

דוגמה והסקה: θ ו- ϕ הם פרמטרים.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \log \pi(y|\theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \log \left(\frac{1}{\Gamma(r)} (1-p)^y p^r \right)$$

1. ביטוי ל- $\pi(y|\theta)$ של p ו- r ו- y ו- θ

$$\pi(y|\theta) = \frac{1}{\Gamma(r)} (1-p)^y p^r$$

$$\ln \pi(y|\theta) = y \log(1-p) + r \log p + \log \left(\frac{1}{\Gamma(r)} \right)$$

$$\theta = \log(1-p)$$

$$e^\theta = 1-p \Rightarrow p = 1-e^\theta \Rightarrow \log p = \log(1-e^\theta)$$

$$b(\theta) = -r \log(1-e^\theta)$$

$$\phi = 1$$

$$c(y, \phi) = \log \left(\frac{1}{\Gamma(r)} \right)$$

2. אם נשתמש בהצגה הזו, נראה כי θ הוא הפרמטר הקשור ל- p .

$$f(y) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-\beta y}$$

-4

$$\ln(f) = \alpha \ln \beta + (\alpha-1) \ln y - \beta y - \ln(\Gamma(\alpha))$$

$$\alpha \left(-\frac{\beta}{\alpha} y + \ln \beta \right) + c(y) \quad c(y) = (\alpha-1) \ln(y)$$

$$-\alpha \left(\frac{\beta}{\alpha} y - \ln \beta \right) + c(y) \rightarrow \Theta = \frac{\beta}{\alpha}, \phi = -\frac{1}{\alpha}$$

$$h(0) = -\ln(\beta)$$