étape cruciale dans le pipeline graphique, intervenant après les transformations de modélisation et avant le clipping et la rasterisation. Le pipeline graphique typique peut être schématisé comme suit :

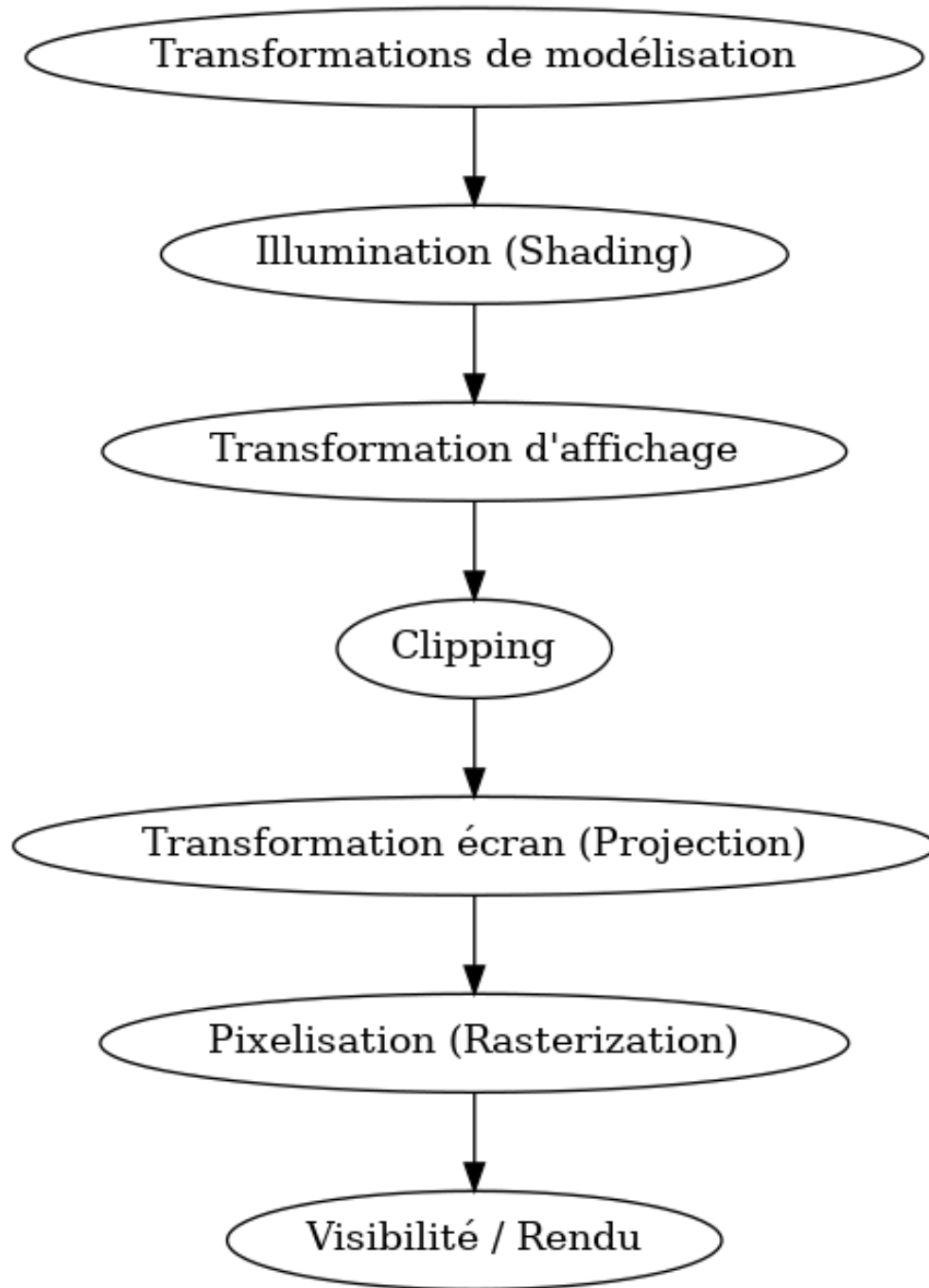


Figure 1: Étapes principales du pipeline graphique.

Les primitives géométriques (points, lignes, triangles) qui composent les objets sont éclairées en fonction

de plusieurs facteurs :

- Leur matériau (propriétés de réflexion, couleur).
- Le type de surface (lisse, rugueuse).
- Les sources de lumière présentes dans la scène (position, type, intensité).

Les modèles d'illumination sont souvent locaux, c'est-à-dire que le calcul de l'éclairage pour une primitive ne prend pas en compte les autres objets de la scène (pas d'ombres portées complexes ou de réflexions inter-objets dans les modèles de base comme diffus, ambiant, Gouraud, Phong). Il est important de distinguer l'**ombrage** (shading), qui calcule l'intensité lumineuse et la couleur sur la surface d'un objet, de la **texture** (mapping), qui consiste à plaquer une image (texture) sur cette surface pour ajouter des détails visuels.

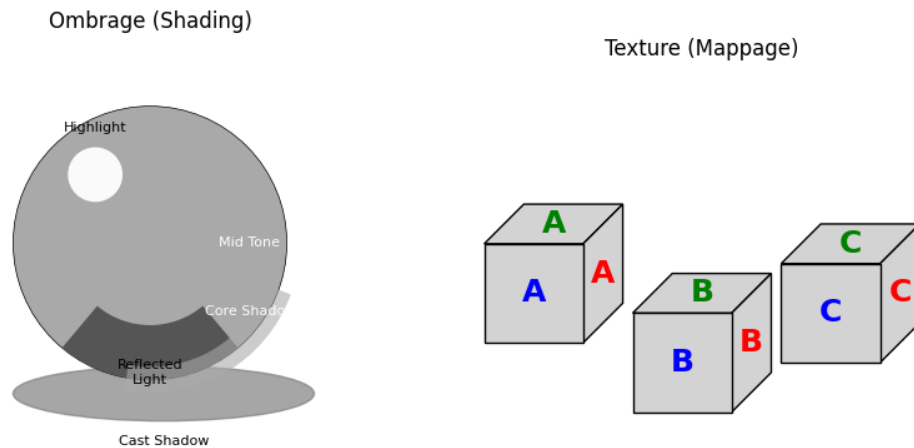


Figure 2: Distinction entre l'ombrage (calcul de l'éclairage sur la surface) et la texture (plaquage d'une image).

2 Définitions Fondamentales

- **Illumination** : Désigne le transport du flux lumineux (direct ou indirect) depuis les sources lumineuses vers les objets de la scène. On distingue les modèles locaux (calcul par objet, ignorant les autres) des modèles globaux (prenant en compte les interactions entre tous les objets, comme les ombres portées et les réflexions multiples).
- **Éclairement** : Fait référence au calcul de l'intensité lumineuse en un point spécifique de la scène. Il modélise l'interaction entre une source lumineuse et le point éclairé.
- **Ombrage (Shading)** : Consiste à utiliser le modèle d'éclairement pour déterminer la couleur finale d'un pixel (ou d'un point sur une surface) lors du rendu.

