

BSM 420 – BİLGİSAYAR SİSTEMLERİNİN PERFORMANS DEĞERLENDİRMESİ

İstatistik

Prof.Dr. Ahmet ZENGİN

Konu Özeti

- İstatistik Nedir?
- Neden İstatistik?
- İnsanlar istatistiği ne zamandır kullanıyorlar?
- Temel Kavramlar
- İstatistiksel Verileri Tasnif Etme
- Korelasyon
- Grafik Analizi

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangisi Başarılı?

Üniversite	Oran(%)
A	75
B	85
C	74
D	100

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangisi Başarılı?

Üniversite	Sınava giren	Kazanan	Oran(%)
A	60	45	75
B	55	47	85
C	62	46	74
D	2	2	100

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangisi Başarılı?

Lise	Üniversiteye giren öğrenci sayısı
A	120
B	90
C	62

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangisi Başarılı?

Lise	Üniversiteye giren öğrenci sayısı	Sınava giren öğrenci sayısı	Oran(%)
B	90	210	42
C	62	260	24
A	120	630	19

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangi firmanın otobüsleri daha çok kaza yapıyor?

Firma	Kaza / yıl
A	20
B	7

Herkes biraz istatistik bilmeli!

Hangi firmanın otobüsleri daha çok kaza yapıyor?

Firma	Yolcu / gün	Kaza / yıl	Oran(%)
A	500	20	4.0
B	120	7	5.8

İstatistik Nedir?

İstatistik Nedir?

- İstatistik, belirli amaçlar için veri toplama, toplanan verileri tasnif etme, çözümleme ve yorumlama bilimidir.
- İstatistik sayısal verileri değerlendiren bir bilim dalıdır

Neden istatistiğe ihtiyaç duyarız?

445 446 397 226
388 3445 188 1002
47762 432 54 12
98 345 2245 8839
77492 472 565 999
1 34 882 545 4022
827 572 597 364



Amaç:

Verileri anlamlı bilgiler
halinde bütünleştirmek

$$\bar{x} = \dots$$

Neden istatistik?

İstatistik,

- Ne kadar?
- Ne zaman?
- Nerede?
- Nasıl?
- Kaç tane?
- Hangi oranda?

sorularına yanıt arar

Neden istatistiğe ihtiyaç duyarız?

“İmkansız şeyler genellikle olmaz”

- Sam Treiman, Princeton University

- *İstatistik* «genellikle» niceliğini belirlememize yardımcı olur.
- «Nicelik [veri] örneklerinden hesaplanır»

Merriam Webster

→ Daha geniş bir değer koleksiyonunu özetlemek için kullanılan tek bir sayı

İstatistik, çevremizde olup bitenleri
sayılarla ifade etmede yardımcı
olur...

İnsanlar İstatistiği Ne zamandır Kullanıyorlar?

- 1445 - zar atma, şans oyunları
- 17.yüzyıl ortaları, istatistik ilk kez ders kitaplarına girdi

İSTATİSTİKTE BAZI TEMEL KAVRAMLAR

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

- Uzay
 - Gözlem alanına giren obje ya da bireylerin tümü
- Örneklem
 - Bir uzaydan seçilmiş daha küçük sayıdaki obje ya da bireylerin oluşturduğu grup

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

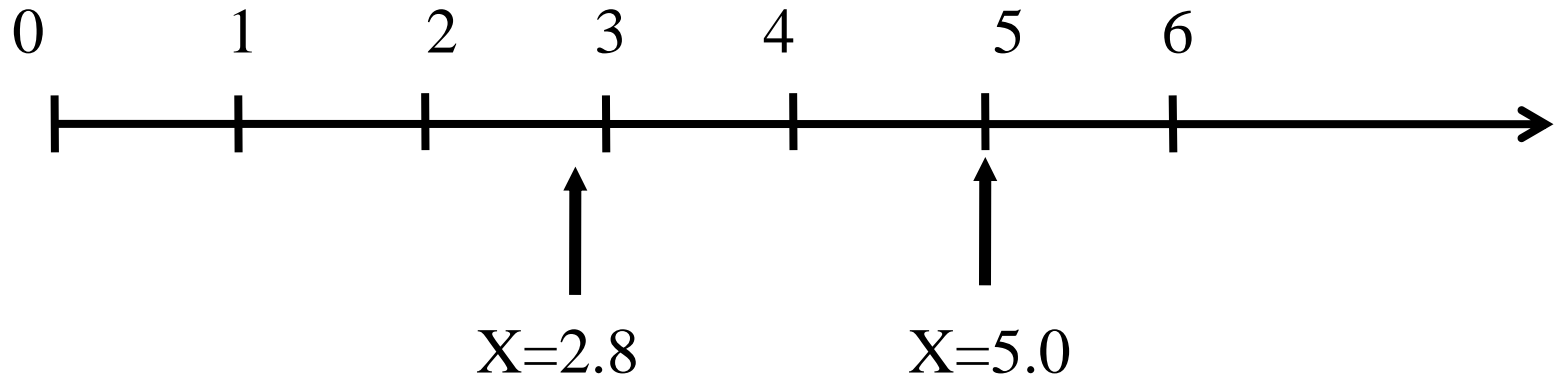
- Değişken
 - her gözleme göre farklı değerler alabilen objelere, özelliklere ya da durumlara denir
- Değişkenler nicel ya da nitel olabilir
- Nitel veriler
- Sayısal veriler
 - ayrık sayısal veriler (maç kazanma sayısı)
 - sürekli sayısal veriler (boy, kilo)
- Nitelik ve sayısal veriler arasındaki ilişki (boy sınıflandırması)

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

- Ölçme
 - Objelere ya da bireylere belirli bir değere sahip oluş derecelerini belirtmek için sembolik değerler verme işlemidir
 - Değişkenler hakkında bilgi edinmek için yapılır
- Ölçüm
 - Ölçme sonucunda elde edilen değer

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

■ Anlamlı rakam



$5 \text{ cm} \neq 5,0 \text{ cm}$

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

- Sayıları yuvarlama

$$5,387123 = 5,39 = 5,4 = 5$$

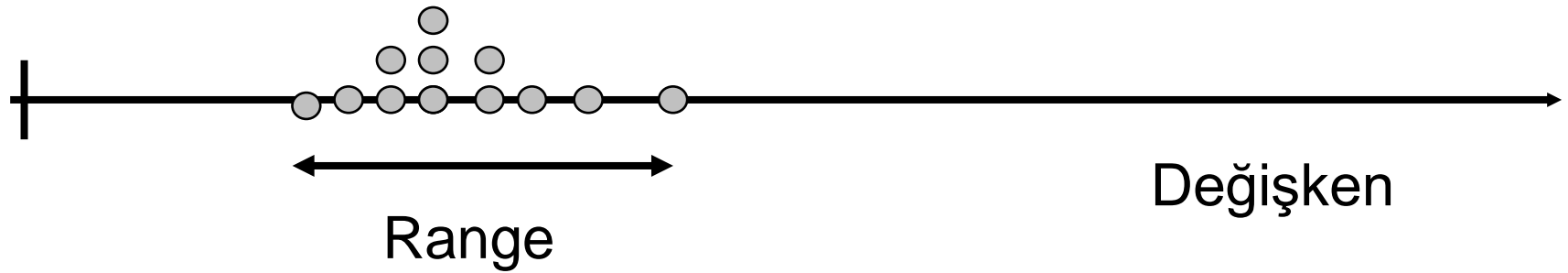
Verilerin Sınıflandırılması

- 2,4,4,4,6,6,8,10,12,16,18
- En büyük değerden en küçük değer çıkarılarak ve istenen sınıf sayısına bölünerek veri aralığı tespit edilir
- $2 - 18 = 16 / 8 = 2$
- veri aralığı 2 dir.

İstatistikte Bazı Temel kavramlar

- Aritmetik Ortalama
- Aralık (range)
- Sapma
- Standart sapma
- Ölçümlerin dağılımı ve standart sapma ile ilişkisi

