

ALGORİTMA ANALİZİ VE TASARIMI

BIG O GÖSTERİMİ

- Çalışma zamanının üst sınırını göstermektedir (en kötü durum).
- Bir A algoritması $f(n)$ ile orantılı zaman gerektiriyorsa A Algoritmasına $f(n)$ mertebesinde denilir ve $O(f(n))$ ile gösterilir.
- **$f(n)$** 'e algoritmanın **growth-rate fonksiyonu** denir.
- Bu gösterime **Big O notation** adı verilir.
- A algoritması n^2 , ile orantılı zaman gerektiriyorsa **$O(n^2)$** .
- A algoritması n ile orantılı zaman gerektiriyorsa **$O(n)$** ile ifade edilir.

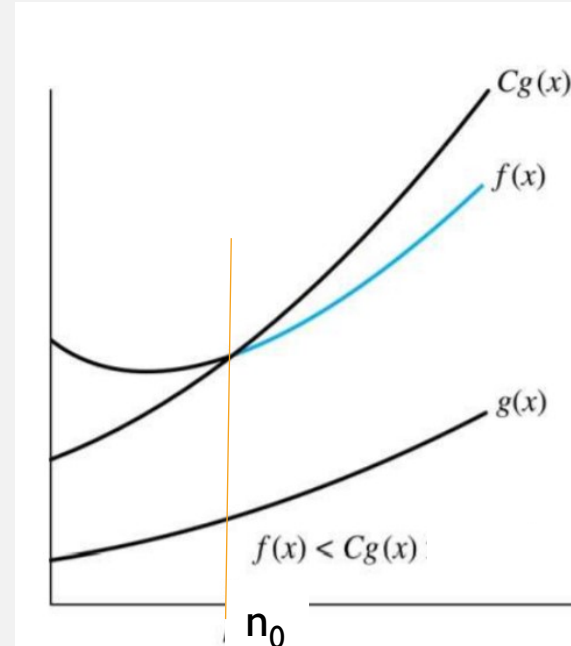
BIG O GÖSTERİMİ

Tanım:

Öyle bir k ve n_0 sabitleri vardır ki **A** algoritması $n \geq n_0$ boyutunda bir problemi çözmek için $k \cdot f(n)$ den daha fazla zamana ihtiyaç duymaz ise **A** algoritmasının mertebesi $O(f(n))$ ile gösterilir.

Yani; $f(n)$ ve $g(n)$ iki fonksiyon olsun. Her $n \geq n_0$ ve $c > 0$ için eğer $f(n) \leq c \cdot g(n)$, $n > 0$ oluyorsa, $f(n) = O(g(n))$ yani $g(n):f(n)$ için üst sınırdır denir.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \text{ var ve } \infty \text{ 'den farklı ise } \Rightarrow f(n) = O(g(n))$$



BIG O GÖSTERİMİ

- Eğer bir algoritma n elemanlı bir problem için $n^2 - 3*n + 10$ saniye gerektiriyorsa ve öyle bir k ve n_0 değerleri vardır ki;

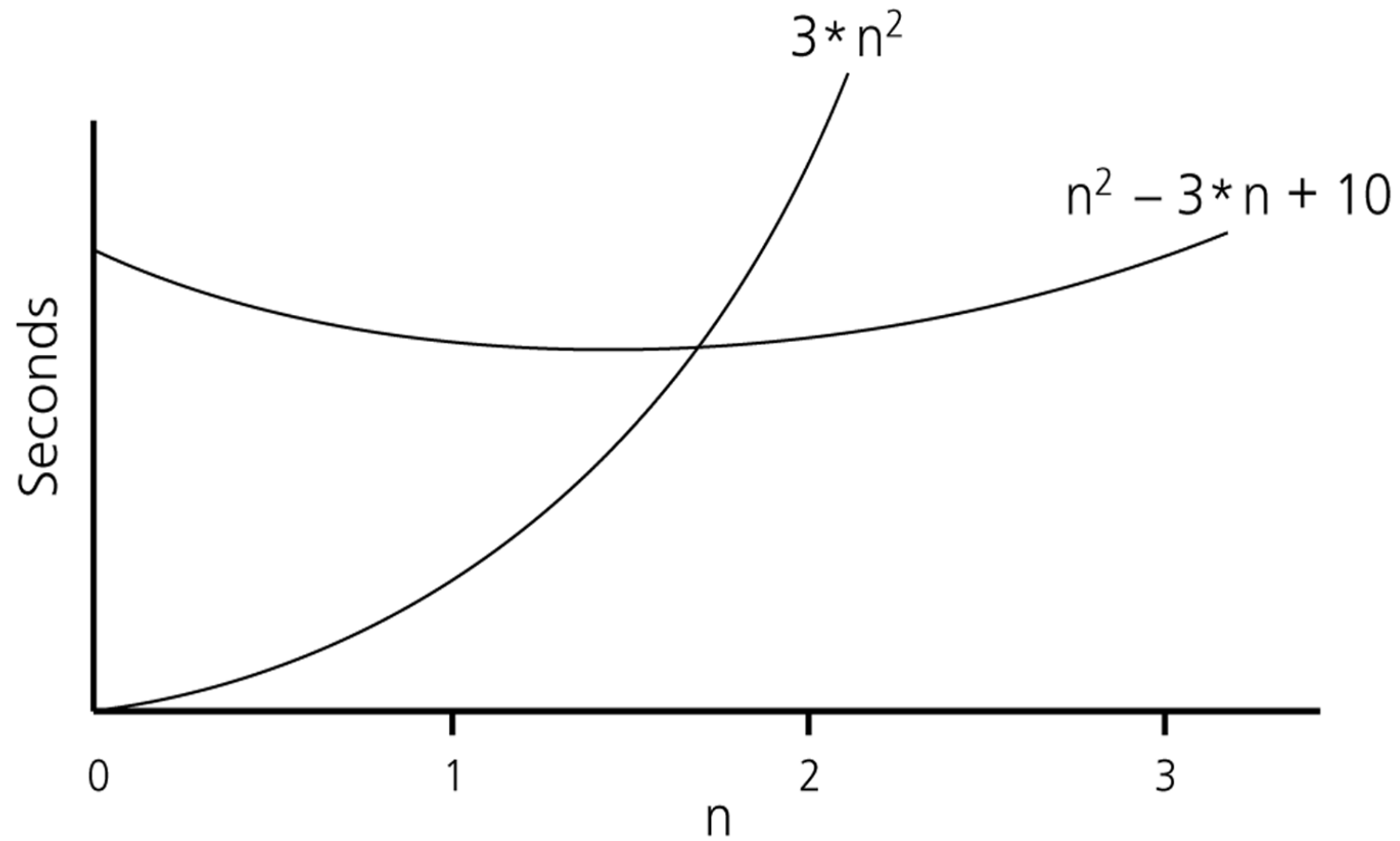
$$\text{bütün } n \geq n_0 \text{ için } k*n^2 > n^2 - 3*n + 10$$

ve algoritmanın mertebesi n^2 olur. (Gerçekten $k=3$ ve $n_0=2$)

$$\text{Bütün } n \geq 2 \text{ için } 3*n^2 > n^2 - 3*n + 10 \text{ olur.}$$

Yani algoritma ($n \geq n_0$) için, $k*n^2$ den daha fazla zamana ihtiyaç duymaz.

ve böylece **$O(n^2)$** ile ifade edilir.