L'éclairement et l'ombrage en un point dépendent de nombreux facteurs :

- La position du point dans l'espace 3D.
- L'orientation de la surface en ce point (la normale à la surface).
- Les caractéristiques de la surface (sa capacité à diffuser ou réfléchir la lumière, sa transparence, sa couleur intrinsèque, etc.).

- Les sources de lumière présentes (type, position, direction, intensité, couleur).
- La position et l'orientation de la "caméra" (le point de vue de l'observateur).

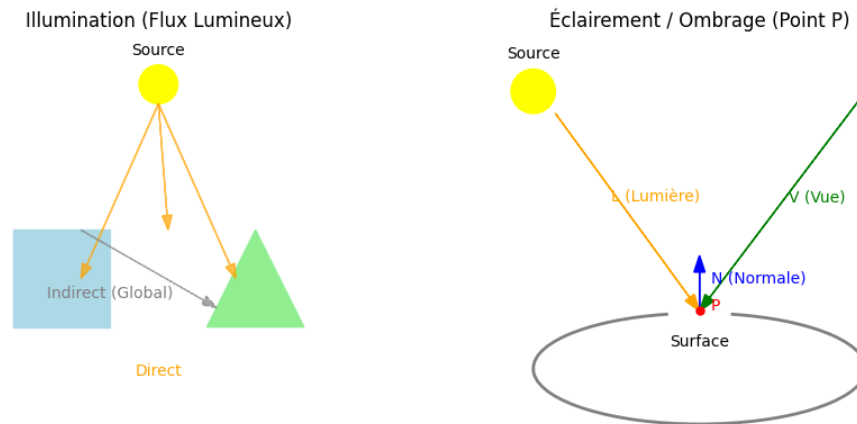


Figure 3: Concepts d'illumination, d'éclairement et d'ombrage.

3 Sources de Lumières

Différents types de sources lumineuses peuvent être modélisés :

- **Lumière ambiante :**
 - Éclaire toute la scène uniformément, simulant la lumière indirecte globale.
 - Uniquement caractérisée par son *intensité* (et sa couleur). Ne possède ni position ni direction.
- **Sources ponctuelles :**
 - Situées en un point précis de l'espace.
 - Rayonnent la lumière dans toutes les directions (radialement) - *Isotropique*. Ou de manière directionnelle - *Anisotropique*.
 - Caractérisées par leur *intensité*, leur *position* et une fonction d'*atténuation* ('falloff') avec la distance.
 - Si la source a un volume, elle devient une *source étendue*.
- **Sources directionnelles :**
 - Simulent une source lumineuse très éloignée (comme le soleil).
 - Éclairent la scène avec des rayons parallèles provenant d'une *direction* unique.
 - Caractérisées par leur *intensité* et leur *direction*. N'ont pas de position.
- **Sources projecteur (spot) :**
 - Simulent un projecteur ou une lampe torche.
 - Émettent la lumière depuis une *position* dans une *direction* spécifique, sous la forme d'un cône.
 - Caractérisées par leur *intensité*, *position*, *direction*, un angle d'ouverture du cône et un *facteur de concentration* (falloff angulaire).

Types de Sources Lumineuses

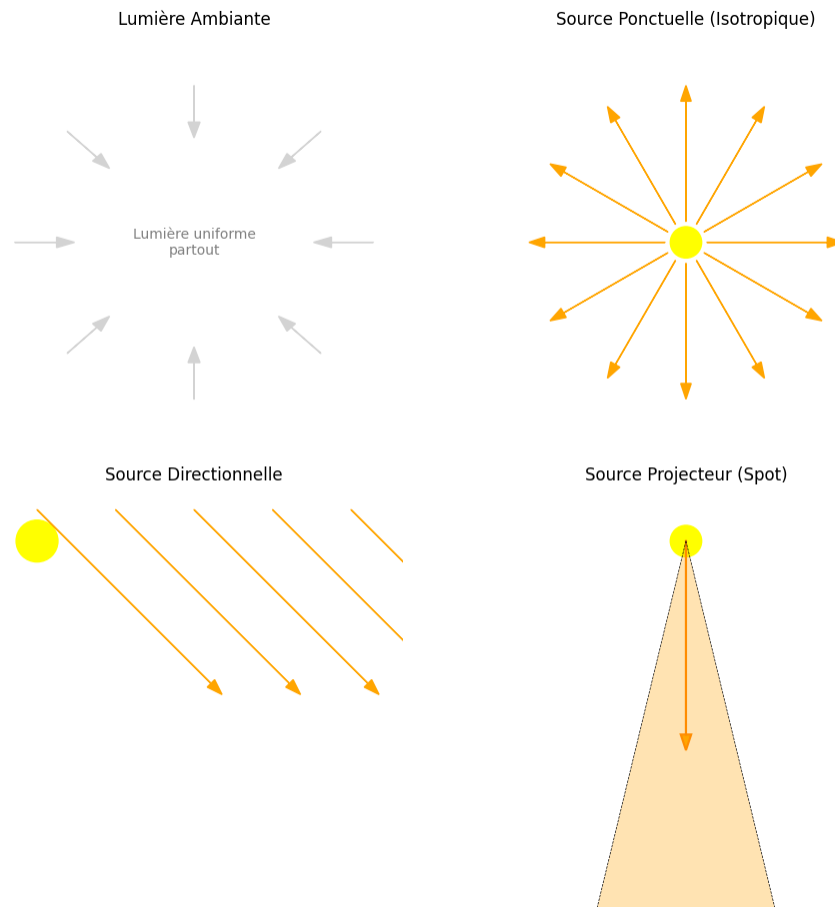


Figure 4: Illustration des différents types de sources lumineuses.

4 Modèles d'Éclairage

Plusieurs modèles existent pour calculer l'éclairage d'une surface. Les composantes principales sont :

- Lumière émise
- Lumière ambiante
- Réflexion diffuse
- Réflexion spéculaire
- Brillance (liée à la réflexion spéculaire)

4.1 Lumière Émise

Certains objets peuvent émettre leur propre lumière (ex: une lampe, un écran). Cependant, dans les modèles simples, on considère souvent que les objets ne sont pas intrinsèquement émetteurs de lumière. Ils n'éclairent donc pas activement les autres objets, mais peuvent posséder un niveau minimum d'éclairage propre (qui n'est pas dû aux sources externes). Ceci est rarement utilisé dans les modèles locaux de base.

4.2 Lumière Ambiante

- Correspond au modèle d'éclairage le plus simple.
- On considère une source lumineuse virtuelle présente partout, éclairant de manière égale dans toutes les directions.
- Simule la lumière indirecte réfléchie par l'environnement.
- L'intensité résultante sur un point P de la surface (I_p) est définie par :

$$I_p = p_a \cdot I_a$$

où :

- I_a est l'intensité (et couleur) de la lumière ambiante globale.
- p_a est le coefficient de réflexion ambiante du matériau de la surface (entre 0 et 1). Il détermine quelle fraction de la lumière ambiante est réfléchie par la surface.
- Cette intensité I_p est constante sur toute la surface de l'objet.

