

Logik ifadelerin Cebirsel Gösterimi

Carpimların toplamı ($\sum \Pi$) şeklindeki cebirsel gösterim doğruluk tablosunda birinci kanonik açılımla geçilir. Toplamların çarpımı ($\Pi \Sigma$) şeklindeki cebirsel gösterim doğruluk tablosundan ikinci kanonik açılım ile geçilir.

1. Kanonik açılım: (Carpimların toplamı ($\sum \Pi$)) şeklindeki gösterim fonksiyonun doğru noktalarına ilişkin çarpımların toplamından oluşur. Bu çarpımlara minterm denir. Bir minterm de fonksiyonun tüm giriş değişkenleri bulunur. ve her minterm sadece bir doğru kombinasyona karşılıktır.

A	B	C	F	F'	Doğru değer üreten kombinasyonların			
0	0	0	0	1	$F = [001] [011] [101] [110]$			
0	0	1	1	0				
0	1	0	0	1	[111]			
0	1	1	1	0	minterm			
1	0	0	0	1	toplam	$F = A'B'C + A'BC + AB'C + ABC' + ABC$		
1	0	1	1	0				
1	1	0	1	0		$F' = A'B'C' + A'BC' + AB'C'$		
1	1	1	1	0				

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

F'nin kanonik açılımı

$$F(A, B, C) = \sum_m (1, 3, 5, 6, 7)$$

$$= m_1 + m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$F(A, B, C) = \sum_i (1, 3, 5, 6, 7)$$

Fonksiyon bu noktalarda 1'dir.

$$\begin{aligned}
 F &= A'B'C + A'B'C + AB'C + ABC + ABC' \\
 &= C(A'B' + A'B + AB' + AB) + ABC' \\
 &= \underbrace{(A' + A)}_1 \underbrace{(B' + B)}_1 + ABC' \\
 &= C + ABC' = AB + C
 \end{aligned}$$

2. Kanonik Çarılım Toplamların çarpımı ($\prod M$) şeklinde gösterim yanlış noktalarına ilişkin maxtermlerin çarpımından oluşur. Maxtermler tüm değişkenleri içeren toplamlardır. Maxtermler oluşturulurken giriş kombinasyonunda 0 değerine karşı düşen değişkenlerin kendisi 1 değerle karşılık düşen değerlerin karşıtı alınır. (minterm oluşturmanın tersidir.)

A	B	C	F	Yanlış. değer üreten Kombinasyonlar
0	0	0	0	$A+B+C M_0$
0	0	1	1	$A+B+C' M_1$
0	1	0	0	$A+B'+C M_2$
0	1	1	1	$A+B'+C' M_3$
1	0	0	0	$A'+B+C M_4$
1	0	1	1	$A'+B+C' M_5$
1	1	0	1	$A'+B'+C M_6$
1	1	1	1	$A'+B'+C' M_7$

F 'nin kanonik çarılımı

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= \prod M(0, 2, 4) \\
 &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \\
 &= (A+B+C)(A+B'+C)(A'+B+C) \\
 F &= \prod_{A, B, C} (0, 2, 4)
 \end{aligned}$$

8c)

A	B	C	F ₁	F ₂	
0	0	0	0	0	m ₀
0	0	1	1	0	m ₁
0	1	0	0	0	m ₂
0	1	1	0	1	m ₃
1	0	0	1	0	m ₄
1	0	1	0	1	m ₅
1	1	0	0	1	m ₆
1	1	1	1	1	m ₇

$$f_1 = \sum_m (1, 4, 2)$$

$$f_1 = M_1, M_4, M_2$$

$$f_1 = A'B'C + AB'C' + ABC$$

$$f_2 = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$= A'B'C + A + B'C + ABC + ABC$$

$$f_1 = \prod_m (0, 2, 3, 5, 6)$$

$$= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6$$

$$= (A+B+C)(A+B'+C)(A+B+C')(A'+B+C) \\ (A'+B'+C)$$

$$f_2 = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4$$

8c)

$f = A + B'C$ ifadesini mintermelerin toplamı şeklinde ifade ediniz.

$$A = A(B+B')$$

$$B'C(A'+A)$$

$$f = A(B+B') + B'C(A+A')$$

$$= AB + AB' + B'CA + B'CA'$$

$$= AB(C'+C) + AB'(C'+C) + B'CA + B'C'A'$$

$$= ABC' + ABC + AB'C' + AB'C + B'CA + B'C'A'$$

ÖR $F = (A' + B)(A + C)(B + C)$ fonksiyonu makstermlerim
şeklinde çarpımı yazınız.