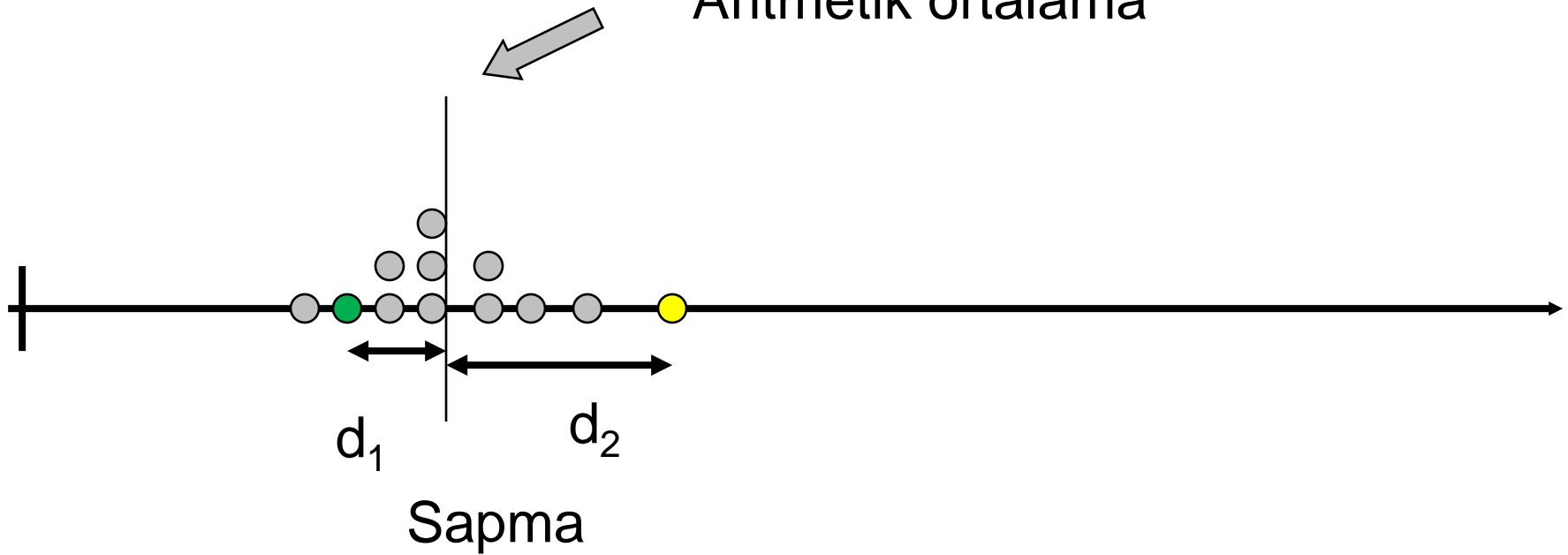
Aralık



Sapma

\bar{X} = değerlerin toplamı/değer sayısı

Aritmetik ortalama

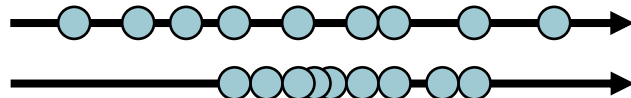


Ağırlıklı ortalama

- İki eşit gurubun ortalamalarının ortalamasıdır.
- Geometrik ortalama

Standart sapma: σ

- Bir dizi ölçümün gösterdiği değişimin en güvenilir ölçüsüdür.
- Dağılım fazlaysa standart sapma büyük, dağılım dar alanda ise küçüktür.
- Standart Sapma istatistiksel analizde büyük önemi olan bir dağılım ölçüsüdür.
- "Kareli Ortalama Sapma" adı da verilen bu ölçü "değişkenlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının kareli ortalaması"dır



Standart sapma: σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

- Standart sapma, bir serideki sayıların, serinin aritmetik ortalamasından farklarının karelerinin toplamının dizinin eleman sayısının bir eksiğine bölümünün kareköküdür.

Örnek

- Seri 1: 90, 70, 80, 80
- Seri 2: 10, 30, 80, 200 olsun.
- Bu iki dizinin de ortalamaları 80'dir.

Örnek (devam)

$$\sigma_1 = \frac{(90-80)^2 + (80-70)^2 + 0^2 + 0^2}{3}$$

$$= 8,16$$

$$\sigma_2 = \frac{\dots}{\dots} = 85,24$$

Örnek (devam)

- Öğrencilerin notları >>>> ilk sınıftaki öğrencilerin notları daha istikrarlıdır ve öğrencileri daha başarılıdır
- İki marketin günlük satış tutarları >>>> birinci marketin verilerin ölçüldüğü zaman dilimi içindeki satışlarının ikinci marketten daha iyi

Standart Sapma Faydaları

- Standart sapma bize verilerin ne kadar düzgün ve dengeli dağıldığını gösterir.
- Standart sapmayı dizi ile ilgili tanı koyma ve dolayısıyla bazı kararlar almada kullanabiliriz.
- Tabiki standart sapma daha büyük veri dizilerinde kullanıldığında daha fazla işimize yarayacaktır.

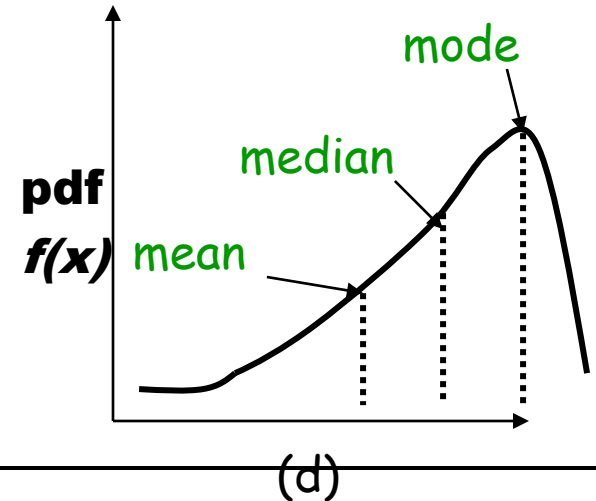
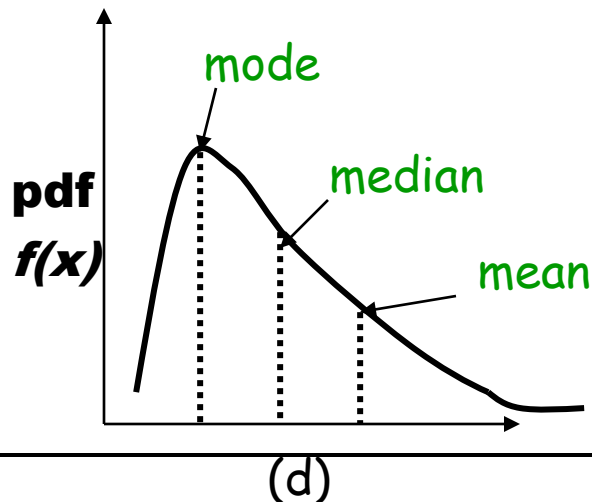
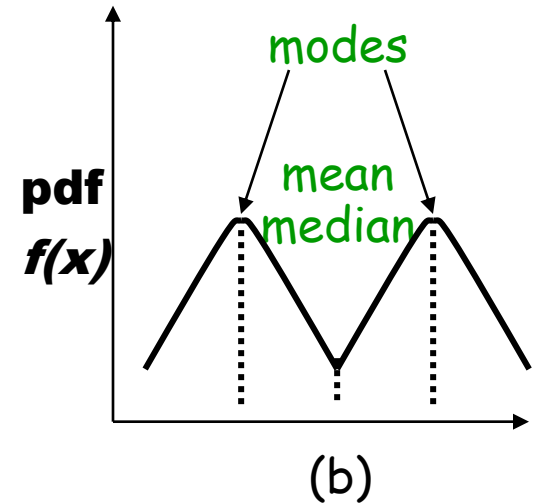
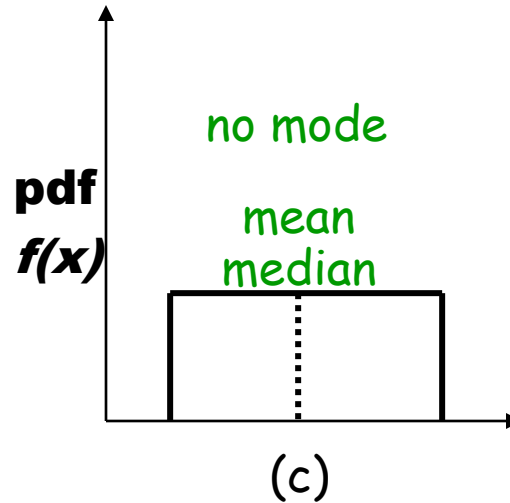
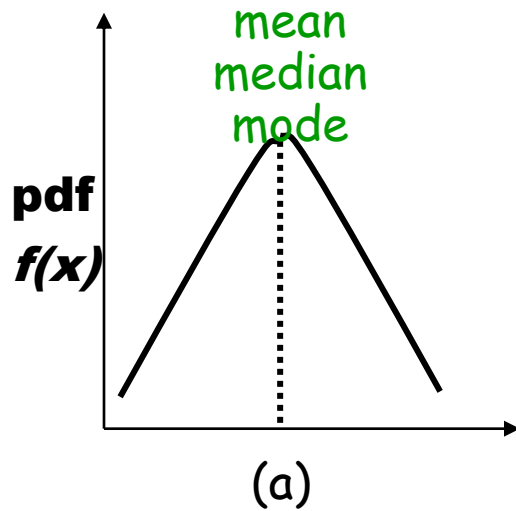
Ortanca (medyan)

- 50. yüzdeliğe ortanca denir. Denek sayısı tek sayılı değer ise $n+1 / 2$
- Çift ise $n/2$ nci ile $n+2 / 2$ nci değeri / 2 dir.
- Veriler büyükten küçüğe doğru sıralanır ortadaki iki değer aritmetik ortalaması alınır
- 5,5,6,**6**,7,9,9, $7+1 / 2 = 4.$ sayı
- 5,5,6,**6**,**7**,9,9,10 $8 / 2 = 4., 8+2 / 4 = 5.$
- $6 + 7 = 13 / 2 =$ **6,5**

Tepe değ er (mod)

- Dağılımda en fazla tekrarlanan değ erdir.
- Frekansı en fazla olan sınıfın değ eridir.
- 5,5,6,6,6,7,9,9,10

Mean, Median, Mode Arasındaki İlişki



Mod, Medyan, Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma ne işe yarar?

- İstatistikte kullanılan bu hesaplamaların tamamına **Merkezi Eğilim Ölçüleri** denir
- Bunların hepsinde elde edilen sonuçların verilerin merkezine olan uzaklığı dikkate alınır. Bu şekilde serideki her bir veri veya serinin tamamı hakkında bazı kararlar verilir.
- Merkezi eğilim ölçülerine ortalamalar da diyebiliriz. Her bir yöntem farklı bir şekilde ortalama alır.

Mod, medyan, aritmetik ortalama ve standart sapma ne işe yarar?