BÜYÜK- Ω (BIG-OMEGA) GÖSTERİMİ

- Alt sınır hakkında bilgi verir (en iyi durum).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} \neq 0 \rightarrow f(x) = \Omega(g(x))$$

Tanım: f ve g , tamsayı kümesinden veya reel sayı kümesinden reel sayılara tanımlanmış olsun. $\mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

Eğer, $x > k$ olduğunda $|f(x)| \geq C|g(x)|$ oluyorsa ve bu eşitsizliği sağlayan C ve k gibi sabit sayılar varsa $f(x) = \Omega(g(x))$ olmaktadır.

Big-O ile Big- Ω arasında sıkı bir ilişki vardır.

Ancak ve ancak $g(x), O(f(x))$ olduğunda $f(x), \Omega(g(x))$ olacaktır.

BÜYÜK- Θ (BIG-THETA) GÖSTERİMİ

- Çalışma zamanı hakkında yaklaşık değil, tam cevap verir. Hem alt hem üst sınır $g(x)$ ise, $g(x)$ tam çözümdür (ortalama durum).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = C \Rightarrow f(x) = \Theta(g(x)) \text{ olur.}$$

Tanım: f ve g , tamsayı kümesinden veya reel sayı kümesinden reel sayılara tanımlanmış olsun. $\mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

Eğer, $f(x)$, $O(g(x))$ ve $f(x)$, $\Omega(g(x))$ ise $f(x)$, $\theta(g(x))$ deriz.

Eğer $x > k$ olduğunda $C_1|g(x)| \leq |f(x)| \leq C_2|g(x)|$ oluyorsa ve bu eşitsizliği sağlayan pozitif C_1 ve C_2 reel sayıları ve bir pozitif k reel sayısı bulunabiliyorsa bu durumda $f(x)$ 'in $\theta(g(x))$ olduğunu gösterebiliriz.

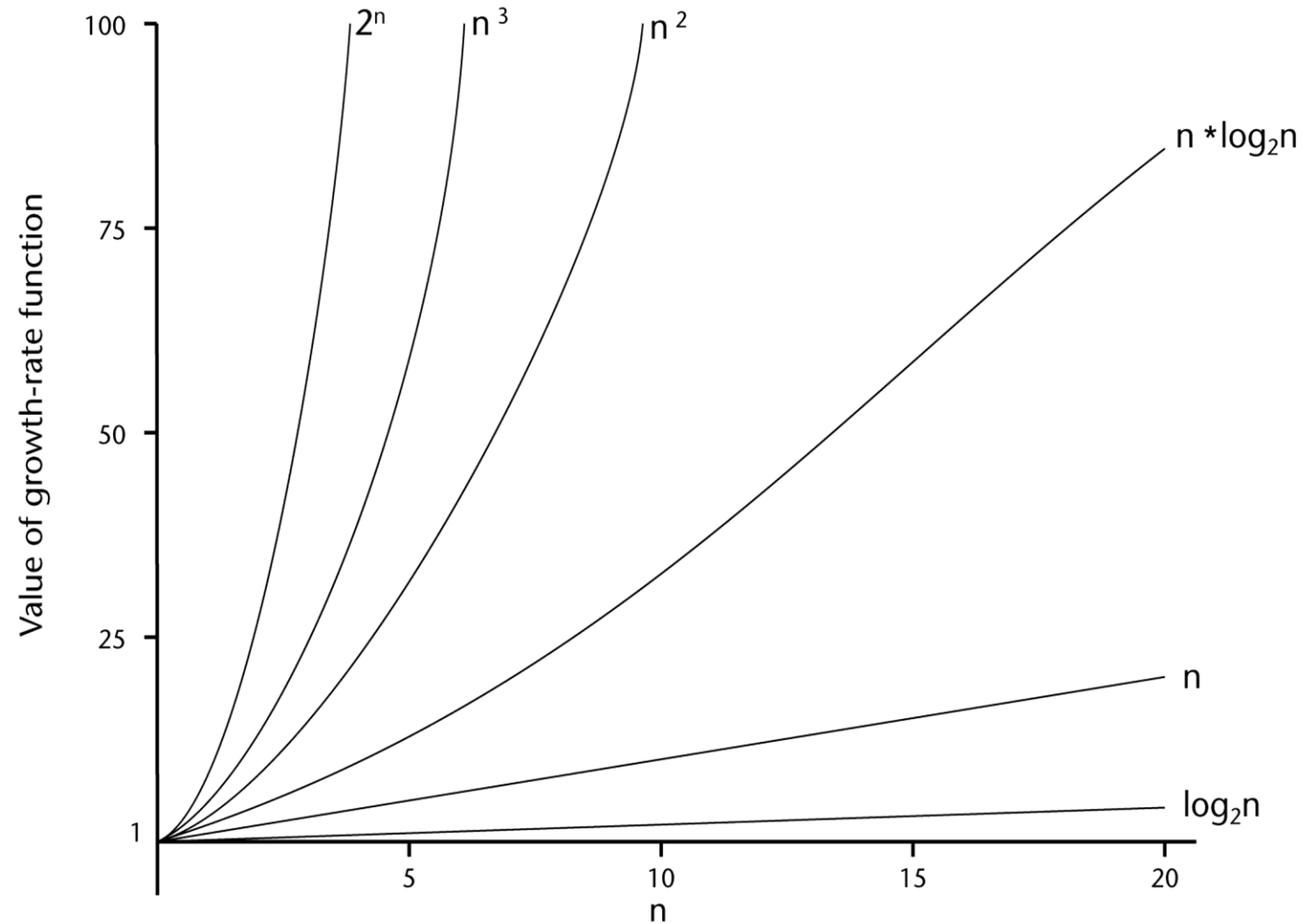
BÜYÜME HIZI FONKSİYONLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

(a)