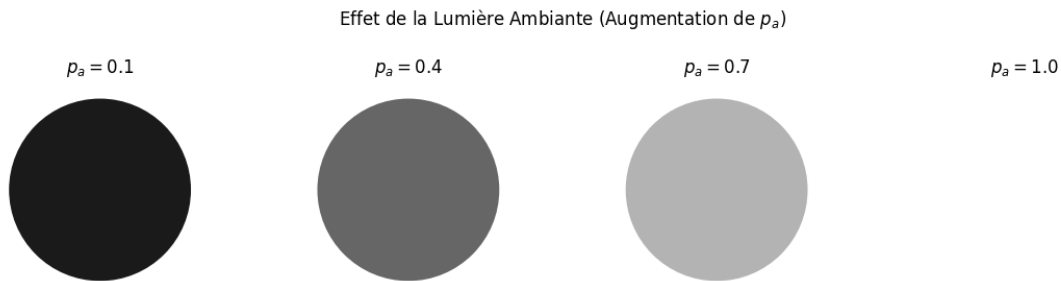


Figure 5: Illustration de l'effet de l'augmentation du coefficient de réflexion ambiante p_a . L'objet devient uniformément plus clair.

Propriétés :

- Ne permet pas de distinguer la forme 3D de l'objet (pas d'ombrage).
- Modélise très grossièrement l'interréflexion globale.
- Utile pour éviter que les parties non directement éclairées d'un objet ne soient complètement noires.

4.3 Réflexion Diffuse (Lambert)

Ce modèle décrit la réflexion de la lumière par des surfaces mates (non brillantes), dites Lambertiennes.

- Une surface Lambertienne réfléchit la lumière incidente de manière égale dans toutes les directions. L'aspect de la surface est donc indépendant de la position de l'observateur.
- L'intensité de la lumière réfléchie dépend de l'angle d'incidence de la lumière par rapport à la normale de la surface.
- **Principe physique :** L'énergie lumineuse incidente est répartie sur une surface plus ou moins grande selon l'angle d'incidence. Si les rayons sont perpendiculaires à la surface (angle faible), l'énergie est concentrée sur une petite zone, résultant en une intensité réfléchie plus forte. Si les rayons sont rasants (angle proche de 90°), l'énergie se répartit sur une plus grande surface, l'intensité réfléchie est plus faible.

- L'intensité diffuse réfléchie en un point P (I_p) est donnée par la loi de Lambert :

$$I_p = p_d \cdot I_l \cdot \cos(\theta)$$

où :

- p_d est le coefficient de réflexion diffuse du matériau (entre 0 et 1).
- I_l est l'intensité (et couleur) de la source lumineuse incidente.
- θ est l'angle entre le vecteur normal à la surface au point P (\vec{N}) et le vecteur direction de la lumière incidente (\vec{L}).
- $\cos(\theta)$ peut être calculé par le produit scalaire des vecteurs normalisés : $\cos(\theta) = \max(0, \vec{N} \cdot \vec{L})$. On utilise $\max(0, \dots)$ pour éviter une contribution négative si la lumière vient de derrière la surface.

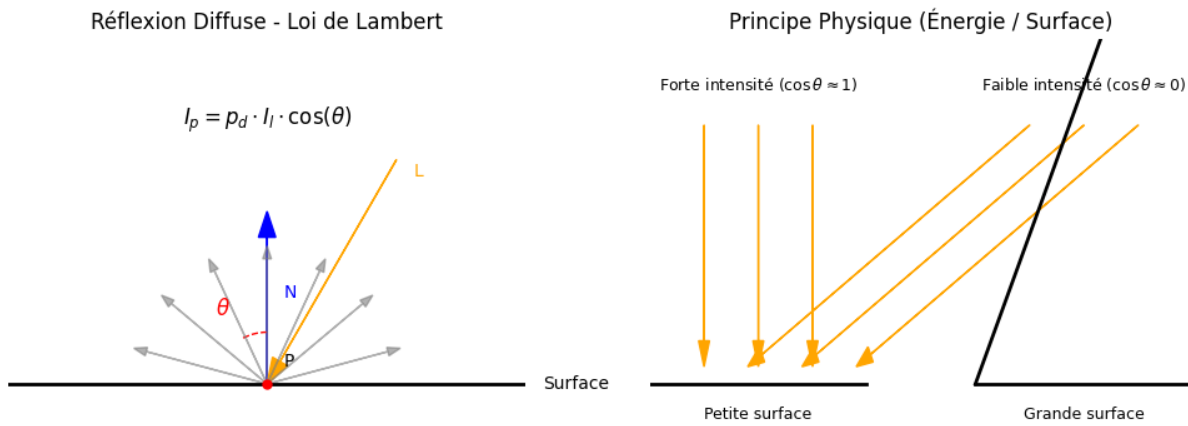


Figure 6: Gauche: Modèle de réflexion diffuse Lambertienne. Droite: Illustration du principe physique lié à la répartition de l'énergie.

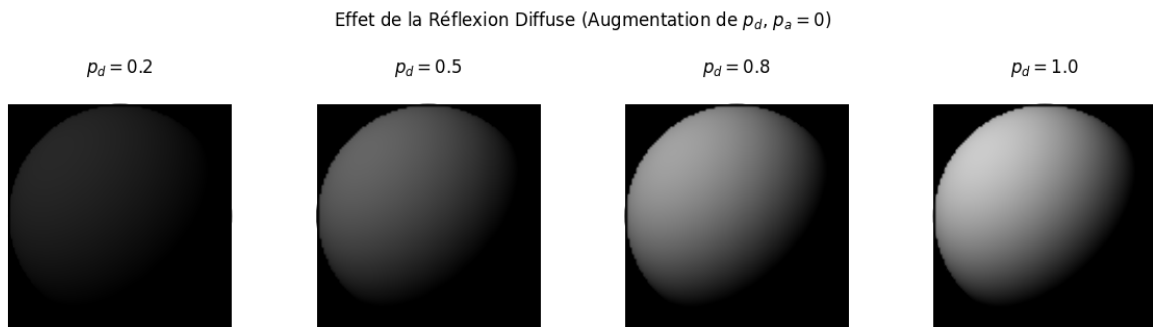


Figure 7: Illustration de l'effet de l'augmentation du coefficient de réflexion diffuse p_d (avec $p_a = 0$). La forme 3D devient visible grâce à l'ombrage.