- Bir çok eğilim ölçüsü olmasının sebebi şudur: Seriler birbirinden farklı özellikler gösterir.
- Örneğin bir seride serideki diğer değerlerden çok farklı olan değerler bulunabilir. 2, 2, 4, 6, 8, 1000 gibi bir seride 1000 değeri diğerlerinden çok farklıdır.
- Bu durumda aritmetik ortalamanın bize çok bir faydası olmaz.
- Bunların kişilerin elde ettiği gelirler olduğunu düşündüğünüzde, bu toplumun ortalama geliri: 170 TL
- Bu çıkarıma dayanarak kişilerin maaşlarına aynı oranda zam yaptığımızda büyük bir adaletsizliğe sebep oluruz.
- Sonuç olarak böyle bir dizide aritmetik ortalama yerine mod, medyan veya standart sapmayı kullanmak daha uygun olabilir.

Ödev

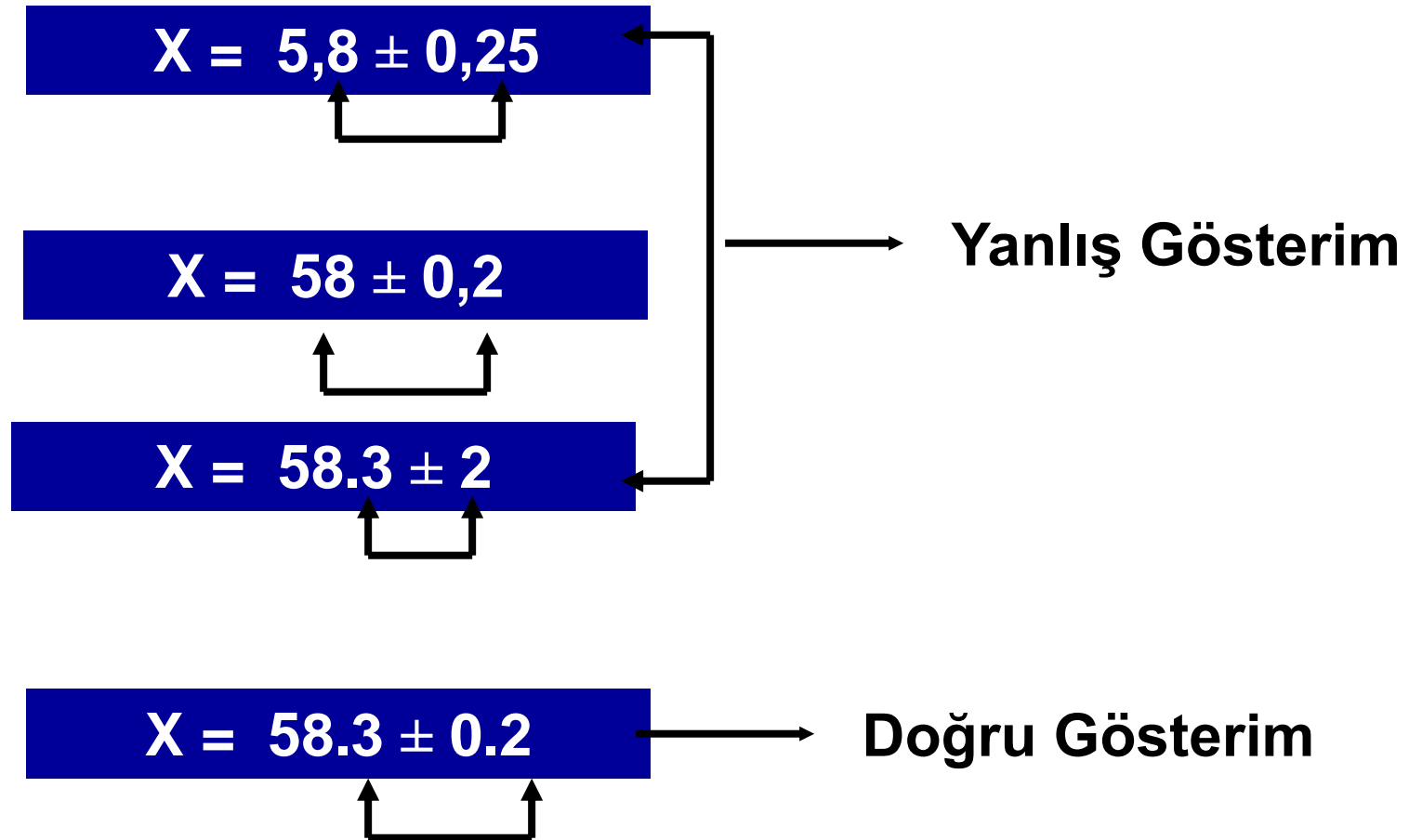
- Bir grup sporcunun ağırlık değerleri aşağıda verilmiştir.
- 55,56,60,65,65,67,68,70,75,77,80,82,84,86,88,90,92,95,97,100 $n=20$
- Mod, Medyan, AO ve Standart Sapma değerlerini hesaplayınız?

İstatistiksel Verileri Tasnif Etme

İstatistiksel verileri anlamlı hale getirmenin 5 ayrı yolu:

- Sözel ifadelerle açıklama
- Tablolar halinde düzenleme
- Grafikte gösterme
- Verileri değerlendirerek istatistiksel ölçüler bulma
- Bu yöntemlerde birkaçını birlikte uygulama

Ölçme Sonucunun Gösterilmesi



ÖRNEK : İki gurubun sınıflandırması

- Sporcuların kuvvet değerleri
- Erkek: 10,10,20,20,20,30,30,30,50,40
- Bayan: 5,5,10,20,20,20,30,30,40,40,

Veri sınıflandırması

Erkek: 10,10,20,20,20,30,30,30,50,40

Bayan: 5,5,10,20,20,20,30,30,40,40

Veri aralıkları	Bayan		Erkek	
	F	%	F	%
5-10				
11-15				
16-20				
21-25				
26-30				
31-35				
36-40				
41-45				
46-50				

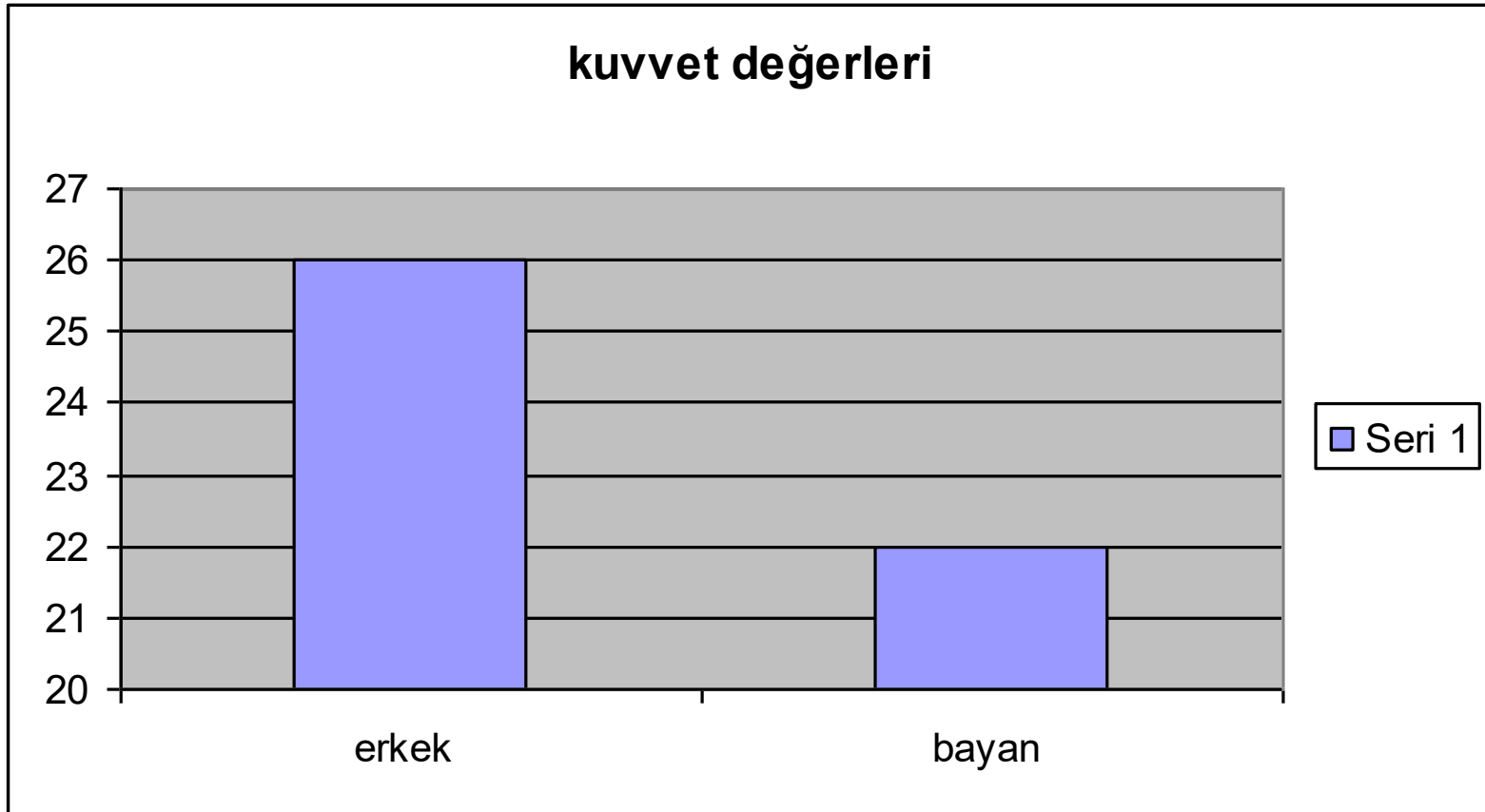
Basit tablolaştırma

Değişkenler	N	\bar{X}	ss	min	max
Erkek	10	26,00	12,64	10	50
Bayan	10	22,00	12,95	5	40

yada

Değişkenler	N	$\bar{X} \pm SS(\text{kg})$	Min (kg)	Max(kg)
Erkek	10	26,00 \pm 12,64	10	50
Bayan	10	22,00 \pm 12,95	5	40

