23.02.2015

3) Sayı Sistemlerinde Hesaplama

Binary Sayı Sistemi Toplama

0+0=0

1+0=1

0+1=1

1+1=0 (Elde 1)

$$\begin{array}{r} 10 \\ +01 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ +010 \\ \hline 111 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ +111 \\ \hline 1100 \end{array}$$

Binary Sayı Sistemi Çıkarma

0-0=0

1-0=1

1-1=0

0-1=1 (Borç 1)

$$\begin{array}{r} 10110 \\ -1101 \\ \hline 01001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101110 \\ -10011 \\ \hline 11011 \end{array}$$

Çıkarma işlemi sonucunun sıfırdan küçük olması durumunda doğrudan çıkarma yöntemi kullanılmaz.

Tümleyen Aritmetiği ; Sayısal bilgisayarlarda çıkarma işlemini gerçekleştirmek amacıyla kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Tümleyen aritmetiğini anlamanın en pratik yolu taşıtlarda kullanılan km sayacını göz önünde bulundurmaktır. Onlu sayı sisteminde çalışan km sayaçları genelde beş basamaklıdır. 00000 başlangıç değerinden ileri doğru gidildiğinde 00001 şeklinde artarken geriye doğru gidildiğinde sayacın değeri 99999 şeklinde azalır. 00001 ve 99999 değeri birbirinin tümleyenidir. r tabanlı bir sayı sisteminde

Dilman

r tümleyen ve r-1 tümleyen olmak üzere iki çeşittir.

1) r tümleyen aritmetiği:

r tabanlı bir sayı sisteminde n basamaklı pozitif bir tam sayı N ile temsil edilirse N sayısının r tümleyeni $r^n - N$ olarak bulunur.

$(52520)_{10} \longrightarrow r^n - N = 10^5 - 52520 = 47480$

$(0,3267)_{10} \rightarrow 10^0 - 0,3267 = 0,6733$

$(101100)_2 \xrightarrow{1'e} 2^6 - (101100)_2 = (1000000 - 101100)_2 = (010100)_2$

2) r-1 tümleyen aritmetiği:

$r^n - N - 1$ şeklinde bulunur.

$(52520)_{10} \xrightarrow{9'a} 10^5 - 52520 - 1 = 47479$

n basamaklı tam sayı ve n basamaklı kesirli kısmı bulunan bir sayının r-1 tümleyeni $r^n - r^{-m} - N$ şeklinde bulunur.

$(0,3267)_{10} \xrightarrow{9'a} 10^0 - 10^{-4} - 0,3267 = 0,6732$

$(101100)_2 \xrightarrow{1'e} 2^6 - (101100 - 1)_2 = (010011)_2$

r tümleyen kullanılarak çıkarma:

Elektronik elemanlarla çıkarma söz konusu olduğunda daha etkin olan yöntem sayıların tümleyenini alarak toplama işlemi yapmaktır. Bu yöntemle r tabanındaki iki pozitif sayının M-N işlemi aşağıdaki gibi özetlenir.

1) Çıkarılan sayıya çıkan sayının r'ye tümleyeni eklenir.

2) Toplam sonucu incelenir.

a) En soldaki basamakların toplanması sonucunda elde değeri düşürse bu değer atılır. Bulunan sonucun pozitif olduğu kabul edilir.

b) Eğer elde değer oluşmamışsa toplama sonucunda elde edilen değerin r tümleyeni alınır ve bulunan değerin önüne (-) işareti konur.

→ $7253 - 3250 = ?$

$3250 \xrightarrow{10'a\ tüm} 10000 - 3250 = 6750$

$$\begin{array}{r} 7253 \\ +\ 6750 \\ \hline \boxed{1}\underbrace{4003}_{sonuç} \end{array}$$

at

→ $3250 - 7253 = ?$

$7253 \xrightarrow{10'a\ tüm} 10000 - 7253 = 2747$

$$\begin{array}{r} 3250 \\ +\ 2747 \\ \hline 5997 \end{array} \xrightarrow{10'a\ tüm} 10000 - 5997 = -4003$$

→ $(11001 - 10101)_2 = ?$

$$\begin{array}{rr} & 10101 \\ 1'e \rightarrow & 01010 \\ & +\ \ \ \ 1 \\ \hline 2'ye \rightarrow & 01011 \end{array}$$

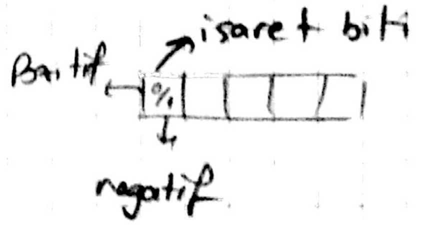
$1010 \xrightarrow{2'ye\ tüm} 01011$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ +\ 01011 \\ \hline \cancel{1}\underbrace{00100}_{sonuç} \end{array}$$

→ $(10101 - 11001)_2 = ?$

$11001 \xrightarrow{2'ye} 00111$

$$\begin{array}{r} 10101 \\ +\ 00111 \\ \hline 11100 \end{array} \xrightarrow{2'ye\ tüm} -00100$$



r-1 tümleyen aritmatiği

r tabanında iki pozitif sayının M-N işlemi r-1 aritmatiğine göre aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

1) M sayısı ile N sayısının r-1 tümleyeni ile toplanır.

2) Toplama sonucu kontrol edilir.

a) Eğer taşma biti oluşursa bulunan değere 1 değeri eklenir taşma biti atılır.

b) Eğer taşma biti oluşmamış ise toplama sonucunda elde edilen sayının r-1 tümleyeni alınır ve önüne (-) işareti koyulur.