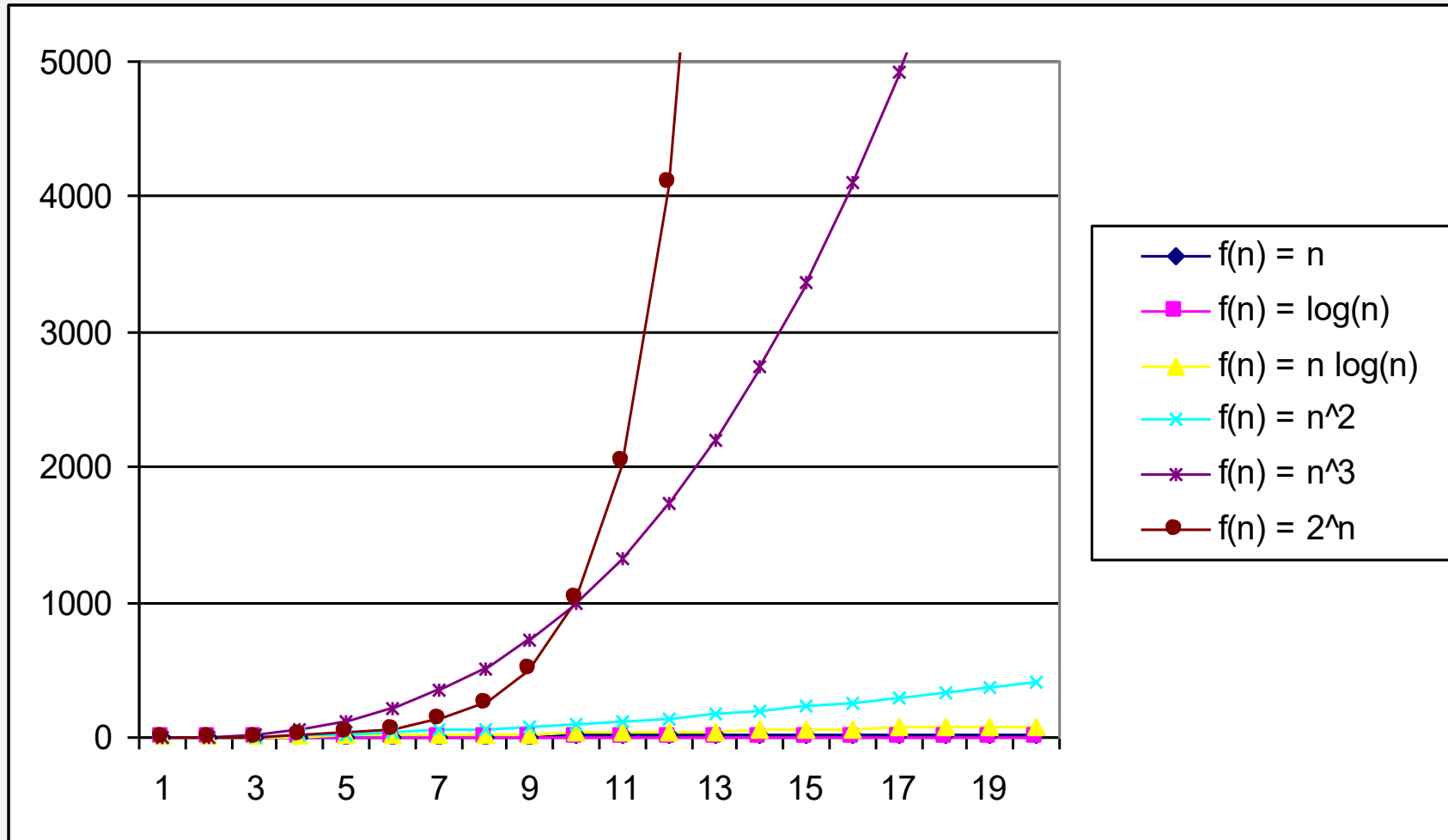
Function	n					
	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
1	1	1	1	1	1	1
$\log_2 n$	3	6	9	13	16	19
n	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
$n * \log_2 n$	30	664	9,965	10^5	10^6	10^7
n^2	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}
n^3	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}	10^{18}
2^n	10^3	10^{30}	10^{301}	$10^{3,010}$	$10^{30,103}$	$10^{301,030}$

BÜYÜME HIZI FONKSİYONLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

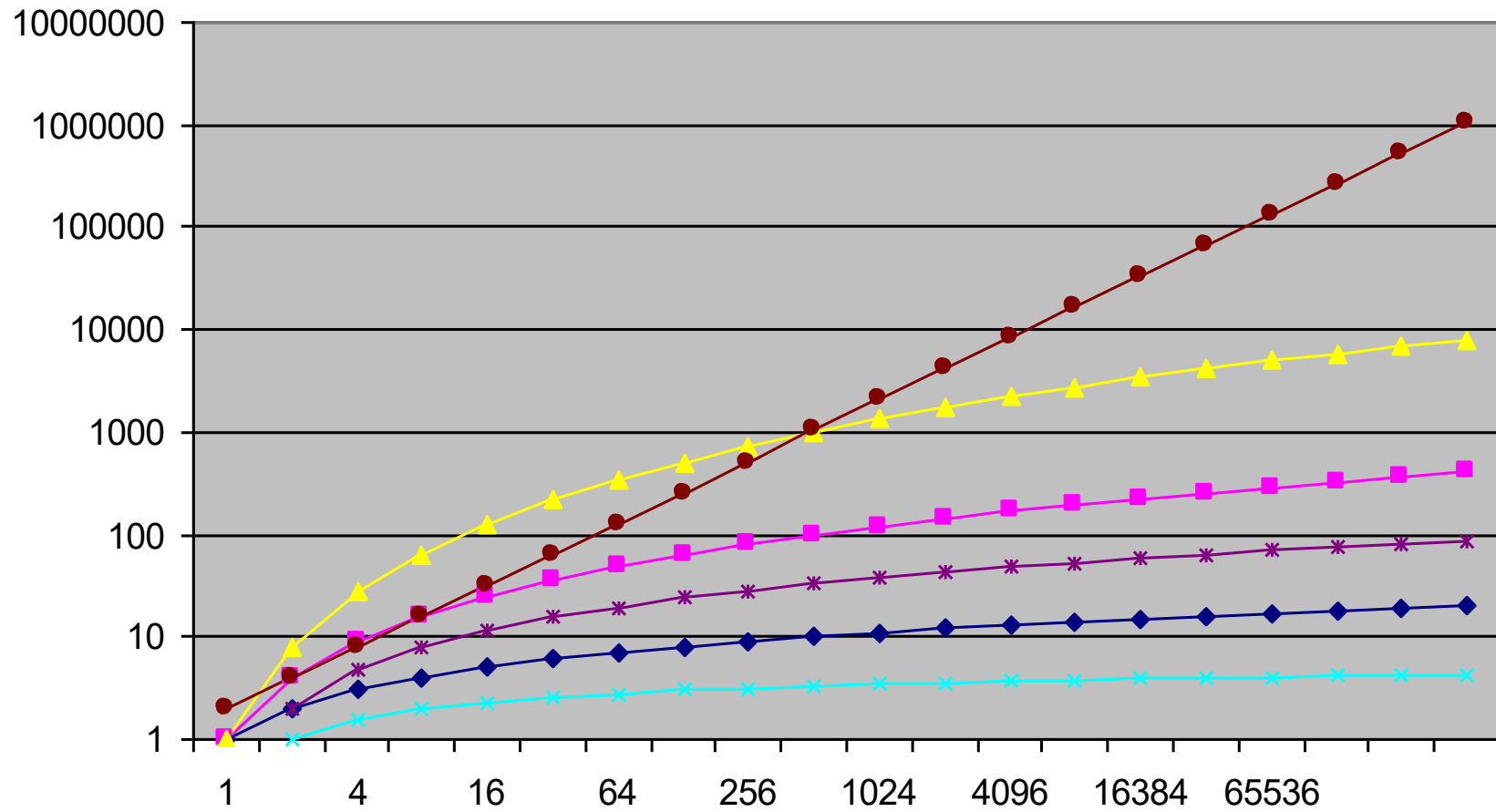
(b)



KARMAŞIKLIK



KARMAŞIKLIK



BÜYÜME HIZI FONKSİYONLARI

- $O(1)$ Zaman gereksinimi **sabittir** ve problem boyutundan bağımsızdır.
- $O(\log_2 n)$ Zaman gereksinimi **logaritmiktir** ve problem boyutuna göre yavaş artar.
- $O(n)$ Zaman gereksinimi **doğrusaldır** ve problem girişiyle doğru orantılı artar.
- $O(n \cdot \log_2 n)$ Zaman gereksinimi **$n \cdot \log_2 n$** dir ve **doğrusaldan** daha hızlı artar.
- $O(n^2)$ Zaman gereksinimi **karesel** olup problem boyutuna göre hızlı bir artış gösterir.
- $O(n^3)$ Zaman gereksinimi **cubic** problem boyutuna göre hızlı bir artış gösterir.
- $O(2^n)$ problem girdi boyutu artarken zaman üstel (çok çok hızlı) olarak artar.