Grafik seçenekleri



ÖRNEK

(Sıralı)
CPU Zamanı

1.9	3.9
2.7	3.9
2.8	4.1
2.8	4.1
2.8	4.2
2.9	4.2
3.1	4.4
3.1	4.5
3.2	4.5
3.2	4.8
3.3	4.9
3.4	5.1
3.6	5.1
3.7	5.3
3.8	5.6
3.9	5.9

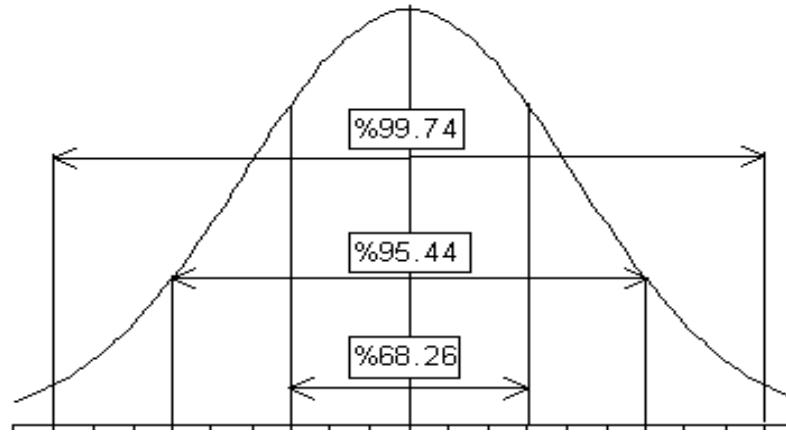
- İlk olarak sırala!
- Medyan = $[1 + 31 * .5] = 16^{\text{th}} = 3.2$
- Değişim = 0.898
- Standart Sapma-Stddev = 0.948
- Aralık = $5.9 - 1.9 = 4$

NORMAL DAĞILIM NEDİR?

- İstatistik analiz yapılırken, dağılımın özelliği çok önemlidir.
- Çünkü farklı dağılım gösteren verilere uygulanacak tanımlayıcı ve analitik istatistik yöntemleri de farklıdır.
- Parametrik testlerin uygulanabilmesi için, dağılımın normal ya da normale yakın olması gerekir.

NORMAL DAĞILIM

- Frekans eğrisi çan şeklinde olan simetrik dağılımdır.
- Normal dağılım simetrik olduğu için, normal dağılım gösteren değişkenlerin Ortalama, Medyan ve Modları eşittir



NORMAL DAĞILIM

- Denekler ortalamadan daha büyük değerlerde toplanıyorsa, negatif basık ya da soldan basık,
- Küçük değerlerde toplanıyorsa pozitif basık ya da sağdan basık dağılımdan söz edilir.

NORMAL DAĞILIM

- Verilerin dağılımı normal olmalıdır!
- Aksi durumda, gerçekte olduğundan daha küçük bir p değeri ya da daha dar bir güven aralığı hesaplanır
- Bu durumda, doğru bir hipotezi reddetme olasılığı artar.
- Yani, iki grup arasında fark olmadığı halde fark varmış gibi sonuç elde edilebilir

NORMAL DAĞILIMIN KRİTERLERİ

- Dağılımın normal olup olmadığı grafik ve istatistik analiz yöntemleri ile anlaşılır.
- Histogram, dal ve yaprak grafiği ve normal olasılık grafiği çizilerek dağılımın normal olup olmadığı hakkında fikir edinilebilir.
- Ama bu izlenimin istatistik yöntemlerle de test edilmesi gerekir.
- Shapiro-Wilks ($n < 30$) ve Lilliefors ($n > 30$) Kolmagorw Simirnov yada Shefi testleri bu amaçla sıklıkla kullanılan testlerdir.
- Bu testlerde ***p*** değeri < 0.05 ise dağılımın normal olmadığı sonucuna varılır.

NORMAL DAĞILIMIN KRİTERLERİ

Verilerin normal dağılmadığı durumlarda iki işlem yapılabilir :

1. Verilere dönüşüm uygulayarak, onların normal dağılıma uymalarını sağlamak
2. Varolan verilere parametrik olmayan bir test uygulamak

- Bilimsel çalışmaların amacı, örneklem değerinden evren değerlerinin kestirilmesidir.
- Evren parametrelerinin kestirilmesi için ya güven aralığı ve sınırları ya da hipotez testleri kullanılır

GÜVEN ARALIĞI

- Güven aralığı ve güven sınırları: Belirli bir olasılıkla, bilinmeyen evren değerini içeren değerler aralığıdır.
- Sıklıkla %95, bazen de %90 ve %99 güven sınırları kullanılmaktadır.

Örnek

n=400 gözlemden oluşan bir örnek veri setine için yapılan bir anket sonucunda 32 kişinin öğrenci temsilciliği için Gözde'yi tercih ettikleri saptanmıştır. P için %95'lik güven aralığı oluşturunuz

$$p_s - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$
$$.08 - 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}} \leq p \leq .08 + 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}}$$
$$.053 \leq p \leq .107$$

Güven aralığı nasıl yorumlanır?

- Güven aralığı tarif edilirken genelde %95 değeri kullanılır, bu değer elde ettiğimiz sonuçları söylerken ne kadar emin olduğumuzu gösterir.
- Bir başka deyişle %95 emin olduğumuz durumda %5 hatalı da olacağımızı kabul ettiğimizi gösterir.

Güven aralığı nasıl yorumlanır?

- Bu değer $\%95$ olmasının özel bir sebebi yoktur. $\%0$ ile $\%100$ arasında istenilen değer olabilir ancak $\%5$ hatalı olma durumu bir şekilde öteden beri yeterli görülmüştür.
- $\%95$ güven aralığı bize en kitabi haliyle, şunu söylemektedir; çalışmayı aynı popülasyondan farklı örneklem seçerek birçok kere tekrarlasak, örneğin 1000 kere, bunların $\%95$ 'inde yani 950'sinde hesaplayacağımız güven aralığı popülasyondaki gerçek sonucu içerecektir

Örnek

- Örneğin 6 aylık tedavi sonrası A ve B ilaçları arasında sistolik kan basıncını azaltma açısından ortalama 6 mmHg'lik bir fark bulduğumuzu ve bu 6 mmHg'lik ortalama için %95 güven aralığının alt sınırı 3 mmHg, üst sınırını 9 mmHg hesapladığımızı varsayalım.
 - Aynı çalışmayı aynı popülasyondan seçilmiş 100 farklı örneklem ile tekrarlasam 95'inde A ve B ilaçları arasındaki ortalama farkı 3 ile 9 mmHg arasında bulabilirim veya
 - %95 eminlikle söyleyebilirim ki tüm popülasyonda A ve B ilaçları arasındaki ortalama fark 3 ile 9 mmHg arasında bir değer olacaktır.

Parametrik ve nonparametrik testler

- İstatistiksel analiz yapılmadan önce, verilerin kategorik (nominal, ordinal) ya da sürekli (aralıklı, oransal) olup olmadığına bakılmalıdır.
- Kategorik verilerde parametrik olmayan istatistikler kullanılırken, sürekli verilerde ise parametrik istatistikler kullanılır

Testler

Parametrik	Parametrik olmayan
İki ortalama arasındaki farkın anlamlılık testi t. test	Mann-Witney U testi
Tek yönlü varyans analizi (f testi)	Kruskal-Wallis varyans analizi
İki eş arasındaki farkın anlamlılık testi (t test)	Wilcoxon eşleştirilmiş iki örnek testi
Tekrarlı ölçümlerde varyans analizi (f testi)	4 gözlü Ki-Kare testi
Bağımlı örneklerde iki yüzde arasındaki farkın anlamlılık testi (z testi)	Bağımlı örneklerde ki-kare testi (McNemer testi)

Bağımlı grup- bağımsız grup kavramı

- **Bağımlı grup:** bir gözlem (denek) üzerinde birden çok gözlem yapıldığında gruplar bağımlı olur
- **Bağımsız grup:** bir grupta bulunan gözlem (birey) diğer grupta bulunmuyorsa grup bağımsız olur.

TESTLER

BAĞIMSIZ İKİ GURUBUN KARŞILAŞTIRILMASI

- İki ortalama arasındaki farkın anlamlılık testi
- T. Testi
- Gerekli koşullar
 1. Karşılaştırılacak iki grup vardır
 2. Gruplar birbirinden bağımsızdır
 3. Veriler sürekli veri grubundadır
 4. Evren dağılımları normal dağılım gösterir
 5. Evren varyansları eşittir

Mann-Witney U testi

- İki ortalama arasındaki farkın anlamlılık testinin parametrik olmayan karşılığıdır.
- Parametrik koşullar sağlanmadığı durumda kullanılır

Bağımsız ikiden çok gurubun karşılaştırılması

- Tek yönlü varyans analizi
- İkiiden çok bağımsız gurup olduğunda ve parametrik koşullar sağlandığında uygulanır.
- Parametrik olmayan karşılığı **Kruskal-Wallis** varyans analizidir.