4.4 Réflexion Spéculaire

Ce modèle décrit la réflexion de la lumière par des surfaces brillantes ou polies, comme un miroir ou du métal. **Modèle de Phong [1973]**

- La principale différence avec le modèle diffus est qu'il prend en compte la position de l'observateur.
- La lumière est réfléchiée de manière privilégiée dans une direction spécifique : la direction miroir par rapport à la normale de la surface.
- L'intensité spéculaire est maximale lorsque la direction de vue (\vec{V}) coïncide avec la direction de réflexion miroir (\vec{R}).
- La direction de réflexion \vec{R} est calculée par : $\vec{R} = 2(\vec{N} \cdot \vec{L})\vec{N} - \vec{L}$ (avec \vec{N} et \vec{L} normalisés).
- L'intensité spéculaire (I_s) diminue à mesure que l'angle θ' entre \vec{V} et \vec{R} augmente. Ceci est modélisé par :

$$I_s = p_s \cdot I_l \cdot (\cos(\theta'))^n$$

où :

- p_s est le coefficient de réflexion spéculaire du matériau (entre 0 et 1).
 - I_l est l'intensité de la source lumineuse incidente.
 - θ' est l'angle entre le vecteur de vue \vec{V} et le vecteur de réflexion \vec{R} .
 - $\cos(\theta')$ est calculé par $\max(0, \vec{V} \cdot \vec{R})$ (vecteurs normalisés).
 - n est l'exposant de **brillance** (shininess) ou de **rugosité**. Il contrôle la taille et l'intensité de la tache spéculaire :
- * Un n élevé (ex: 100) correspond à une surface très lisse (miroir), produisant une petite tache spéculaire intense.
 - * Un n faible (ex: 1 à 10) correspond à une surface plus rugueuse, produisant une tache spéculaire large et moins intense.

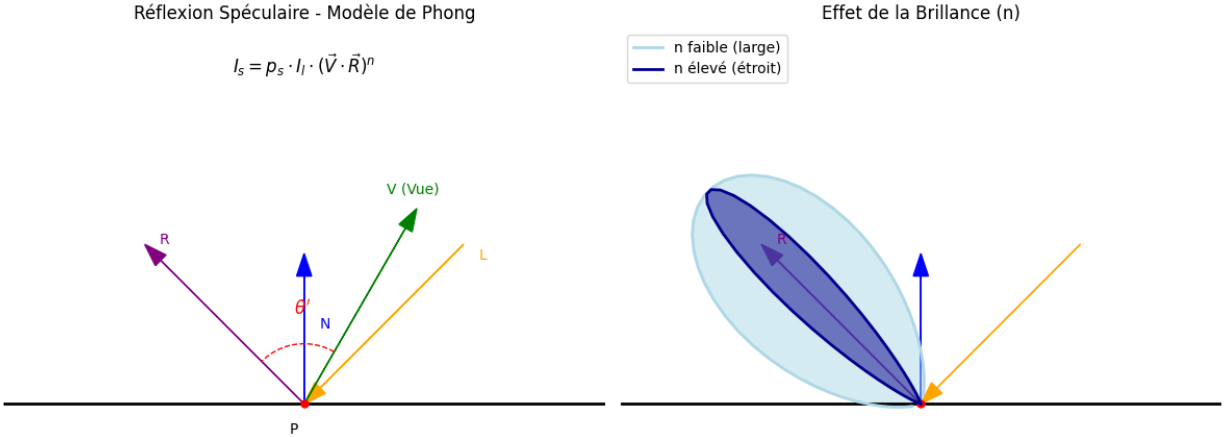


Figure 8: Gauche: Modèle de réflexion spéculaire de Phong. Droite: Influence de l'exposant de brillance n sur la distribution de la lumière réfléchiée.

Modèle Blinn-Phong [1977]

- Une optimisation du modèle de Phong, souvent plus rapide à calculer.
- Introduit le vecteur **demi-angle** (halfway vector) \vec{H} , qui est à mi-chemin entre le vecteur lumière \vec{L} et le vecteur vue \vec{V} .

$$\vec{H} = \frac{\vec{L} + \vec{V}}{\|\vec{L} + \vec{V}\|}$$

(Attention, \vec{L} et \vec{V} doivent pointer *depuis* le point P).

- L'idée est que la réflexion spéculaire est maximale lorsque la normale \vec{N} est alignée avec ce vecteur \vec{H} .
- L'intensité spéculaire est alors calculée par :

$$I_s = p_s \cdot I_l \cdot (\cos(\theta''))^n$$

où θ'' est l'angle entre la normale \vec{N} et le vecteur demi-angle \vec{H} .

- $\cos(\theta'') = \max(0, \vec{N} \cdot \vec{H})$.
- Visuellement, Blinn-Phong donne des résultats très similaires à Phong, bien que la forme de la tache spéculaire puisse légèrement différer.

Réflexion Spéculaire - Modèle Blinn-Phong

$$I_s = p_s \cdot I_l \cdot (\vec{N} \cdot \vec{H})^n$$

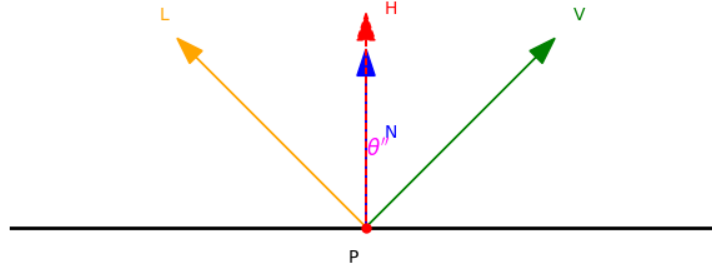


Figure 9: Modèle de réflexion spéculaire de Blinn-Phong utilisant le vecteur demi-angle H.

4.5 Modèle Complet

Pour obtenir un rendu plus réaliste, on combine généralement les composantes ambiante, diffuse et spéculaire :

$$I_{total} = I_{ambiante} + I_{diffuse} + I_{spéculaire}$$

En reprenant les formules précédentes :

$$I_{total}(P) = p_a I_a + p_d I_l (\vec{N} \cdot \vec{L}) + p_s I_l (\vec{V} \cdot \vec{R})^n \quad (\text{Modèle Phong})$$

ou

$$I_{total}(P) = p_a I_a + p_d I_l (\vec{N} \cdot \vec{L}) + p_s I_l (\vec{N} \cdot \vec{H})^n \quad (\text{Modèle Blinn-Phong})$$

(En s'assurant que les produits scalaires sont ≥ 0). On peut aussi introduire un facteur d'atténuation $F_a(d)$ qui dépend de la distance d à la source lumineuse, affectant les composantes diffuse et spéculaire (non détaillé ici).