BÜYÜME HIZI FONKSİYONLARI

- Bir algoritma 8 elemanlı bir problemi 1 saniyede sonuçlandırıyorrsa 16 elemanlı bir problem için ne kadar zaman gerekir.

- Algoritmanın mertebesi:

$$O(1) \rightarrow T(n) = 1 \text{ saniye}$$

$$O(\log_2 n) \rightarrow T(n) = (1 * \log_2 16) / \log_2 8 = 4/3 \text{ saniye}$$

$$O(n) \rightarrow T(n) = (1 * 16) / 8 = 2 \text{ saniye}$$

$$O(n * \log_2 n) \rightarrow T(n) = (1 * 16 * \log_2 16) / 8 * \log_2 8 = 8/3 \text{ saniye}$$

$$O(n^2) \rightarrow T(n) = (1 * 16^2) / 8^2 = 4 \text{ saniye}$$

$$O(n^3) \rightarrow T(n) = (1 * 16^3) / 8^3 = 8 \text{ saniye}$$

$$O(2^n) \rightarrow T(n) = (1 * 2^{16}) / 2^8 = 2^8 \text{ saniye} = 256 \text{ saniye}$$

BÜYÜME HIZI FONKSİYONLARININ ÖZELLİKLERİ

1. *Algoritmanın büyüme hızı fonksiyonundaki düşük dereceli terimleri yok sayabiliriz.*
 - $O(n^3+4n^2+3n)$, aynı zamanda $O(n^3)$ olarak ifade edilebilir.
 - Büyüme hızı fonksiyonu olarak sadece en yüksek derece kullanılabilir.
2. *Büyüme hızı fonksiyonundaki en yüksek dereceli terimin sabit çarpanını yok sayabiliriz.*
 - $O(5n^3)$, aynı zamanda $O(n^3)$ ile ifade edilir.
3. $O(f(n)) + O(g(n)) = O(f(n)+g(n))$
 - Büyüme hızı fonksiyonları birleştirilebilir.

BAZI EŞİTLİKLER

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n * (n + 1)}{2} \approx \frac{n^2}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = 1 + 4 + \dots + n^2 = \frac{n * (n + 1) * (2n + 1)}{6} \approx \frac{n^3}{3}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 0 + 1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

ÖRNEK I

```
i = 1;  
sum = 0;  
while (i <= n) {  
    i = i + 1;  
    sum = sum + i;  
}
```

maliyet

Tekrar

c1

1

c2

1

c3

n+1

c4

n

c5

n

$$\begin{aligned}T(n) &= c1 + c2 + (n+1)*c3 + n*c4 + n*c5 \\&= (c3+c4+c5)*n + (c1+c2+c3) \\&= a*n + b\end{aligned}$$

➔ Algoritma büyüme hızı: **$O(n)$**

ÖRNEK2

	<u>maliyet</u>	<u>Tekrar</u>
i=1;	c1	1
sum = 0;	c2	1
while (i <= n) {	c3	n+1
j=1;	c4	n
while (j <= n) {	c5	n*(n+1)
sum = sum + i;	c6	n*n
j = j + 1;	c7	n*n
}		
i = i + 1;	c8	n
}		
$T(n) = c1 + c2 + (n+1)*c3 + n*c4 + n*(n+1)*c5 + n*n*c6 + n*n*c7 + n*c8$ $= (c5+c6+c7)*n^2 + (c3+c4+c5+c8)*n + (c1+c2+c3)$ $= a*n^2 + b*n + c$		

→ Algoritmanın büyüme hızı fonksiyonu: **$O(n^2)$**

ÖRNEK 3

	<u>maliyet</u>	<u>Tekrar</u>
for (i=1; i<=n; i++)	c1	$n+1$
for (j=1; j<=i; j++)	c2	$\sum_{j=1}^n (j+1)$
for (k=1; k<=j; k++)	c3	$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j (k+1)$
x=x+1;	c4	$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j k$
T(n)	$= c1*(n+1) + c2*(\sum_{j=1}^n (j+1)) + c3*(\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j (k+1)) + c4*(\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j k)$ $= a*n^3 + b*n^2 + c*n + d$	

→ Algoritmanın büyüme hızı fonksiyonu: **$O(n^3)$**

ÖRNEK:SIRALI ARAMA

```
int sequentialSearch(const int a[], int item, int n){  
    for (int i = 0; i < n && a[i] != item; i++);  
    if (i == n)  
        return -1;  
    return i;  
}
```

Aranan eleman bulunamadı: → $O(n)$

Aranan eleman bulundu:

Best-Case: Aranan eleman dizinin ilk elemanı → $O(1)$

Worst-Case: Aranan eleman dizinin son elemanı → $O(n)$

Average-Case: Karşılaştırma sayısı, 1, 2, ..., n

$$\frac{\sum_{i=1}^n i}{n} = \frac{(n^2 + n)/2}{n} \rightarrow O(n)$$

İKİLİ ARAMA - BINARY SEARCH

```
int binarySearch(int a[], int size, int x) {  
    int low = 0;  
    int high = size - 1;  
    int mid;    // mid will be the index of  
                // target when it's found.  
    while (low <= high) {  
        mid = (low + high) / 2;  
        if (a[mid] < x)  
            low = mid + 1;  
        else if (a[mid] > x)  
            high = mid - 1;  
        else  
            return mid;  
    }  
    return -1;  
}
```

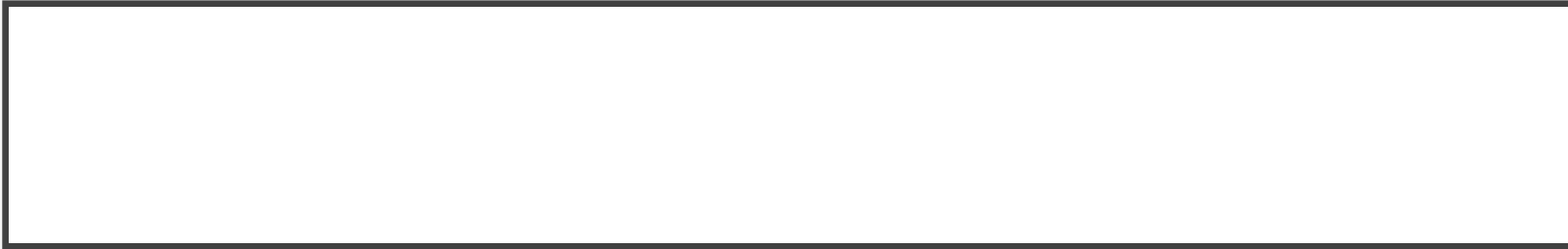
İKİLİ ARAMA: ANALİZ

- Aranan eleman bulunamadı:
 - Döngüdeki adım sayısı: $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
 $\rightarrow O(\log_2 n)$
- Aranan eleman bulundu:
 - **Best-Case:** tek adımda bulunur. $\rightarrow O(1)$
 - **Worst-Case:** Adım sayısı: $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ $\rightarrow O(\log_2 n)$
 - **Average-Case:** Adım sayısı $< \log_2 n$ $\rightarrow O(\log_2 n)$