Varyans analizinde farkın kaynaklandığı grubu belirleme

- Varyans analizinde guruplar arasındaki farkın hangi gurup yada guruplardan kaynaklandığını belirlemede şu yöntemler kullanılır:
 - Duncan yöntemi
 - Tukey HSD yöntemi
 - Dunnet yöntemi
 - Nevman-Keuls yöntemi

BAĞIMLI İKİ GURUBUN KARŞILAŞTIRILMASI

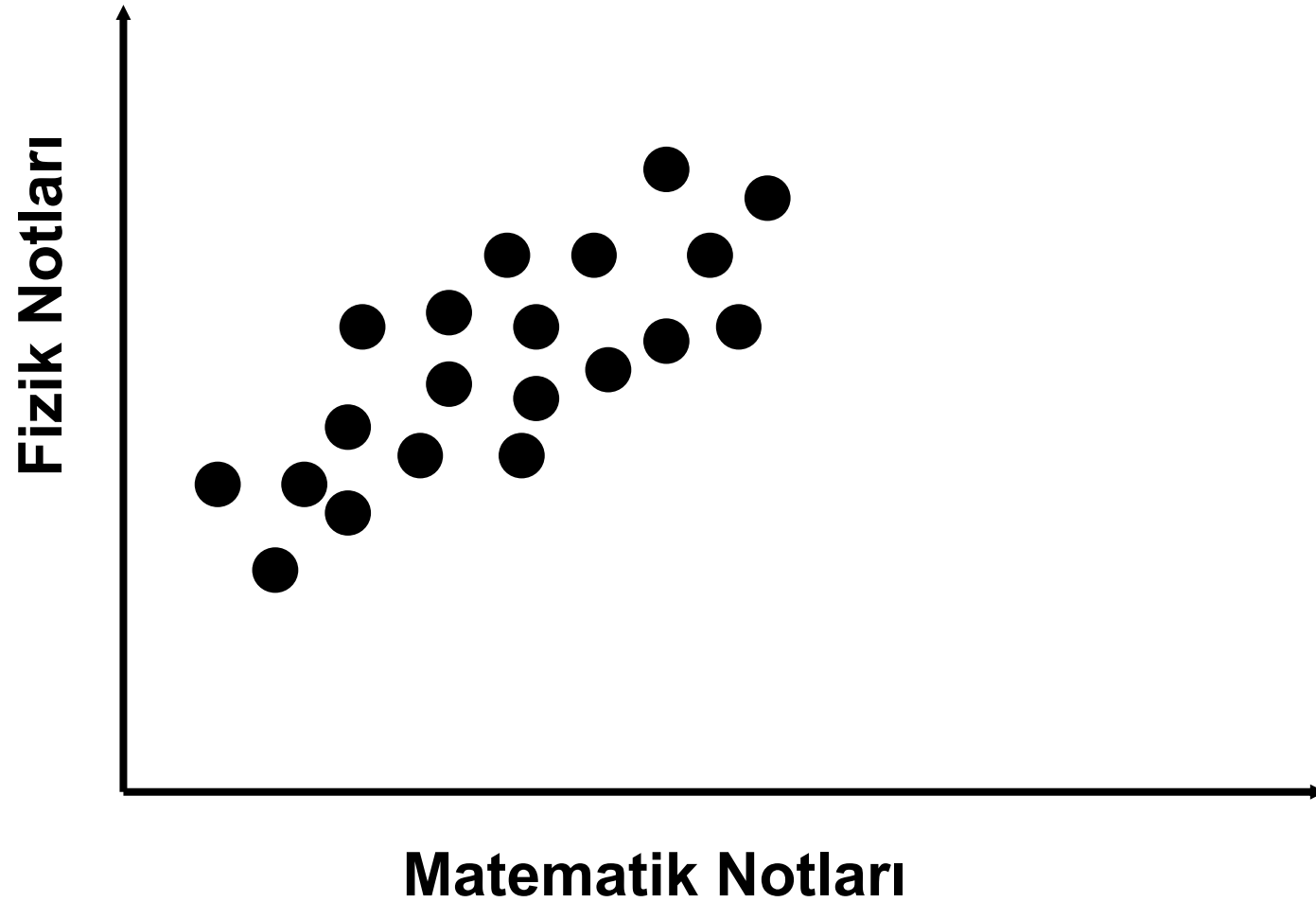
- İki eş arasındaki farkın anlamlılık testi

Korelasyon

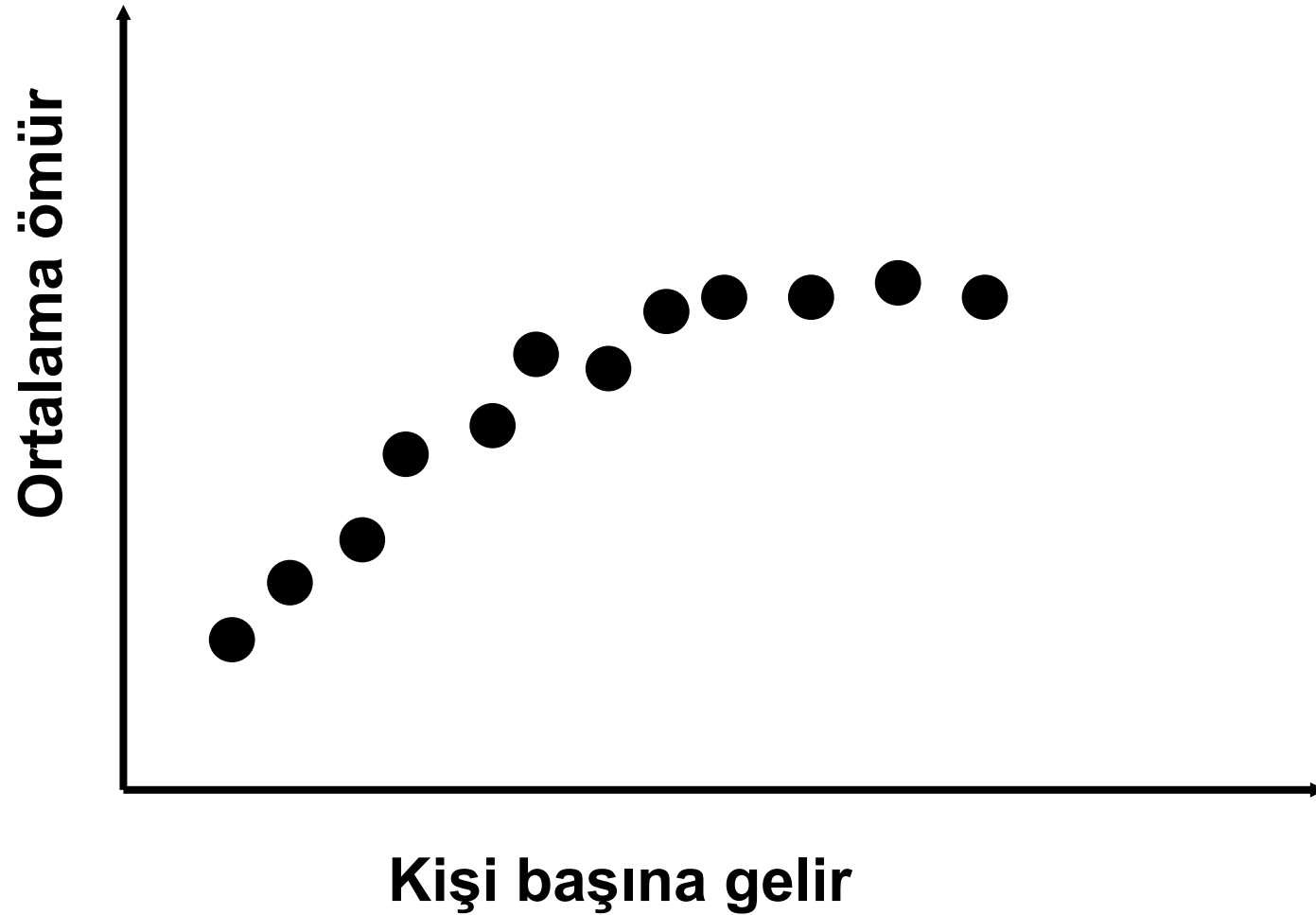
Korelasyon

- Korelasyon: iki değişken arasında bağıntı olup olmadığını araştırma
- Korelasyon katsayısı – r -
- Regresyon analizi: bağıntının türünü bulma