$$A' + B = A' + B + C \cdot C' = (A' + B + C)(A' + B + C')$$

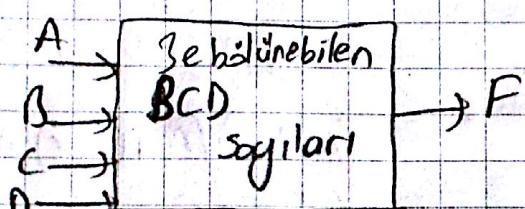
$$A + C = A + C + B \cdot B' = (A + B + C)(A + B' + C)$$

$$B + C = A \cdot A' + B + C = (A + B + C)(A' + B + C)$$

$$F = (A + B + C)(A' + B + C')(A + B' + C)(A' + B + C)$$

$$F = M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_5$$

ÖR



bölünebilirler 1

bölünmeyenler 0

4 deðiskten 16 kombinasyon

A	B	C	D	F	
1	0	0	0	0	m_0
2	0	0	0	0	m_1
3	0	0	1	0	m_2
4	0	0	1	1	m_3
5	0	1	0	0	m_4
6	0	1	0	1	m_5
7	0	1	1	0	m_6
8	0	1	1	1	m_7
9	1	0	0	0	m_8
10	1	0	0	1	m_9
11	0	1	0	X	sonrası BCD olmaz
12	0	1	1	X	
13	1	0	0	X	
14	1	0	1	X	
15	1	1	0	X	

$$F(A, B, C, D) = \sum_1 (3, 6, 9) + \sum_0 (0, 1, 2, 4, 5, 7, 8) \quad) \text{ yada}$$

$$F(A, B, C, D) = \sum_1 (3, 6, 9) + \sum_0 (10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad) \text{ yada}$$

$$F(A, B, C, D) = \sum_0 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8) + \sum_0 (10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad) \text{ yada}$$

Konik Açımların Dönüşürlmesi

$$1) F(A, B, C) = \sum_m (1, 3, 5, 6, 7) = \prod_M (0, 2, 4)$$

$$2) F(A, B, C) = \prod_M (0, 2, 4) = \sum_m (1, 3, 5, 6, 7)$$

$$3) F(A, B, C) = \sum_m (1, 3, 5, 6, 7) \rightarrow F'(A, B, C) = \sum_m (0, 2, 4)$$

$$4) F(A, B, C) = \prod_M (0, 2, 4) \rightarrow F'(A, B, C) = \prod_M (1, 3, 5, 6, 7)$$

$$\star F' = A'B'C' + A'BC' + AB'C' \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ De Morgan uygulandı}$$

$$(F')' = (A'B'C' + A'BC' + AB'C')'$$

$$F = (A+B+C)(A+B'+C)(A'+B+C) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ 2. Konik açım maxterm}$$

$$\star (F')' = ((A+B+C)(A+B'+C')(A'+B+C)(A'+B'+C)(A'+B'+C'))$$

De Morgan

$$F = A'B'C + A'BC + AB'C + ABC' + ABC$$



minterm (1. konik açım)

Boolean Kurallarını Kullanarak Logik eşitliklerin Sadelestirilmesi

ÖR $(A+B)(A+C) = A+BC$ ifadesinin doğruluğunu ispatlayın.

$$\Rightarrow AA + AC + AB + BC$$

$$\Rightarrow A + AC + AB + BC$$

$$A(\underbrace{1+C+B}_{1}) + BC = A+BC$$

ÖR $\frac{A+A'B = A+B}{A+A'B = (\overline{A}(A'+B')) = \overline{A'(A+B)} = \overline{\overline{A'A} + \overline{A'B}} = }$

$$\Rightarrow A+B$$

ÖR'

$$F = A'B'C' + A'B'C + ABC' + AB'C'$$

$$A'B'(\underbrace{C'+C}_{1}) + AC'(\underbrace{B+B'}_{1}) = A'B' + AC'$$

ÖR'

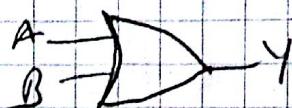
$$F = xy' + x'y'z$$

$$F = xy'(z+z') + x'y'z$$

$$F = xy'z + xy'z' + x'y'z$$

LOGİK KAPILAR

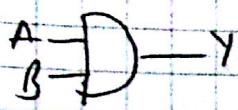
1.) OR Kapisi (Veya)



\downarrow Veya
 $Y = A+B$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

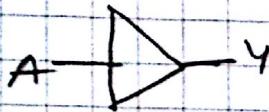
2 AND Kapisi



$$Y = A \cdot B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3 NOT Kapisi



$$Y = A'$$

A	Y
0	1
1	0

4 NOR Kapisi



$$Y = (A+B)'$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

5 Ex-OR (Exclusive OR) (özel veya) Kapisi

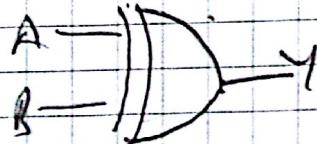


$$Y = A'B + AB'$$

$$Y = A \oplus B$$

A	B	A'	B'	A'B	B'A	Y
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0

6 Ex-NOR (özel veya değil) Kapisi

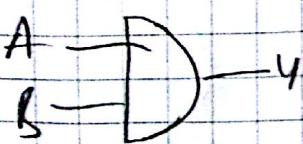


$$Y = AB + A'B'$$

$$Y = A \ominus B$$

A	B	A'	B'	A'B	B'A	Y
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1

7 NAND Kapisi (NOT AND) (Ve Değil)



$$Y = (AB)'$$

A	B	A · B	Y
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0