$\rightarrow (11001 - \underbrace{10101}_{\text{1'e tüm}})_2$

01010

```
  11001
+ 01010
-------
 100011
+     1
-------
  00100
```

$(10101 - \underbrace{11001}_{\text{1'e tüm}})_2$

00110

```
  10101
+ 00110
-------
  11011  --1'e tüm-->  -00100
```

ikili sayılarda çarpma

$0 \times 0 = 0$

$0 \times 1 = 0$

$1 \times 0 = 0$

$1 \times 1 = 1$

```
     1011
  x   101
  -------
     1011
    0000
 + 1011
 --------
   110111
```

İkili Sayılarda Bölme

```
10110 |100
100   |101,1
-----
00110
-100
-----
00100
  100
-----
   00
```

4) Kodlama

Kodlama, bilginin veya verinin sayısal olarak gösterilmesi için kullanılan yöntemdir. Sayısal olarak gösterilmesi gereken bilgi önce kodlanarak sayısal olarak sembolize edilir. Sayısal sistem ile insanın diyalog kurabilmesi için kodlamadan yararlanılır. Sayısal sistemler 0 ve 1 den oluşan ikili sayılarla işlem yapmakta ancak insan 10 tabanındaki sayıları mantıklı bulup bu sayılarla çalışmaktadır. Bu iki sistemin bir arada çalışabilmesi için sürekli bir kod dönüşümünün yapılması gerekmektedir. Değişik kodlama çeşitleri; verinin saklanması, verinin haberleşmesi ya da verinin hata tespiti için kullanılmaktadır. Buna göre kodlama sonlu elemanlı bir kümenin herbir elemanına birer kod verilmesi olarak ifade edilir. örneğin 29 harf 0 ile 28 arasında birer sayı karşılığı alanarak kodlama tablosu elde edilebilir.

4.1) Sayısal kodlar:

- BCD
- +3 kodu
- Gray
- Aiken
- 5'te 2 kodu
- Barkod

→ BCD (Binary Coded Decimal Code)

0 → 0000
1 → 0001
2 → 0010
↓ → 0011
9 → 1001

$$(263)_{10} = (?)_{BCD}$$
$$= (\underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{0110}_{6}\ \underbrace{0011}_{3})_{BCD}$$

$$(\underbrace{1001}_{9}\underbrace{0011}_{3}\underbrace{0110}_{6})_{BCD} = (936)_{10}$$

4 işlem yapılabilir.

→ Gray Kodu

Gray kodlanmış sayılarda basamak değeri olmadığından bu kodlama yönteminin aritmatik işlemlerin olduğu yerlerde kullanılması mümkün değildir. Ancak sütun esasına göre çalışan cihazlardaki hatayı azalttığından giriş-çıkış birimlerinde ve analog-dijital çeviricilerde tercih edilir.

İkili sayıların grey koduna çevrilmesi: İkili sistemdeki bir sayıyı grey kodlu sayı biçimine dönüştürmek için en yüksek basamak değerine sahip bitin solunda 0 olduğu kabul edilip her bit solundaki bit ile toplanarak yazılır. Bu işleme en düşük değerlikli bite kadar devam edilir.

0) 1 0 1 1 1 0 1 0 1

(1 1 1 0 0 1 1 1 1) gray

Gray kodlu bir sayının ikili sayıya çevrilmesi: Gray kodlu sayının en soldaki bit aşağıya indirilir ve indirilen sayı ile bir sonraki basamakta bulunan sayı eldesiz toplanarak yazılır. Bu işleme en düşük değerlikli bite kadar devam edilir.

1 1 1 0 0 1 1 1 1

1 0 1 1 1 0 1 0 1

→ 8421 kodu

0 → 0000

|

9 → 1001

→ 5'te 2 kodu

0 → 11000

1 → 00011

|

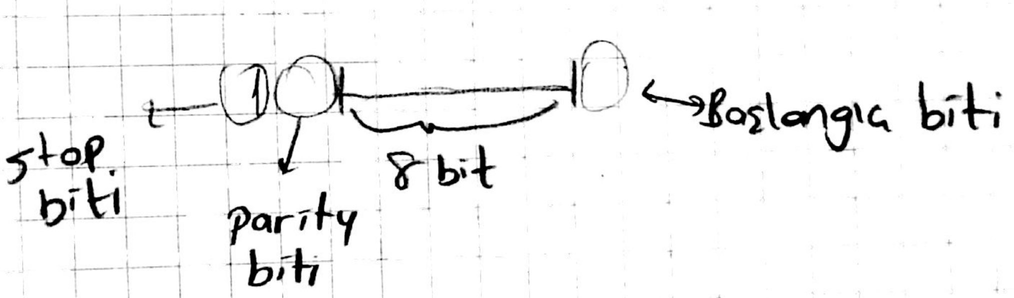
9 → 10100

→ Eşitlik (Parity) Kodu

İkili sayı sisteminde ifade edilen bilginin bir yerden başka bir yere taşınması sırasında değişik nedenlerden dolayı gürültü oluşması ve oluşan gürültünün iletilen bilgiyi bozması zaman zaman karşılaşılan durumdur. Bu şekilde oluşan hataları tespit etmek ve mümkünse düzeltmek sayısal sistemlerin özelliklerindendir. Hataları tespit etmekte en yaygın en kolay yöntem eşitlik biti kodlama yöntemidir.

- Çift eşitlik
- Tek eşitlik

} Yöntemleri



Çift parity → $\boxed{1}$ 1 0 0 0 0 1 1) (1 leri çiftle tamamla)

Tek parity → $\boxed{1}$ 1 0 0 0 0 0 0 1) (1 leri tek yap)