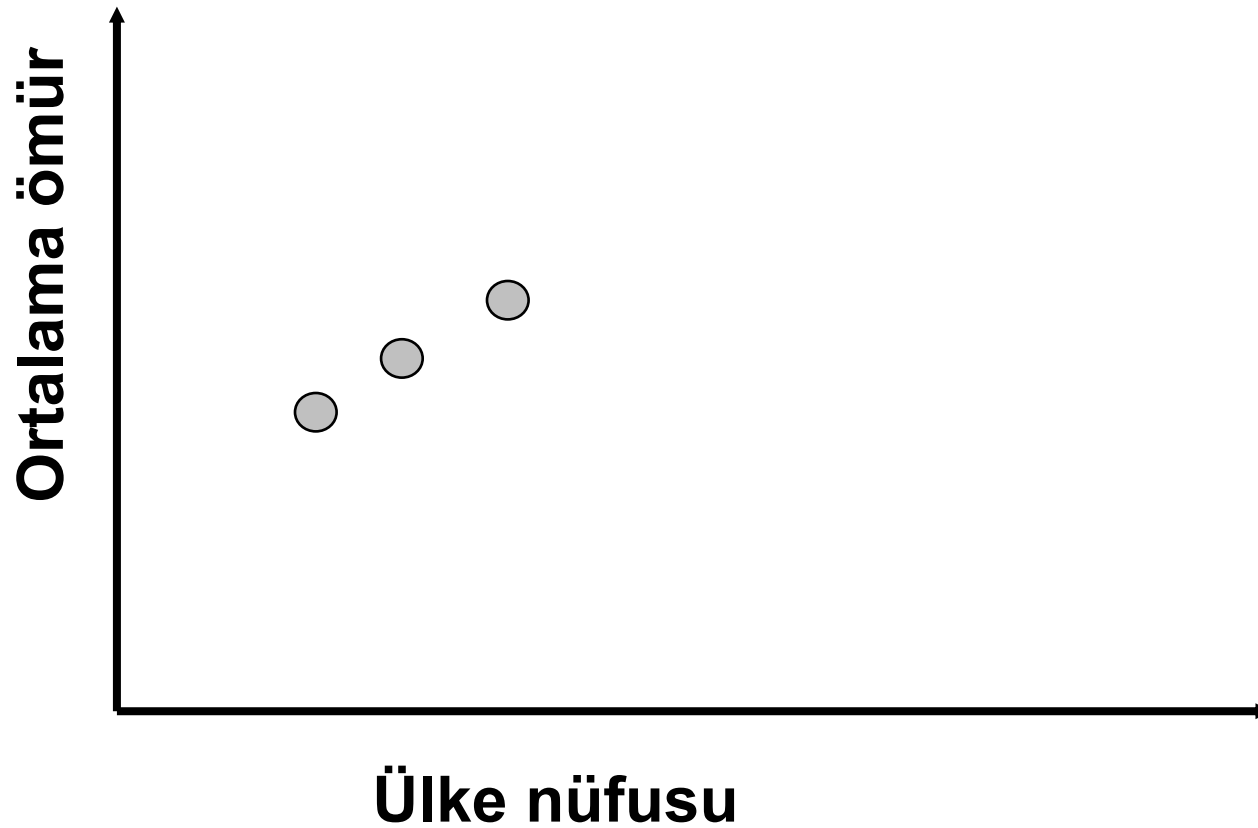
Korelasyon



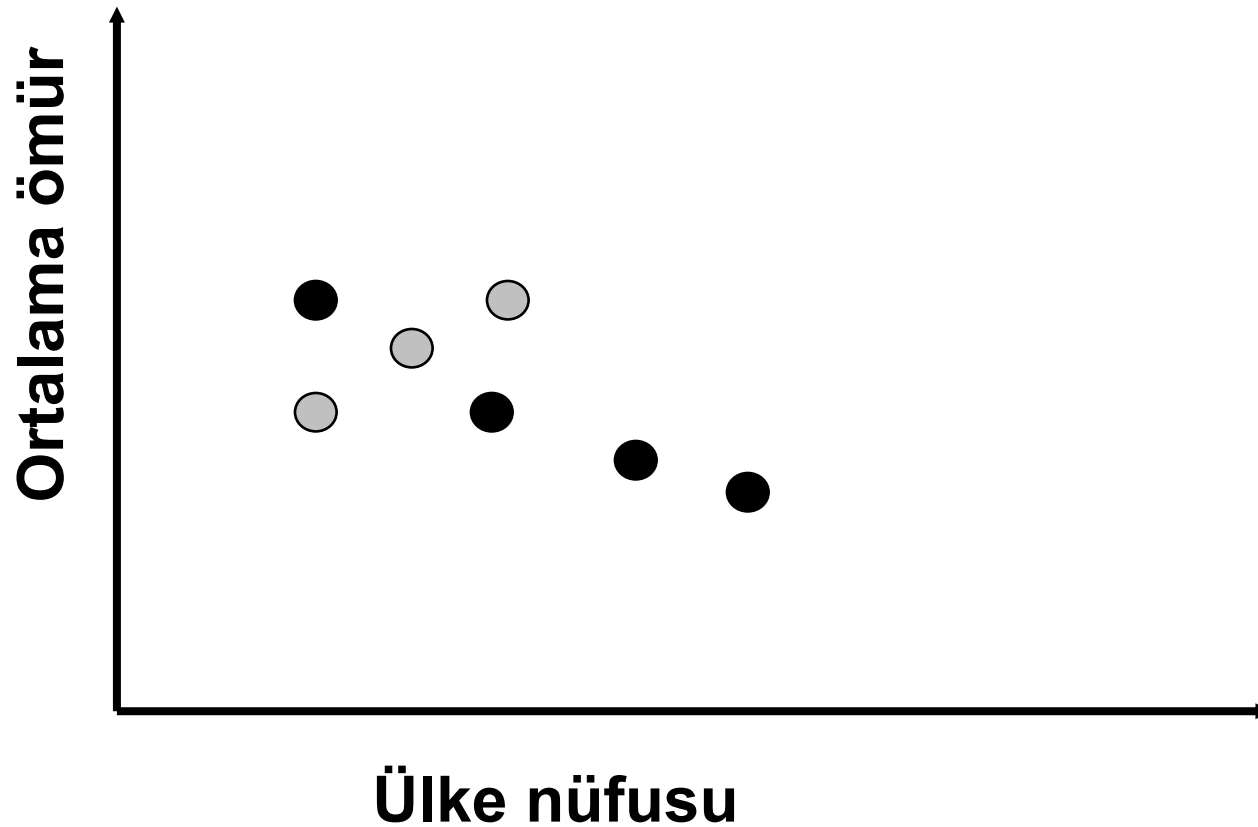
Korelasyon



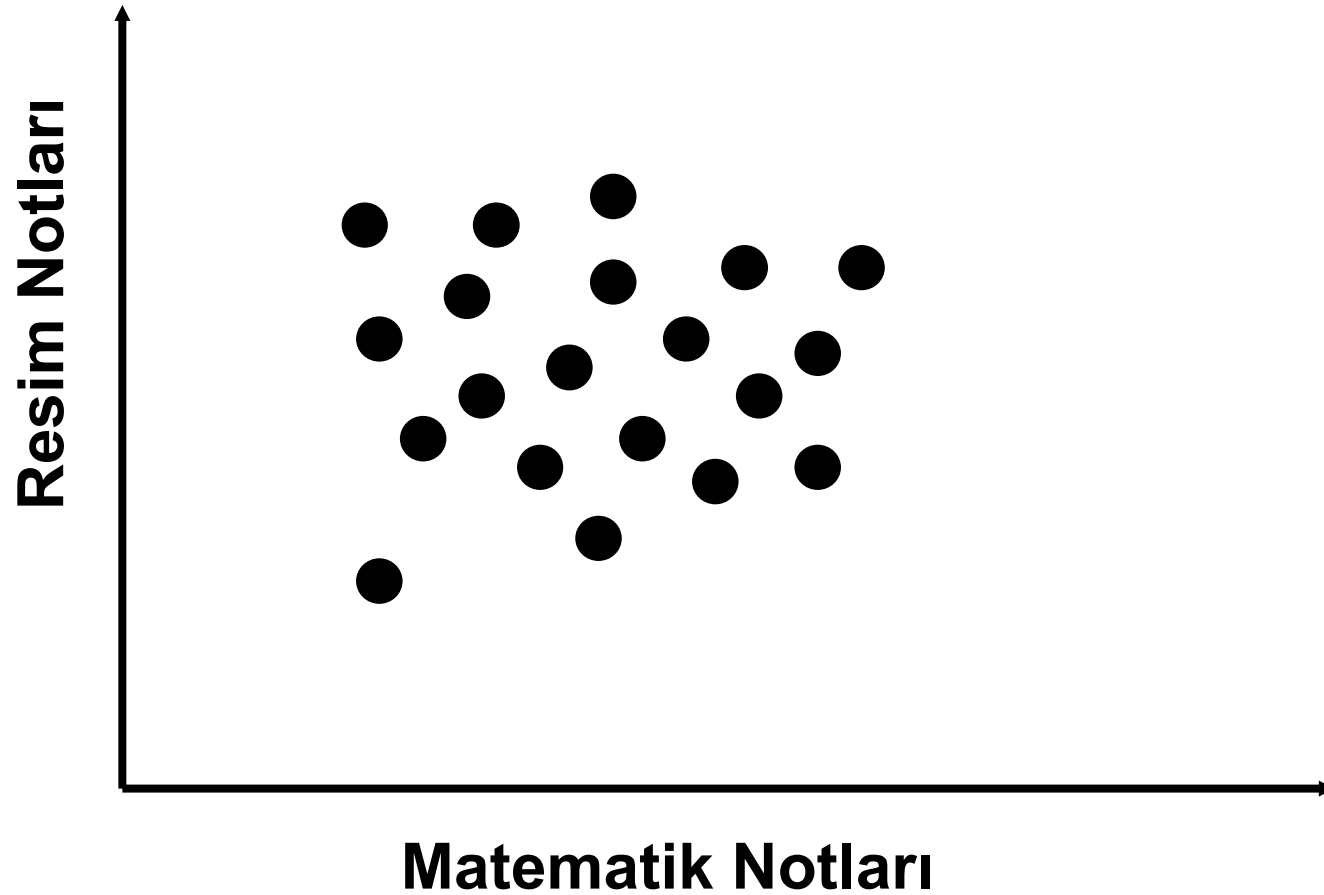
Korelasyon kararı için bir-kaç veri yeter mi?



Korelasyon kararı için bir-kaç veri yeter mi?



Korelasyon var mı?



Korelasyon var mı?

Korelasyon katsayısı $r = 1$ ise bağıntı var, $r = 0$ ise yok.