0 1 2 3 4 5 6 7 \leftarrow 8 elemanlı bir dizi

3 2 3 1 3 2 3 4 \leftarrow # adımlar

Ortalama adım sayısı = $21/8 < \log_2 8$

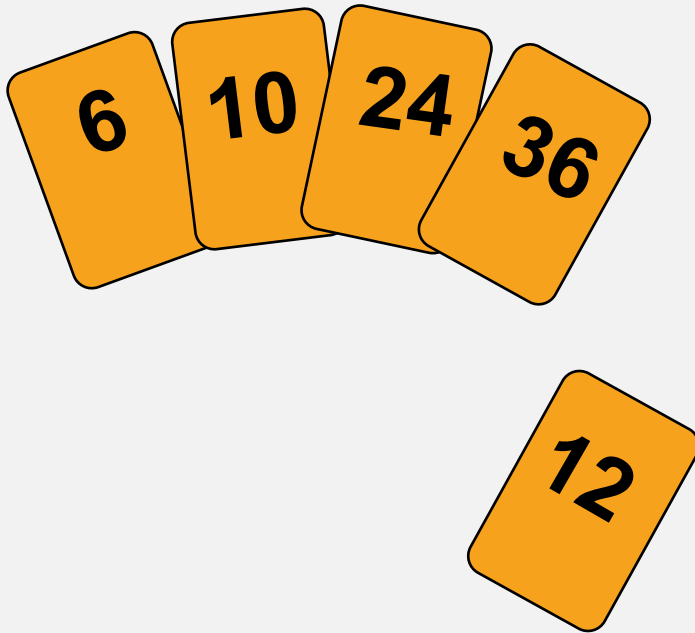


<u>n</u>	<u>$O(\log_2 n)$</u>
16	4
64	6
256	8
1024 (1KB)	10
16,384	14
131,072	17
262,144	18
524,288	19
1,048,576 (1MB)	20
1,073,741,824 (1GB)	30

INSERTION SORT

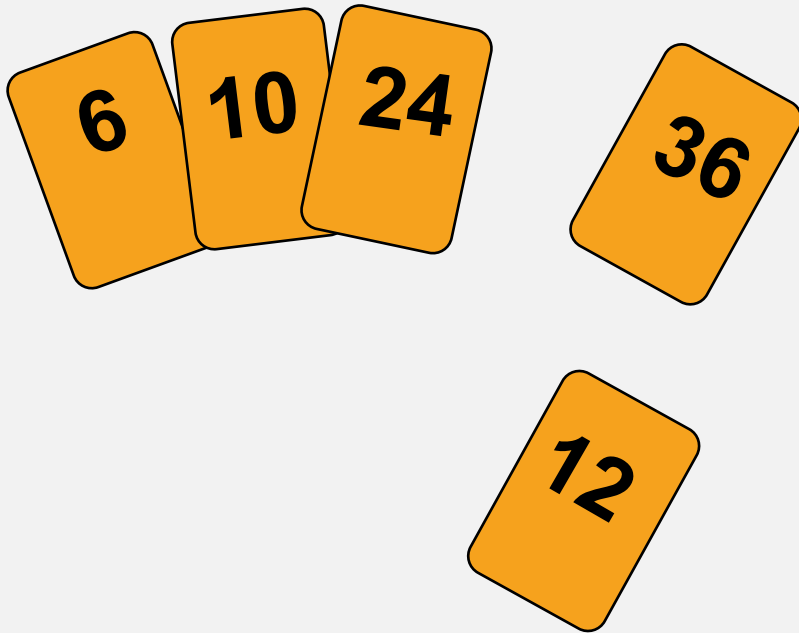
- Fikir: Oyun kartlarını sıralamaya benzer.
 - Sol elimiz boş ve masadaki kartlar resimleri aşağıda (tersyüz) olarak başlarız.
 - Masadan bir kart alırız ve onu sol elimizde uygun yere yerleştiririz.
 - Elimizdeki kartların herbiriyle sağdan sola karşılaştırırız.
 - Sol elimizde tuttuğumuz kartlar sıralıdır.
 - Bu kartlar orijinal olarak masadaki destenin en üstündeki kartlar idi.

INSERTION SORT

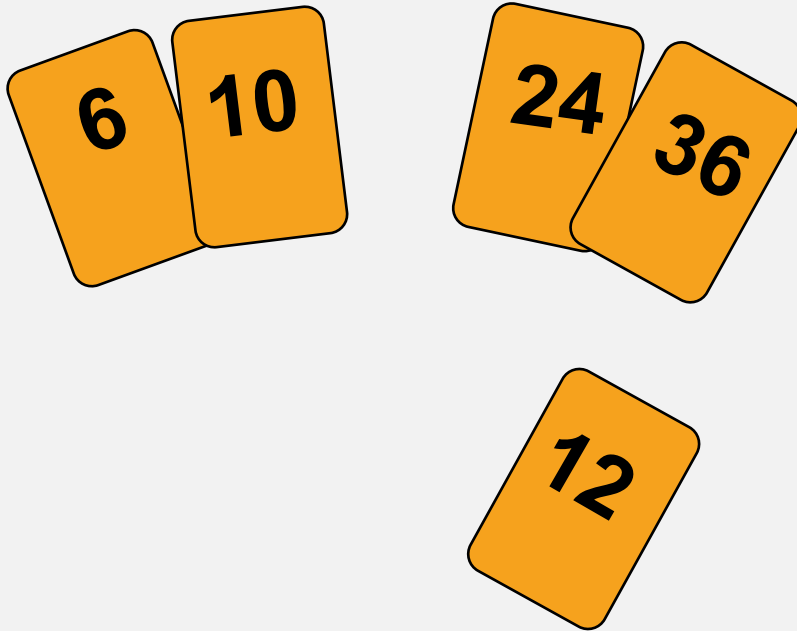


12'yi eklemek için önce 36'yı ve daha sonra 24'ü sağa kaydırmamız gerekmektedir.

INSERTION SORT



INSERTION SORT



INSERTION SORT

Giriş Dizisi

5 2 4 6 1 3

Her adımda,dizi iki alt diziye bölünür.