Combinaison des Composantes Lumineuses (Phong)

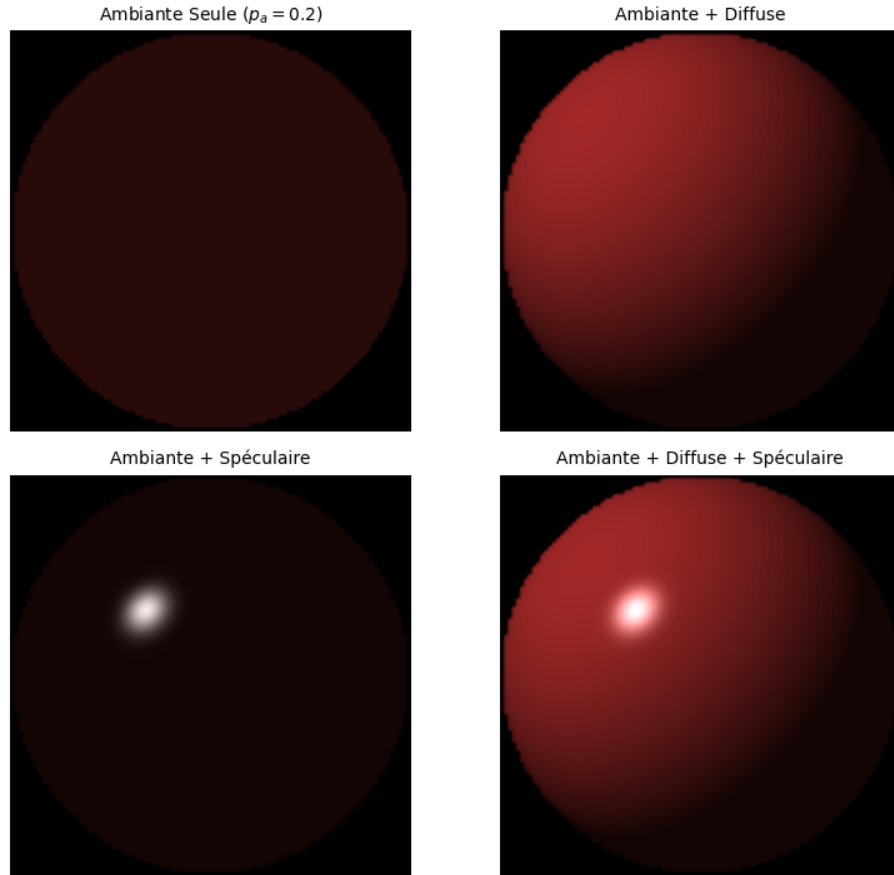


Figure 10: Visualisation des différentes composantes du modèle d'éclairage complet sur une sphère.

4.6 Autres Modèles et Effets

- **Modèle coloré** : L'intensité lumineuse et les coefficients de réflexion (p_a, p_d, p_s) sont définis pour chaque composante de couleur (Rouge, Vert, Bleu) séparément. Les calculs sont effectués indépendamment pour chaque canal de couleur.
- **Plusieurs sources lumineuses** : La contribution de chaque source lumineuse (pour les composantes diffuse et spéculaire) est calculée individuellement, puis sommée. La composante ambiante n'est ajoutée qu'une seule fois.
- **Transparence** : Permet de voir à travers les objets. Un paramètre de transparence t (souvent appelé alpha, α) est utilisé pour mélanger la couleur calculée de l'objet $I(P)$ avec la couleur de ce qui se trouve derrière $I(\text{derrière } P)$:

$$I_{final} = t \cdot I(P) + (1 - t) \cdot I(\text{derrière } P)$$

où $t = 1$ signifie opaque et $t = 0$ signifie complètement transparent.

- **Halo** : Effet de lumière diffuse autour d'une source ou d'un objet brillant. La couleur et l'intensité du halo peuvent dépendre de l'épaisseur traversée.

5 Modèles d’Ombrage

Une fois le modèle d’éclairage défini (comment calculer la couleur en un point P connaissant sa position, sa normale, les sources et le point de vue), il faut l’appliquer aux primitives géométriques (souvent des triangles) qui composent les objets. C’est le rôle des modèles d’ombrage. On distingue principalement deux familles :

- **Modèles Locaux** : La luminance (couleur) à la surface d’un objet est calculée en ne considérant que les paramètres de cet objet (matériau, normales) et les sources de lumière. L’objet est traité comme s’il était isolé dans la scène. Exemples : Ombrage plat, Gouraud, Phong.
- **Modèles Globaux** : La luminance est calculée en prenant en compte les interactions de l’objet avec *tous* les autres éléments de la scène (ombres portées par d’autres objets, lumière réfléchie par d’autres surfaces). Exemples : Ray Tracing, Radiosité. Ces modèles sont plus réalistes mais beaucoup plus coûteux en calcul.

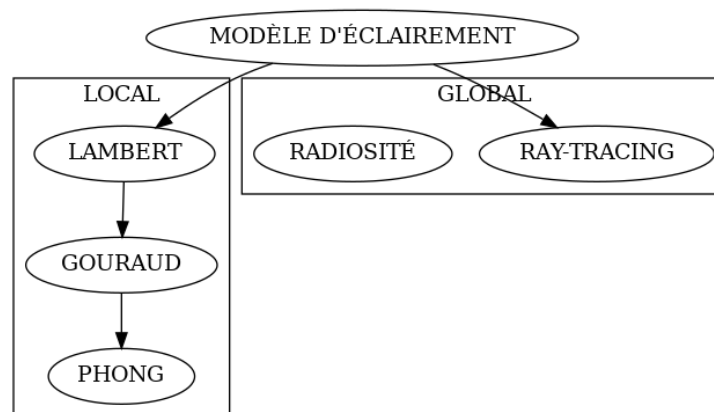


Figure 11: Classification simplifiée des modèles d’ombrage.

Cette section se concentre sur les modèles locaux.

5.1 Ombrage de Lambert (Plat)

- C’est la méthode d’ombrage la plus simple pour les objets définis par des facettes polygonales (généralement des triangles).
- Elle consiste à calculer **une seule** valeur d’illumination (en utilisant un modèle d’éclairage comme Lambert ou Phong) pour l’ensemble de la facette.
- Typiquement, le calcul est effectué au centre de la facette, en utilisant la normale géométrique de la facette elle-même.
- Toute la facette est ensuite affichée avec cette couleur unique et constante.
- **Avantages** : Très rapide à calculer.
- **Inconvénients** : Produit un aspect facetté très visible, avec des discontinuités abruptes de couleur entre les polygones adjacents. L’œil humain a tendance à exagérer ces discontinuités (effet de Mach Banding). Ne représente pas bien les surfaces courbes.