Frekans	r^*
5	0,878
10	0,632
15	0,514
20	0,444
30	0,361
40	0,312

Grafik Analizi

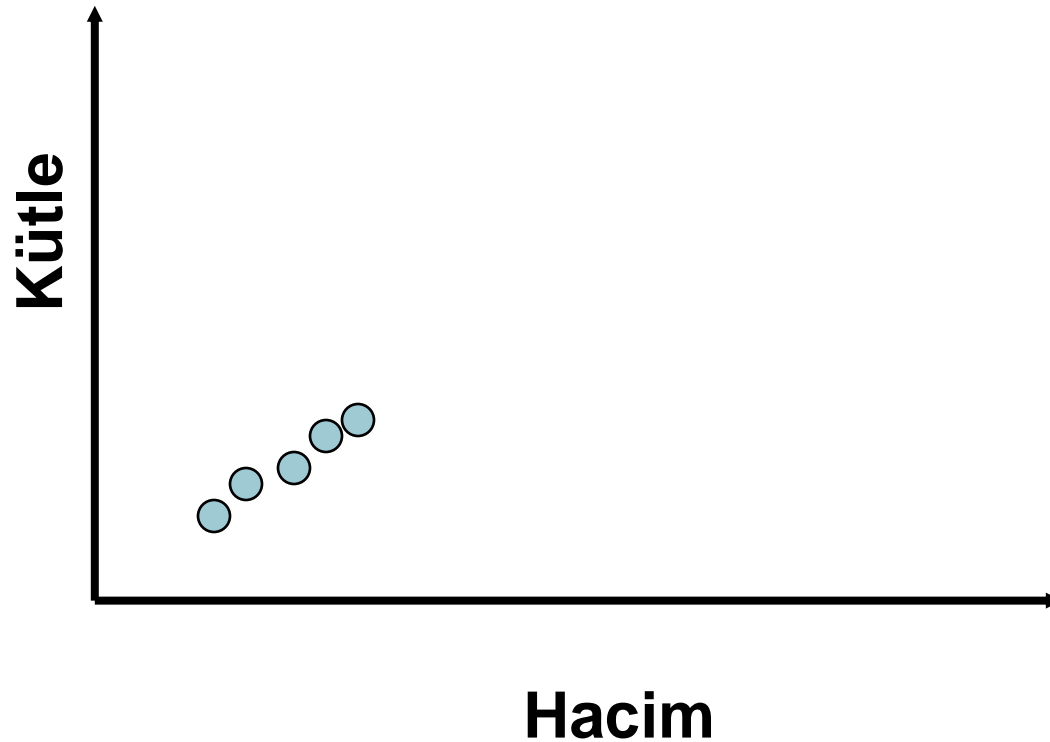
Grafik Analizi

- Basit korelasyon işlemlerinde kullanılır.
- Grafik çizimi işlem sırası:
 - Eksenlerin belirlenmesi
 - Uygun ölçek seçimi
 - Verilerin yerleştirilmesi
 - Lineer grafik elde edilmesi
 - Eğim bulunması

