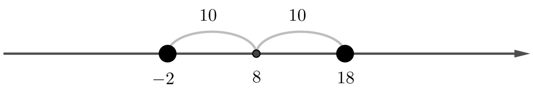
Wartość bezwzględna i układy równań z parametrem

Zadanie 1. Rozwiąż następujące równania i nierówności:

(a) $|x - 8| = 10$

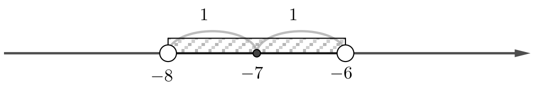
Odległość x od 8 ma być równa 10.



$x \in \{-2, 18\}$

(b) $|x + 7| < 1$

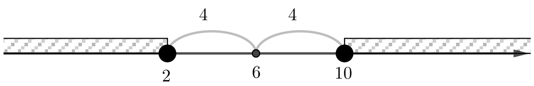
Odległość x od -7 ma być mniejsza od 1.



$x \in (-8, -6)$

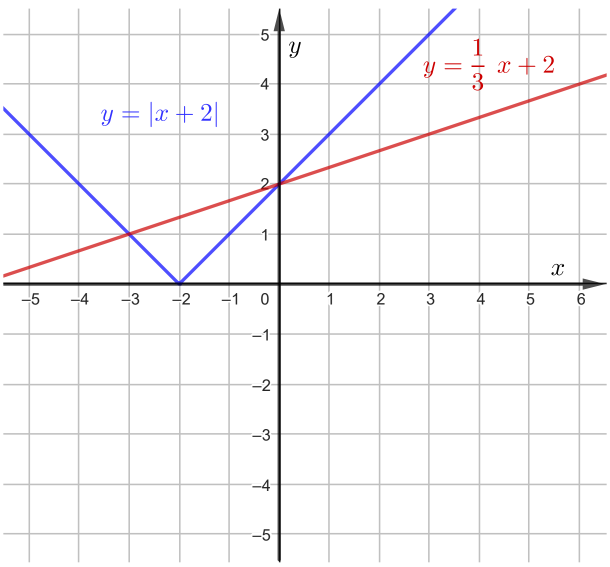
(c) $|x - 6| \geq 4$

Odległość x od 6 ma być większa lub równa 4.



$x \in (-\infty, 2] \cup [10, \infty)$

Zadanie 2. Rozwiąż graficznie następujące nierówność $|x + 2| \leq \frac{1}{3}x + 2$.



$\boldsymbol{x \in [-3, 0]}$

Wartość bezwzględna i układy równań z parametrem

Zadanie 3. Rozwiąż nierówność (20p) $2|x+2|-|x-3| \geq -1$

$x \in (-\infty,-2)$	$x \in [-2,3)$	$x \in [3,\infty)$
$2(-x-2)-(-x+3) \geq -1$	$2(x+2)-(-x+3) \geq -1$	$2(x+2)-(x-3) \geq -1$
$-x \geq 6$	$3x \geq -2$	$x \geq -8$
$x \leq -6$	$x \geq -\frac{2}{3}$	$x \geq -8$
$x \in (-\infty,-6] \cap (-\infty,-2)$	$x \in \left[-\frac{2}{3},\infty\right) \cap [-2,3)$	$x \in [-8,\infty) \cap [3,\infty)$
$x \in (-\infty,-6]$	$x \in \left[-\frac{2}{3},3\right)$	$[3,\infty)$

W sumie $x \in (-\infty,-6] \cup \left[-\frac{2}{3},3\right) \cup [3,\infty)$ czyli $x \in (-\infty,-6] \cup \left[-\frac{2}{3},\infty\right)$.

Odpowiedź: $x \in (-\infty,-6] \cup \left[-\frac{2}{3},\infty\right)$.

Zadanie 4. Dany jest układ równań

$$\begin{cases} 2x+3y=9-m \\ 4x-y=5m-17 \end{cases}$$

z niewiadomymi x i y oraz parametrem m.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których rozwiązanie układu jest para liczb *dodatnich*.

$$W=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}=-14$$

Układ jest oznaczony.

$$W_x=\begin{vmatrix} 9-\mathrm{m} & 3 \\ 5\mathrm{m}-17 & -1 \end{vmatrix}=-9+\mathrm{m}-15\mathrm{m}+51=-14m+42=-14(\mathrm{m}-3)$$

$$W_y=\begin{vmatrix} 2 & 9-\mathrm{m} \\ 4 & 5\mathrm{m}-17 \end{vmatrix}=10m-34-36+4m=14m-70=-14(5-\mathrm{m})$$

$x=\mathrm{m}-3 \qquad y=5-\mathrm{m}$

$x>0 \land y>0 \Leftrightarrow (m-3>0) \lor (5-m>0) \Leftrightarrow (m>3) \lor (m<5) \Leftrightarrow m \in (3,5)$

Odpowiedź: $m \in (3,5)$