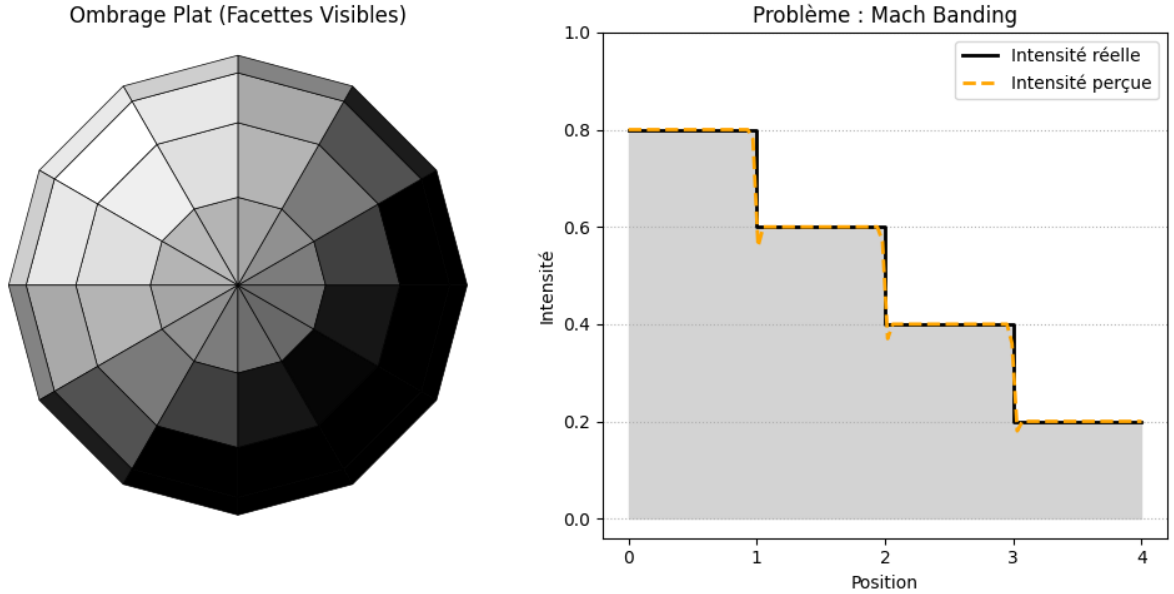


Figure 12: Gauche: Simulation de l’ombrage plat sur une sphère. Droite: Illustration de l’effet de Mach Banding aux transitions d’intensité.

La solution à ces problèmes est d’interpoler les valeurs d’ombrage sur les facettes.

5.2 Ombrage de Gouraud

- Développé par Henri Gouraud [1971].
- Élimine les discontinuités de l’ombrage plat en interpolant les *intensités lumineuses* (couleurs) calculées aux sommets de la facette.
- Étapes :
 - **Calculer la normale à chaque sommet** : Si les normales aux sommets ne sont pas fournies, elles peuvent être estimées en faisant la moyenne des normales géométriques des facettes qui partagent ce sommet. $\vec{N}_{\text{sommet}} = \text{normalize}(\sum \vec{N}_{\text{face_incidente}})$.
 - **Calculer l’intensité lumineuse à chaque sommet** : Utiliser le modèle d’éclairage choisi (ex: Phong complet) avec la normale du sommet pour calculer l’intensité I_{s1}, I_{s2}, I_{s3} à chaque sommet du triangle.
 - **Interpoler les intensités sur la facette** : Utiliser une interpolation bilinéaire pour déterminer l’intensité (couleur) de chaque pixel à l’intérieur du triangle à partir des intensités calculées aux sommets. Cela se fait souvent en deux passes : interpolation linéaire le long des arêtes, puis interpolation linéaire horizontalement entre les points interpolés sur les arêtes (technique scan-line).
 - * Interpolation sur l’arête s_1s_2 : $I_{\text{gauche}}(y) = I_{s1} \frac{y-y_2}{y_1-y_2} + I_{s2} \frac{y_1-y}{y_1-y_2}$
 - * Interpolation sur l’arête s_1s_3 : $I_{\text{droite}}(y) = I_{s1} \frac{y-y_3}{y_1-y_3} + I_{s3} \frac{y_1-y}{y_1-y_3}$ (adapté si l’arête est s_2s_3)
 - * Interpolation horizontale entre x_{gauche} et x_{droite} à la ligne de balayage y : $I(x, y) = I_{\text{gauche}}(y) \frac{x_{\text{droite}}(y) - x}{x_{\text{droite}}(y) - x_{\text{gauche}}(y)} + I_{\text{droite}}(y) \frac{x - x_{\text{gauche}}(y)}{x_{\text{droite}}(y) - x_{\text{gauche}}(y)}$
- **Avantages** : Beaucoup plus lisse que l’ombrage plat, supprime l’aspect facetté. Relativement efficace et facile à implémenter (s’intègre bien avec les algorithmes de remplissage de polygones comme scan-line et le Z-buffer).

- **Inconvénients** : L'interpolation linéaire des intensités n'est qu'une approximation. Peut produire des artefacts, notamment pour les reflets spéculaires (qui peuvent apparaître ou disparaître brusquement au milieu d'une facette au lieu d'être correctement localisés) ou des bandes sombres (Mach banding peut réapparaître sous une forme différente si la tessellation n'est pas assez fine).

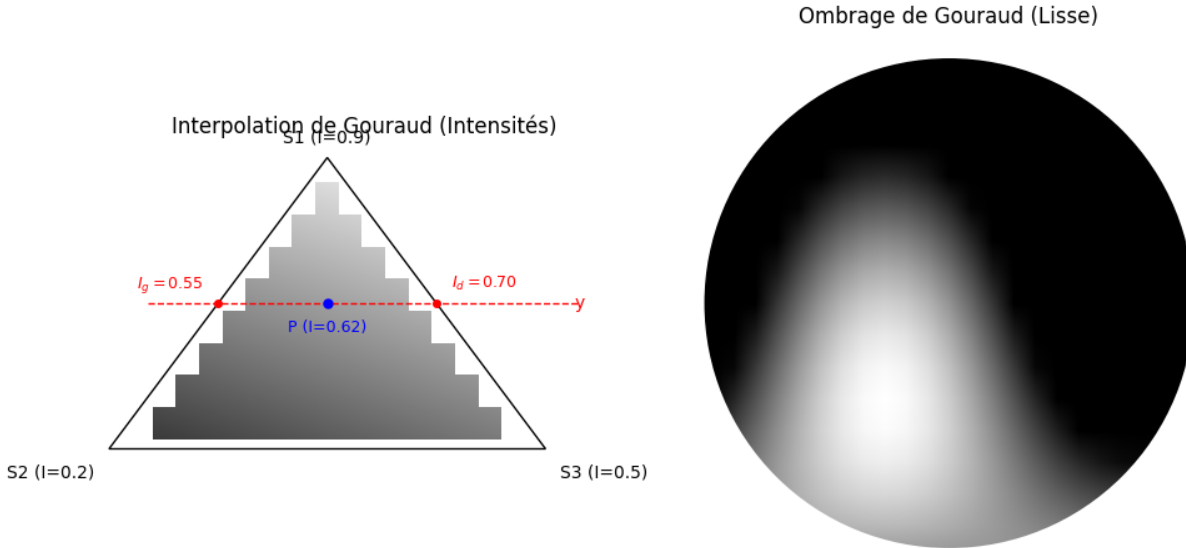


Figure 13: Gauche: Principe de l'interpolation bilinéaire des intensités dans l'ombrage de Gouraud. Droite: Simulation de l'ombrage de Gouraud sur une sphère.