Sol alt dizi

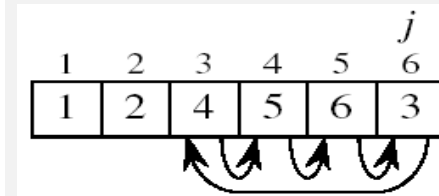
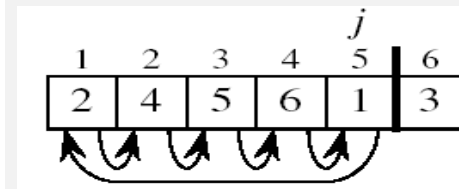
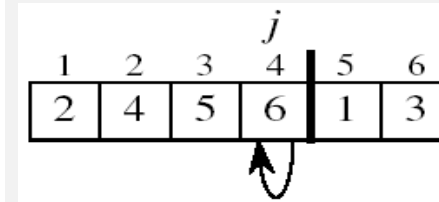
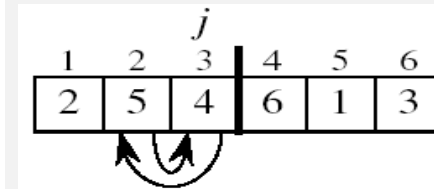
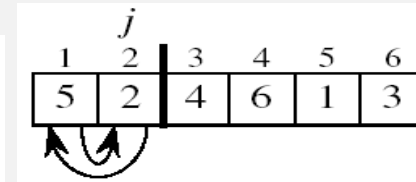
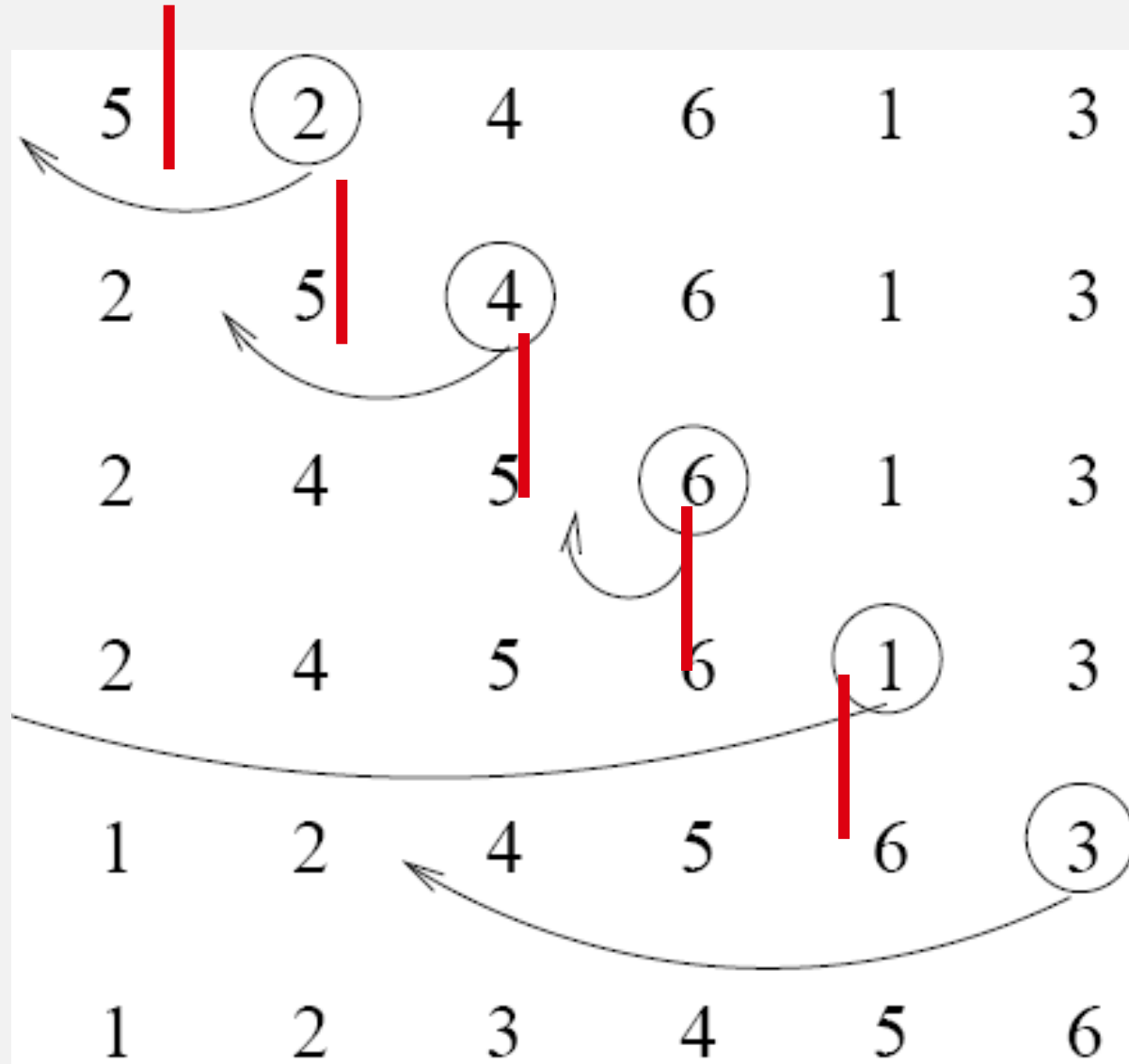
Sağ alt dizi



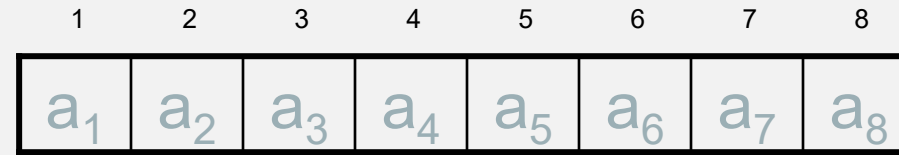
Sıralı

Sırasız

INSERTION SORT



INSERTION-SORT



Alg.: INSERTION-SORT(A)

for $j \leftarrow 2$ **to** n //2. elemandan sona kadar devam et

do $key \leftarrow A[j]$ //2. eleman yerini aradığımız key olsun

$A[j]$ sıralı $A[1 \dots j-1]$ dizisine ekle

$i \leftarrow j - 1$

while $i > 0$ and $A[i] > key$ //i. eleman key'den küçükse i dizinin başına gelene kadar azalarak devam etsin.

do $A[i + 1] \leftarrow A[i]$ //dizide key'in yeni yerini bulma

$i \leftarrow i - 1$

$A[i + 1] \leftarrow key$ //yerini bulunca key'i oraya yerleştirme

- Insertion sort elemanları dizi içinde sıralar.

INSERTION SORT DÖNGÜ İÇERİKLERİ

Alg.: INSERTION-SORT(A)

for $j \leftarrow 2$ **to** n

do $key \leftarrow A[j]$

$A[j]$ 'yi sıralı $A[1 \dots j-1]$ dizisine ekle

$i \leftarrow j - 1$

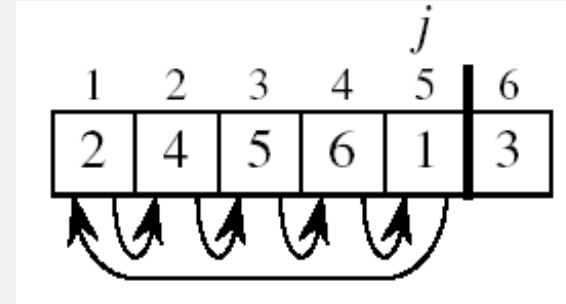
while $i > 0$ and $A[i] > key$

do $A[i + 1] \leftarrow A[i]$

$i \leftarrow i - 1$

$A[i + 1] \leftarrow key$

Invariant: **for** döngüsünün başlangıcında $A[1 \dots j-1]$ içerisindeki elemanlar sıralıdır.



DÖNGÜLERİN ÇALIŞMASI

- Döngü değişkenlerinin sınanması «induction» gibi çalışır.
- **Döngü Başlangıcı (base case):**
 - Döngünün ilk iterasyonundan önce doğru
- **Emin olma (inductive step):**
 - Döngünün bir iterasyonundan önce Doğru ise sonraki iterasyonundan önce doğru kalır.
- **Sonlanma (Termination):**
 - Döngü sonlandığında, Değişmezler algoritmanın doğru olduğunu göstermeye yardım eden yararlı özellikler verir.