Eksenlerin belirlenmesi

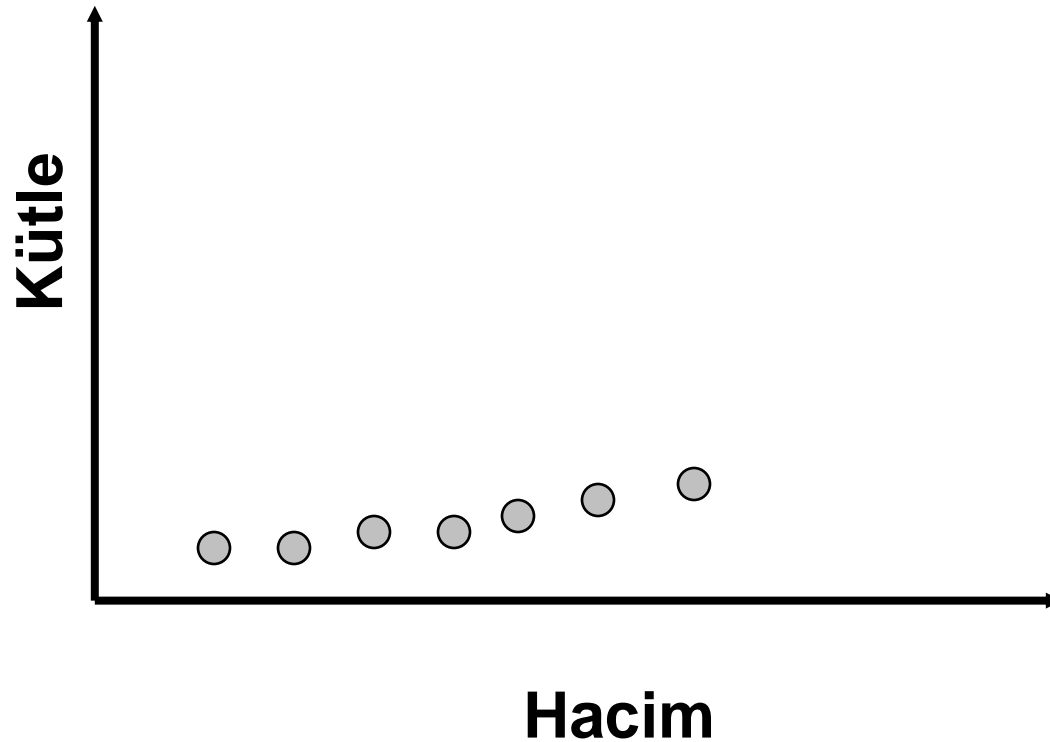


Ölçek Seçimi



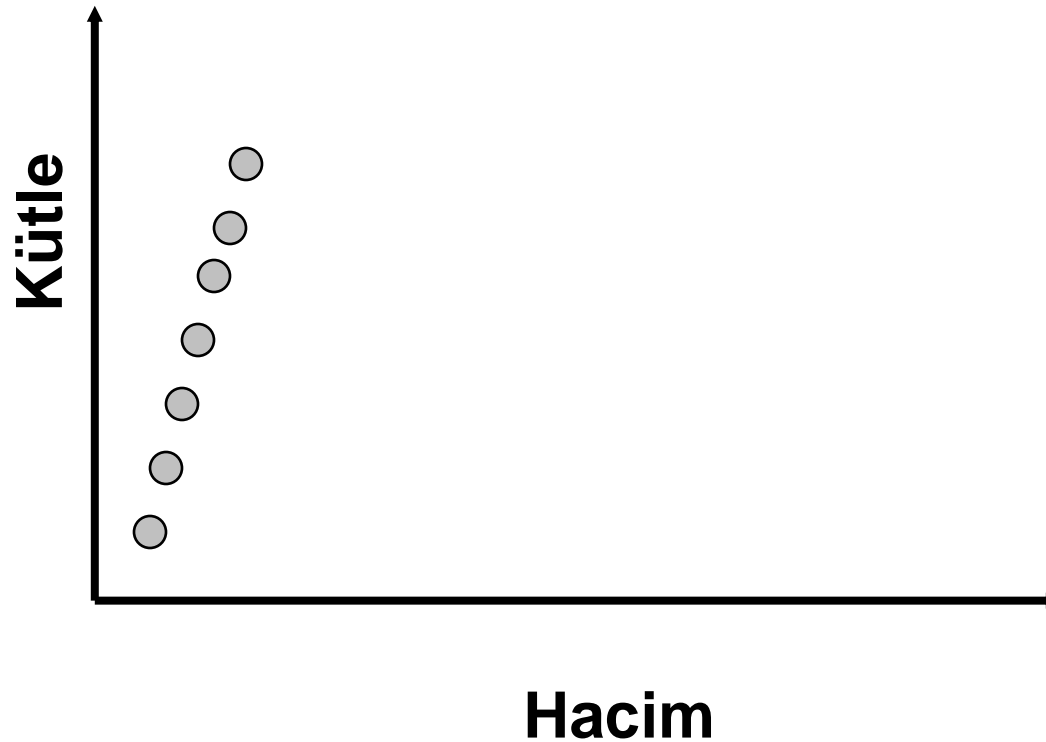
Her iki ölçek uygun değil

Ölçek Seçimi



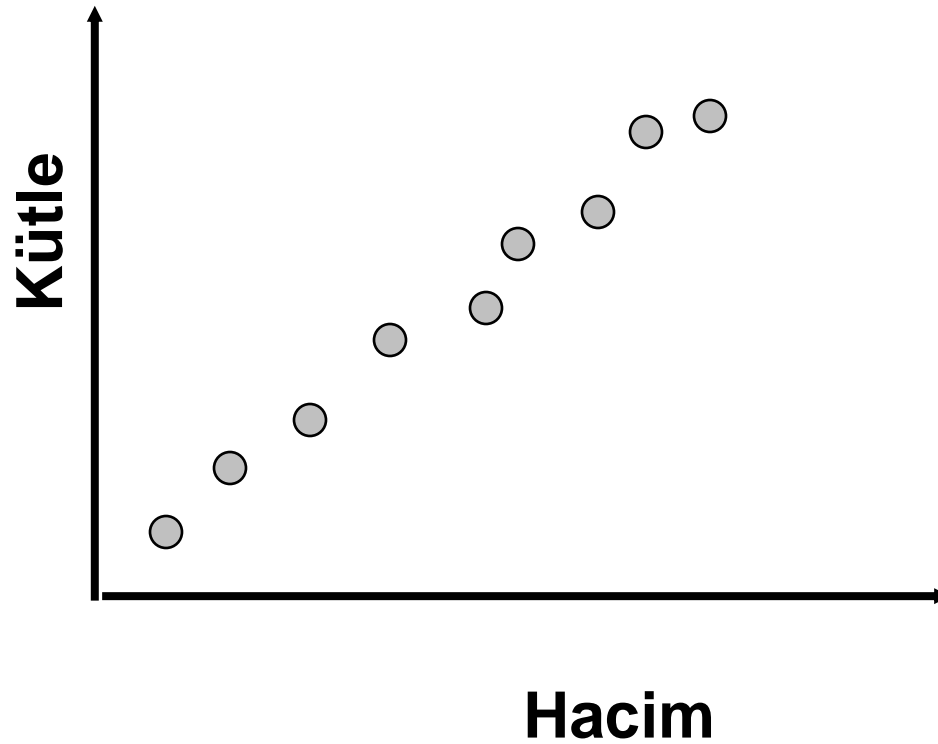
Y ölçeği uygun değil

Ölçek Seçimi



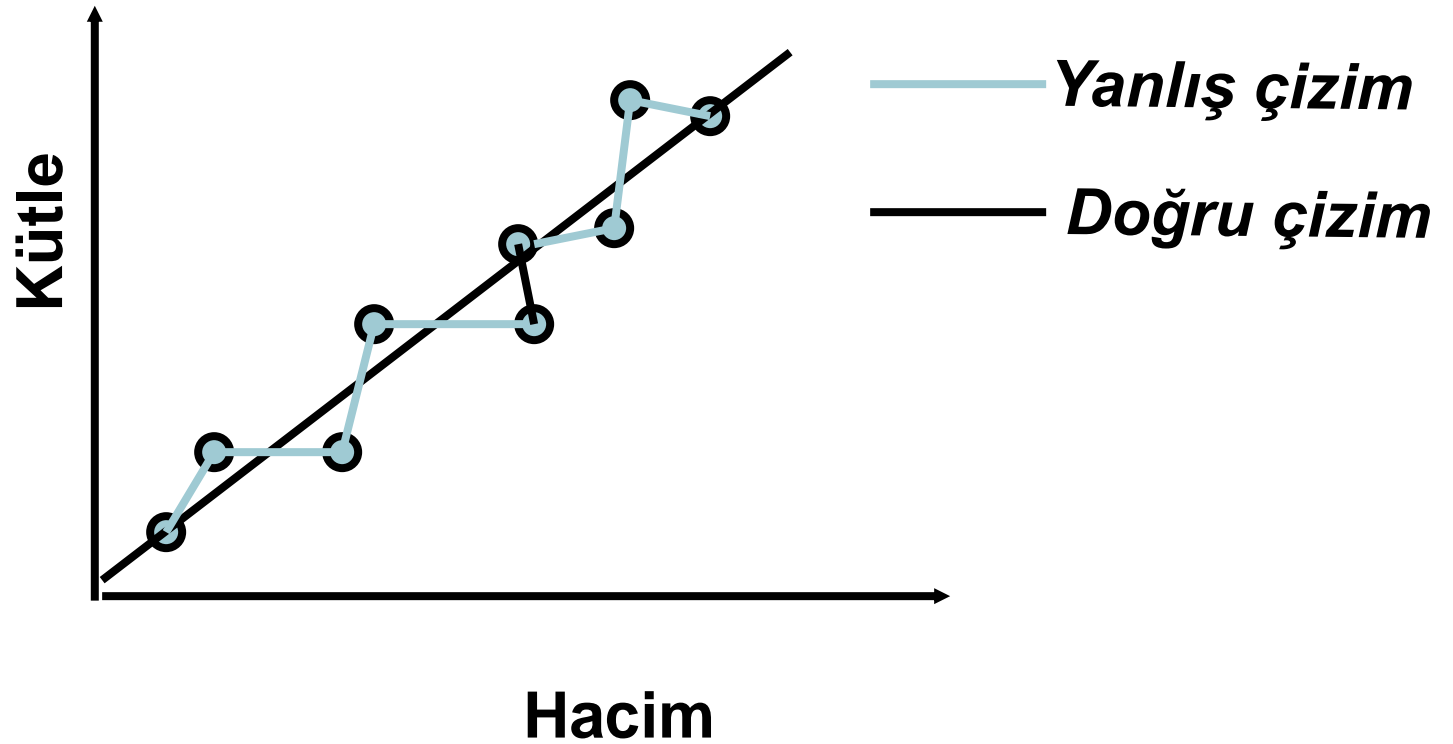
X ölçeği uygun değil

Ölçek Seçimi

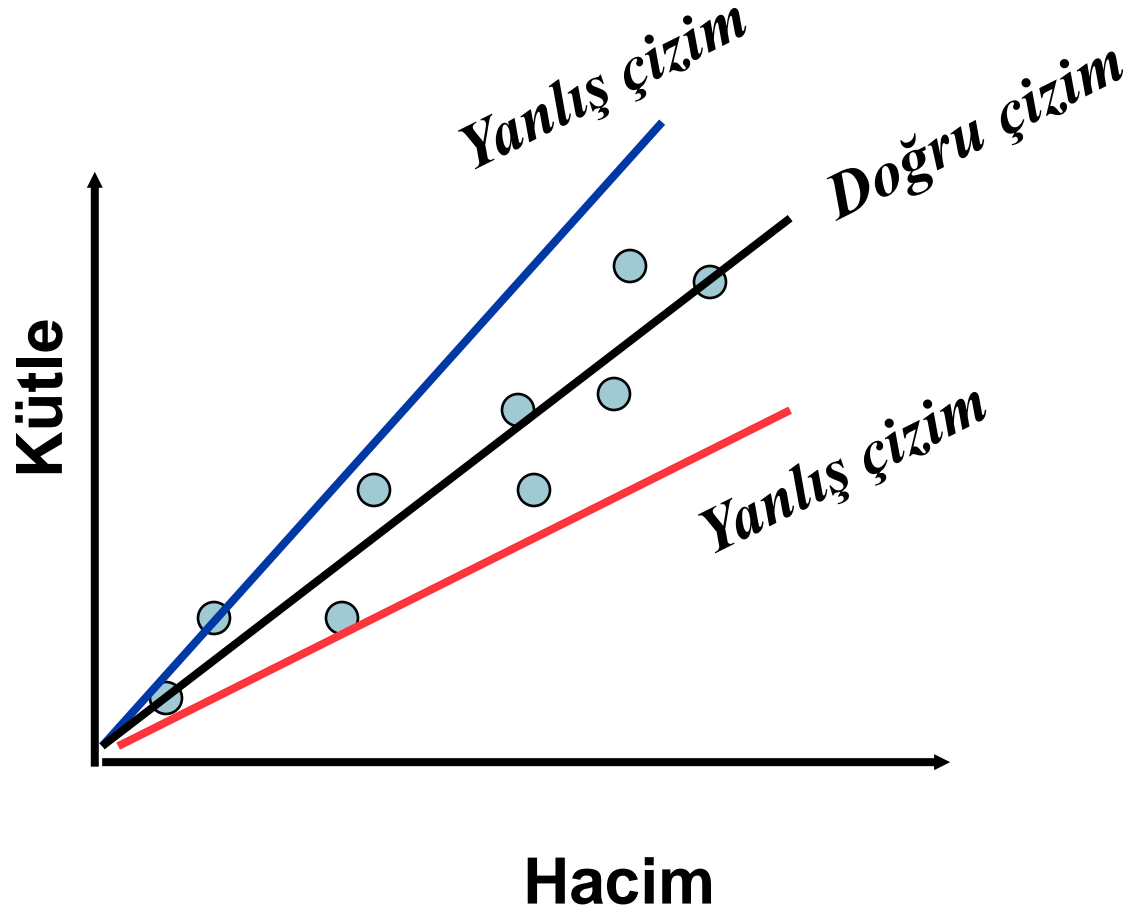


Uygun ölçek seçimi

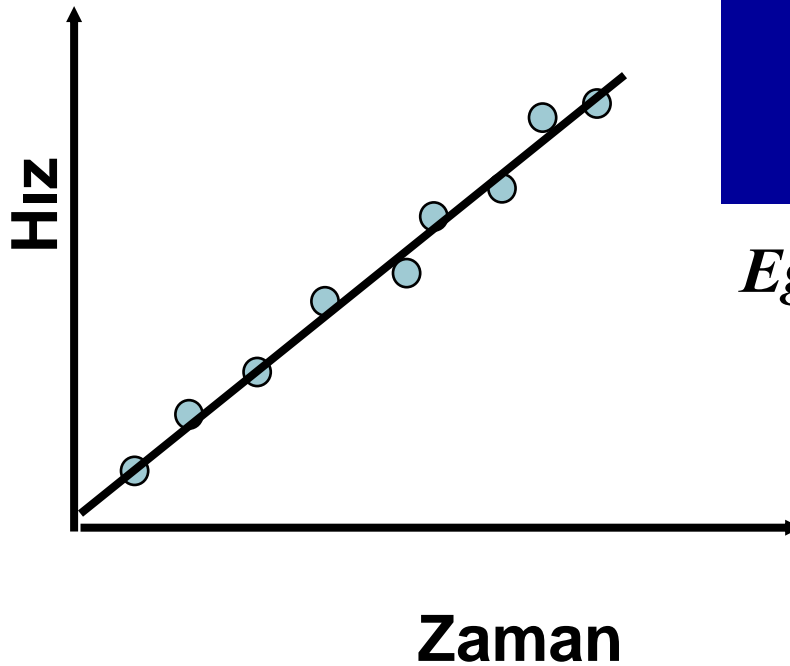
Doğru çizimi



Doğru çizimi



Eğim Bulunması



Dikkat!

$$Eğim = Hız/zaman \neq \tan \alpha !$$

Kaynaklar

- Fiziksel Ölçmeler ve Değerlendirmesi, İ.Eşme
- İstatistik Yöntemler ve Uygulaması, H.Arıcı
- Doç. Dr. Serkan HAZAR ders notları