5.3 Ombrage de Phong

- Développé par Bui Tuong Phong [1973] (différent du modèle d'éclairage spéculaire de Phong, bien que liés).
- Améliore l'ombrage de Gouraud en interpolant les *vecteurs normaux* plutôt que les intensités lumineuses.
- Étapes :
 - **Calculer ou obtenir la normale à chaque sommet** : Comme pour Gouraud.
 - **Interpoler les vecteurs normaux sur la facette** : Utiliser l'interpolation bilinéaire pour déterminer le vecteur normal $\vec{N}_{interpolé}$ pour chaque pixel à l'intérieur du triangle, à partir des normales aux sommets ($\vec{N}_{s1}, \vec{N}_{s2}, \vec{N}_{s3}$). Il faut normaliser le vecteur résultant après interpolation: $\vec{N}_{pixel} = \text{normalize}(\vec{N}_{interpolé})$.
 - $\vec{N}_{interpolé}(x, y) = \dots$ (formules similaires à Gouraud, mais sur les composantes x,y,z des normales)
 - **Calculer l'intensité lumineuse pour chaque pixel** : Utiliser le modèle d'éclairage complet (ex: Phong ou Blinn-Phong) avec la *normale interpolée* \vec{N}_{pixel} pour calculer l'intensité finale du pixel.
- **Avantages** : Produit des résultats de haute qualité, en particulier pour les reflets spéculaires qui sont maintenant calculés par pixel et apparaissent donc plus naturels et correctement localisés. Généralement meilleur que Gouraud même sans reflets spéculaires.

- **Inconvénients** : Nettement plus coûteux en calcul que Gouraud, car le modèle d'éclairage complet doit être évalué pour chaque pixel de chaque triangle, au lieu d'une seule fois par sommet.

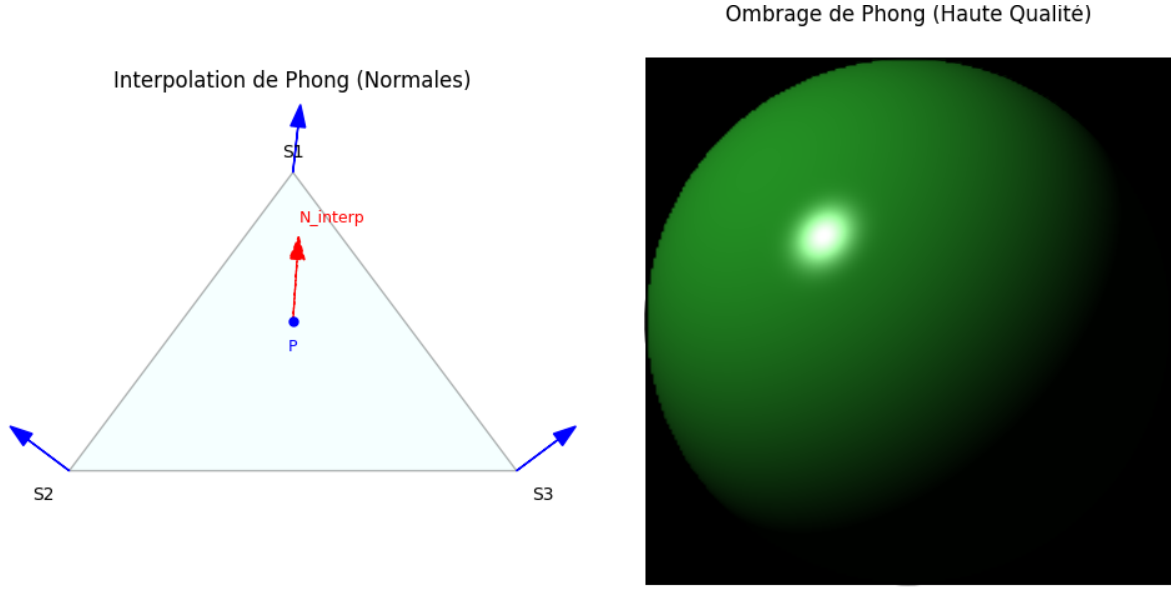


Figure 14: Gauche: Principe de l'interpolation des vecteurs normaux dans l'ombrage de Phong. Droite: Simulation de l'ombrage de Phong sur une sphère.

Comparaison Visuelle : L'ombrage de Phong produit généralement des résultats supérieurs à Gouraud, qui est lui-même supérieur à l'ombrage plat, au prix d'un coût de calcul croissant.

5.4 Combinaison avec Couleur et Sources Multiples

- **Couleur** : Pour gérer les couleurs, les calculs d'illumination (ambiante, diffuse, spéculaire) sont effectués indépendamment pour les composantes Rouge, Verte et Bleue (RGB). Les intensités lumineuses (I_a, I_l) et les coefficients de réflexion (p_a, p_d, p_s) sont alors des vecteurs à 3 composantes.

$$\begin{bmatrix} I_r \\ I_g \\ I_b \end{bmatrix}_{total} = \begin{bmatrix} p_{ar} \\ p_{ag} \\ p_{ab} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} I_{ar} \\ I_{ag} \\ I_{ab} \end{bmatrix} + (\vec{N} \cdot \vec{L}) \begin{bmatrix} p_{dr} \\ p_{dg} \\ p_{db} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} I_{lr} \\ I_{lg} \\ I_{lb} \end{bmatrix} + (\vec{N} \cdot \vec{H})^n \begin{bmatrix} p_{sr} \\ p_{sg} \\ p_{sb} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} I_{lr} \\ I_{lg} \\ I_{lb} \end{bmatrix}$$

où \odot représente la multiplication composante par composante.

- **Sources Multiples** : Pour gérer plusieurs sources lumineuses, on calcule la contribution diffuse et spéculaire de chaque source i et on les additionne. La composante ambiante n'est ajoutée qu'une seule fois.

$$I_{total} = I_{ambiante} + \sum_{i \in \text{lumières}} (I_{diffuse,i} + I_{spéculaire,i})$$

$$I_{total}(P) = p_a I_a + \sum_{i \in \text{lumières}} \left[p_d (\vec{N} \cdot \vec{L}_i) I_{l,i} + p_s (\vec{N} \cdot \vec{H}_i)^n I_{l,i} \right]$$

(En utilisant les vecteurs \vec{L}_i et \vec{H}_i spécifiques à chaque source i).

6 Interpolation Linéaire

L'interpolation est fondamentale en infographie, notamment pour les modèles d'ombrage de Gouraud et Phong, ainsi que pour le texturage. Elle permet de déterminer des valeurs (couleur, normale, coordonnées de texture) à l'intérieur d'une primitive (triangle) à partir des valeurs connues à ses sommets.

6.1 Interpolation Linéaire 1D

Le cas le plus simple est l'interpolation entre deux points x_i et x_j où l'on connaît les valeurs $f_i = f(x_i)$ et $f_j = f(x_j)$. On cherche la valeur $f(t)$ pour un point situé à une fraction t du segment $[x_i, x_j]$, où $t = \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \in [0, 1]$. La formule d'interpolation linéaire est :

$$f(t) = f_i + t(f_j - f_i) = (1 - t)f_i + tf_j$$

Cela peut être vu comme une combinaison linéaire de deux fonctions de base : $(1 - t)$ qui vaut 1 en x_i ($t=0$) et 0 en x_j ($t=1$), et t qui vaut 0 en x_i et 1 en x_j .