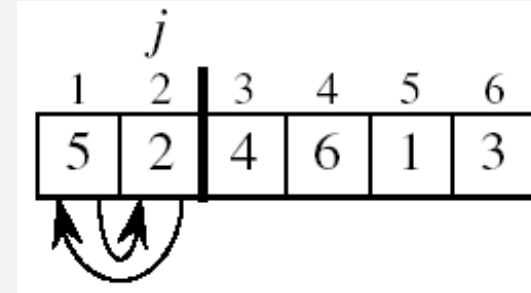
DÖNGÜ SÜREÇLERİ

- **Başlangıç:**

- İlk iterasyondan hemen önce, $j = 2$:

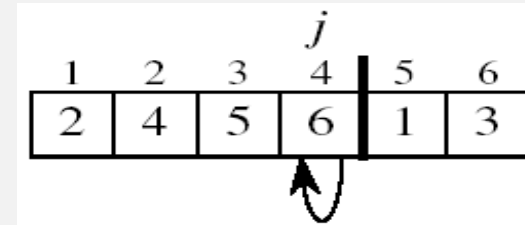
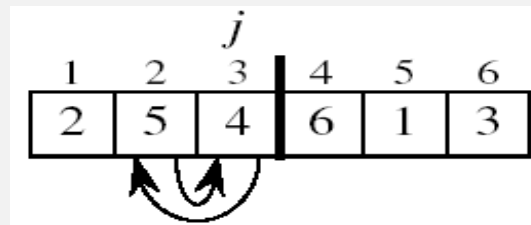
$A[1 \dots j-1] = A[1]$, alt dizisi

(1 elemanlı bir dizi doğal olarak sıralıdır.)



DÖNGÜ SÜREÇLERİ

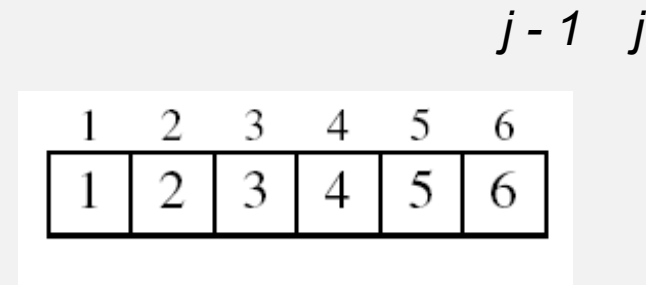
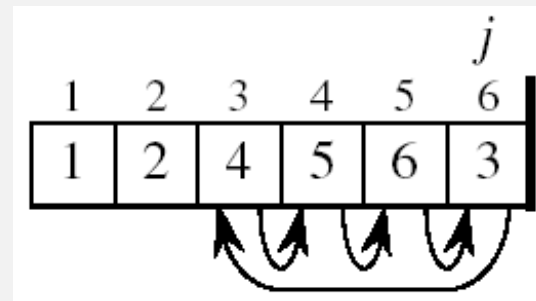
- **Maintenance: (Emin olma)**
 - İç **while döngüsü** , $key=A[j]$ değeri uygun pozisyona yerleşinceye kadar $A[j-1]$, $A[j-2]$, $A[j-3]$,... biçiminde hareket eder
 - Bu noktada, key değeri uygun pozisyona yerleşir.



DÖNGÜ SÜREÇLERİ

- **Sonlanma:**

- Dıştaki **for döngüsü** $j = n + 1 \Rightarrow j-1 = n$ olduğunda biter.
- n , loop invariant içindeki $j-1$ ile yer değiştirir.
 - $A[1 \dots n]$ alt dizisi orjinal $A[1 \dots n]$ dizisini (sıralı) içerir.



INSERTION SORT

INSERTION-SORT(A)

for $j \leftarrow 2$ **to** n

do $\text{key} \leftarrow A[j]$

 ▷ $A[j]$ 'yi sıralı $A[1 \dots j-1]$ dizisine ekle

$i \leftarrow j - 1$

while $i > 0$ and $A[i] > \text{key}$

do $A[i + 1] \leftarrow A[i]$

$i \leftarrow i - 1$

$A[i + 1] \leftarrow \text{key}$

t_j : j . İterasyonda çalıştırılan while ifadesi sayısı

cost

times

c_1

n

c_2

$n-1$

0

$n-1$

c_4

$n-1$

c_5

$\sum_{j=2}^n t_j$

c_6

$\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$

c_7

$\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$

c_8

$n-1$

$$T(n) = c_1 n + c_2 (n-1) + c_4 (n-1) + c_5 \sum_{j=2}^n t_j + c_6 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_7 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_8 (n-1)$$

EN İYİ DURUM ANALİZİ (BEST CASE ANALYSIS)

- Dizi zaten sıralıdır. “**while** $i > 0$ and $A[i] > \text{key}$ ”

- **while** döngüsü testi ilk çalıştığında $A[i] \leq \text{key}$ olur ($i=j-1$)

(küçükten büyüğe zaten sıralı olduğu için key, $A[i]$ 'den zaten büyük)

- $t_j = 1$ (her turda sadece 1 karşılaştırma)

- $$T(n) = c_1n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5(n-1) + c_8(n-1) = (c_1 + c_2 + c_4 + c_5 + c_8)n + (c_2 + c_4 + c_5 + c_8)$$
$$= an + b = \Theta(n)$$

$$T(n) = c_1n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5 \sum_{j=2}^n t_j + c_6 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_7 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_8(n-1)$$

EN KÖTÜ DURUM ANALİZİ (WORST CASE ANALYSIS)

- Dizi tersten sıralıdır. **“while i > 0 and A[i] > key”**
- **while** döngüsü testinde her zaman $A[i] > key$ olacaktır.
- Key j’nci pozisyonun solundaki bütün elemanlarla karşılaştırılır
(j. elemanı \Rightarrow karşılaştır j-1 eleman ile $\Rightarrow t_j = j$)

$$\sum_{j=1}^n j = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \sum_{j=2}^n j = \frac{n(n+1)}{2} - 1 \Rightarrow \sum_{j=2}^n (j-1) = \frac{n(n-1)}{2}$$

Elimizde olanların özdeşlikleri:

$$T(n) = c_1 n + c_2 (n-1) + c_4 (n-1) + c_5 \left(\frac{n(n+1)}{2} - 1 \right) + c_6 \frac{n(n-1)}{2} + c_7 \frac{n(n-1)}{2} + c_8 (n-1)$$
$$= an^2 + bn + c \quad \text{Karesel bir fonksiyon}$$

- $T(n) = \Theta(n^2) \Rightarrow$ Büyüme derecesi: n^2

$$T(n) = c_1 n + c_2 (n-1) + c_4 (n-1) + c_5 \sum_{j=2}^n t_j + c_6 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_7 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_8 (n-1)$$

INSERTION SORT ALGORİTMASINDAKİ KARŞILAŞTIRMA VE YER DEĞİŞTİRMELER

INSERTION-SORT(A)

for $j \leftarrow 2$ **to** n

do $\text{key} \leftarrow A[j]$

Insert $A[j]$ 'yi sıralı diziye $A[1 \dots j-1]$

$i \leftarrow j - 1$

$\approx n^2/2$ karşılaştırma

while $i > 0$ and $A[i] > \text{key}$

do $A[i + 1] \leftarrow A[i]$

$i \leftarrow i - 1$ $\approx n^2/2$ yerdeğiştirme

$A[i + 1] \leftarrow \text{key}$

cost times

c_1 n

c_2 $n-1$

0 $n-1$

c_4 $n-1$

c_5 $\sum_{j=2}^n t_j$

c_6 $\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$

c_7 $\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$

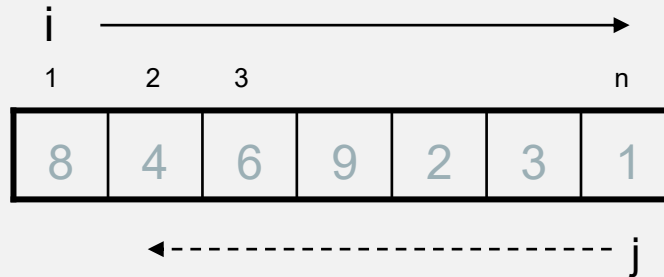
c_8 $n-1$

GENEL DEĞERLENDİRME

- Avantaj:
 - Zaten sıralı bir dizi için iyi bir çalışma zamanına sahiptir: $\Theta(n)$
- Dezavantaj:
 - Ortalama ve en kötü durumlarda çalışma zamanı $\Theta(n^2)$ olur.
 - $\approx n^2/2$ karşılaştırma ve yer değiştirme

BUBBLE SORT

- İşletim :
 - Tekrar tekrar dizinin elemanları test edilerek dizi taranır.
 - Büyüklük küçüklük durumuna göre komşu elemanla yer değiştirilir.



- İşletimi kolay olmasına rağmen çalışma zamanı kötü ($O(n^2)$) bir algoritma
- İşletimi kolaydır, Fakat Insertion sort algoritmasından daha yavaştır.

ÖRNEK

8	4	6	9	2	3	1
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ ←----- j

8	4	6	9	2	1	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ ←----- j

8	4	6	9	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ ←----- j

8	4	6	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ ←----- j

8	4	1	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ ←----- j

8	1	4	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ j

41

1	8	4	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 1$ j

1	8	4	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 2$ j

1	2	8	4	6	9	3
---	---	---	---	---	---	---

$i = 3$ j

1	2	3	8	4	6	9
---	---	---	---	---	---	---

$i = 4$ j

1	2	3	4	8	6	9
---	---	---	---	---	---	---

$i = 5$ j

1	2	3	4	6	8	9
---	---	---	---	---	---	---

$i = 6$ j

1	2	3	4	6	8	9
---	---	---	---	---	---	---

$i = 7$

j

BUBBLE SORT

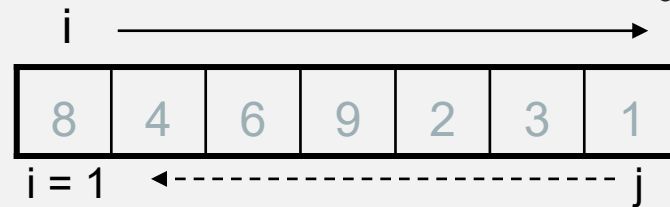
Alg.: BUBBLESORT(A)

for $i \leftarrow 1$ **to** $\text{length}[A]$

do for $j \leftarrow \text{length}[A]$ **downto** $i + 1$

do if $A[j] < A[j - 1]$

then exchange $A[j] \leftrightarrow A[j - 1]$



BUBBLE-SORT ALGORİTMASININ ÇALIŞMA ZAMANI (RUNNING TIME) ANALİZİ

Alg.: BUBBLESORT(A)

for $i \leftarrow 1$ **to** $\text{length}[A]$

c_1

do for $j \leftarrow \text{length}[A]$ **downto** $i + 1$

c_2

Karşılaştırmalar: $\approx n^2/2$

do if $A[j] < A[j - 1]$

c_3

Yerdeğiştirme: $\approx n^2/2$

then exchange $A[j] \leftrightarrow A[j-1]$

c_4

$$\begin{aligned} T(n) &= c_1(n+1) + c_2 \sum_{i=1}^n (n-i+1) + c_3 \sum_{i=1}^n (n-i) + c_4 \sum_{i=1}^n (n-i) \\ &= \Theta(n) + (c_2 + c_3 + c_4) \sum_{i=1}^n (n-i) \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n (n-i) = \sum_{i=1}^n n - \sum_{i=1}^n i = n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

Böylece, $T(n) = \Theta(n^2)$

SELECTION SORT

- İşletim:
 - Dizideki en küçük elemanı bul
 - En küçük elemanı dizinin ilk elemanı ile yer değiştir.
 - Dizinin ikinci en küçük elemanını bul ve bunu dizinin ikinci indisindeki elemanla yer değiştir.
 - Dizi sıralanıncaya kadar bu işlemlere devam et.
- Dezavantaj:
 - Çalışma zamanı, dizideki elemanların düzenine çok az bağlı, eleman sayısını artması durumunda çok maliyetli.

ÖRNEK:

8	4	6	9	2	3	1
---	---	---	---	---	---	---

1	4	6	9	2	3	8
---	---	---	---	---	---	---

1	2	6	9	4	3	8
---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	9	4	6	8
---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	9	6	8
---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	6	9	8
---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	6	8	9
---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	6	8	9
---	---	---	---	---	---	---

SELECTION SORT

Alg.: SELECTION-SORT(A)

$n \leftarrow \text{length}[A]$

for $j \leftarrow 1$ **to** $n - 1$ //dizinin başından sonunda kadar git

do $ek \leftarrow j$ //ek=1. eleman olsun

for $i \leftarrow j + 1$ **to** n //sonraki elemanları teker teker kontrol et, ek'den küçükse ek olarak ata

do if $A[i] < A[ek]$

then $ek \leftarrow i$

 exchange $A[j] \leftrightarrow A[ek]$ //bu türde kontrol bitince, dizinin ilk indisine ek yerleştir

8	4	6	9	2	3	1
---	---	---	---	---	---	---

SELECTION SORT ALGORİTMASININ ANALİZİ

Alg.: SELECTION-SORT(A)

$n \leftarrow \text{length}[A]$

for $j \leftarrow 1$ **to** $n - 1$

do $ek \leftarrow j$

$\approx n^2/2$
comparisons

for $i \leftarrow j + 1$ **to** n

do if $A[i] < A[ek]$

$\approx n$
exchanges

then $ek \leftarrow i$

exchange $A[j] \leftrightarrow A[ek]$

cost times

c_1 1

c_2 n

c_3 $n-1$

c_4 $\sum_{j=1}^{n-1} (n-j+1)$

c_5 $\sum_{j=1}^{n-1} (n-j)$

c_6 $\sum_{j=1}^{n-1} (n-j)$

c_7 $n-1$

47

$$T(n) = c_1 + c_2 n + c_3 (n-1) + c_4 \sum_{j=1}^{n-1} (n-j+1) + c_5 \sum_{j=1}^{n-1} (n-j) + c_6 \sum_{j=2}^{n-1} (n-j) + c_7 (n-1) = \Theta(n^2)$$