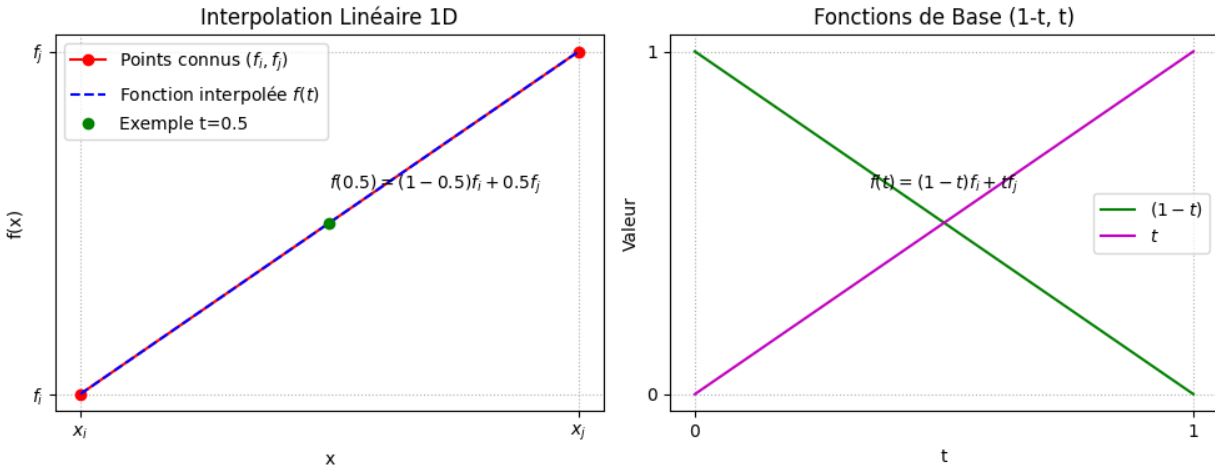


Figure 15: Interpolation linéaire 1D et ses fonctions de base.

6.2 Interpolation Linéaire 2D (Triangles)

Pour interpoler une valeur $f(p)$ en un point $p = (x, y)$ à l'intérieur d'un triangle défini par les sommets p_i, p_j, p_k où l'on connaît les valeurs f_i, f_j, f_k , on utilise généralement les **coordonnées barycentriques**. Un point p à l'intérieur du triangle peut s'écrire comme une combinaison convexe des sommets :

$$p = w_i p_i + w_j p_j + w_k p_k$$

où $w_i, w_j, w_k \geq 0$ et $w_i + w_j + w_k = 1$. Les poids w_i, w_j, w_k sont les coordonnées barycentriques de p . Ces coordonnées peuvent être interprétées comme des rapports d'aires :

$$w_i = \frac{\text{area}(p, p_j, p_k)}{\text{area}(p_i, p_j, p_k)}, \quad w_j = \frac{\text{area}(p, p_i, p_k)}{\text{area}(p_i, p_j, p_k)}, \quad w_k = \frac{\text{area}(p, p_i, p_j)}{\text{area}(p_i, p_j, p_k)}$$

Une fois les coordonnées barycentriques w_i, w_j, w_k connues pour le point p , la valeur interpolée $f(p)$ est simplement :

$$f(p) = w_i f_i + w_j f_j + w_k f_k$$

Coordonnées Barycentriques (w_i, w_j, w_k)

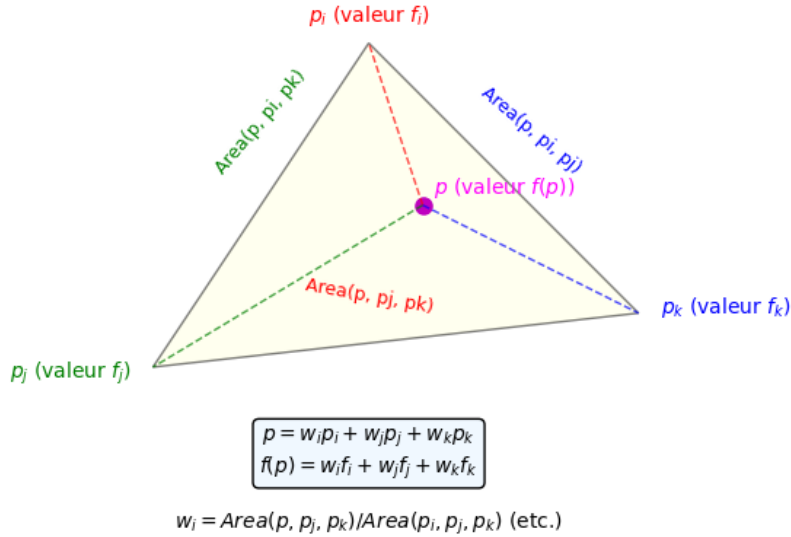


Figure 16: Interpolation 2D via les coordonnées barycentriques, liées aux rapports d'aires.

Ces coordonnées sont cruciales car elles permettent d'interpoler correctement n'importe quel attribut défini aux sommets (couleur, normale, coordonnées de texture, etc.) de manière cohérente sur tout le triangle. Elles sont calculées efficacement lors de l'étape de rasterisation (remplissage des pixels du triangle).

6.3 Interpolation en Projection Perspective

Un problème survient lorsque l'on projette un triangle 3D sur l'écran 2D en utilisant une projection perspective. L'interpolation linéaire directe des attributs dans l'espace écran 2D (en utilisant les coordonnées barycentriques calculées sur le triangle 2D projeté) n'est **pas correcte** pour la plupart des attributs (comme la couleur ou les coordonnées de texture), car la projection perspective n'est pas une transformation affine. Cela peut entraîner des distorsions visibles, par exemple dans les textures. **Correction Perspective** Pour interpoler correctement un attribut q (défini aux sommets du triangle 3D) en projection perspective, il faut utiliser une technique de correction. La méthode standard (Kok-Lim Low, 2002) est la suivante :

1. Pour chaque sommet v du triangle 3D, calculer sa coordonnée z (profondeur dans l'espace caméra) et calculer $Z_v = 1/z_v$ et $P_v = q_v/z_v$.
2. Projeter le triangle 3D sur l'écran 2D.
3. Pour un pixel p à l'intérieur du triangle 2D projeté, calculer ses coordonnées barycentriques w_i, w_j, w_k dans l'espace écran 2D.
4. Interpoler linéairement les valeurs Z_v et P_v en utilisant ces coordonnées barycentriques 2D :

$$Z_{interp} = w_i Z_i + w_j Z_j + w_k Z_k$$

$$P_{interp} = w_i P_i + w_j P_j + w_k P_k$$

5. La valeur finale de l'attribut q interpolée correctement en perspective pour le pixel p est :

$$q_{correct} = \frac{P_{interp}}{Z_{interp}}$$

Cette méthode assure que l'interpolation se comporte correctement même sous projection perspective. Elle est essentielle pour le mappage de texture et l'interpolation correcte des couleurs.