

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ



İKİ BOYUTLU KARARLI ISI İLETİM PROBLEMLERİ İÇİN
GÖRSEL YAZILIM GELİŞTİRİLMESİ

MAKİNE ANA TASARIM TEZİ

ÇALIŞMAYI YAPAN
Barış Çelik

YÖNETEN
Prof. Dr. Cihat Arslantürk

ERZURUM
2016

ÖNSÖZ

Mühendislik problemlerinin çözümü için bugüne kadar birçok farklı yöntem geliştirilmiştir. Ancak; son yüzyılda elektronik hesap makineleri ve devamında bilgisayarların yüksek işlem kapasitelerine sahip hale getirilmesi, bilimsel çözüm metodlarında, daha çok aşamalı ve elle çözüme uygun olmayan sayısal yöntemlerin uygulanmasına olanak tanımıştır.

Bu çalışmanın mühendislik ya da fiziğin, özellikle ısı transferi ile ilgili dallarında eğitim gören öğrencilere ve hayata bilimin meraklı bakışlarıyla bakanlara çok küçük ölçekli de olsa bir örnek teşkil edebilir mahiyette olması, en önemli övünç kaynağıdır.

Birey, toplum ve ülke bazında, bilime, bilimsel çalışmalara ve bilim insanlarına verilen önemin, payın artması ve yeni ufuklar yaratacak insanların önlerinin açılmasına olanak sağlanması, geleceğimizin teminatı adına en büyük temennidir.

TEŞEKKÜR

Bilimsel heyecanını aktaran, çalışmamızda yol gösteren Prof. Dr. Cihat Arslantürk'e, hayatını öncelikle insanlığa, daha sonra bilime ve eğitime adanmış her insana teşekkür ederim.

ÖZET

Isı transferi alanında, sabit geometride sıcaklık dağılımının analizini yapmak için mevcut yöntemler arasından öne çıkan yöntem, sonlu farklar yöntemidir. Uygulamasının kolaylığı, analizin hassasiyeti özellikle basit geometriler için sonlu farklar yöntemini önemli kılmaktadır.

Dikdörtgensel geometriye sahip, ısı iletim ya da taşınım katsayısı tayin edilebilen levhadaki sıcaklık dağılımları üzerinde çalışılmıştır. Yazılım, bu geometriye ait problemlerin adyabatik, taşınım veya iletim sınır şartlarında analizlerini yapabilmektedir.

Yazılım, problemi üç farklı biçimde çözüp bunlar arasında karşılaştırma yapabilmektedir. Monte Carlo Simülasyonu, ağ yapısı ve iteratif sonlu farklar yöntemi ile yaklaşık çözüm süresinin ve sıcaklıkların karşılaştırılması yapılabilmektedir.

Analiz esnasında lineer cebir çözümü için sayısal yöntemler kullanılmıştır. Yazılım, hassasiyeti ve buna paralel olarak işlem süresi değiştirilebilir biçimde tasarlanmıştır. Çıktıları; kararlı hal sıcaklık dağılım grafiği, yöntemle göre çözüm süresi ve sıcaklık değerleri, ağ yapısının (mesh) grafiksel gösterimi halindedir.

Yapılan çalışmalarda, *QT C++* ve *Armadillo* kütüphaneleri kullanılmış ve *QT GUI* ile grafiksel ara yüz tasarlanmıştır. Yazılım, çok dilli, çapraz platform, açık kaynak ve *GIT* sürüm kontrol sistemi (github.com) ile evrensel olarak geliştirmeye açıktır.

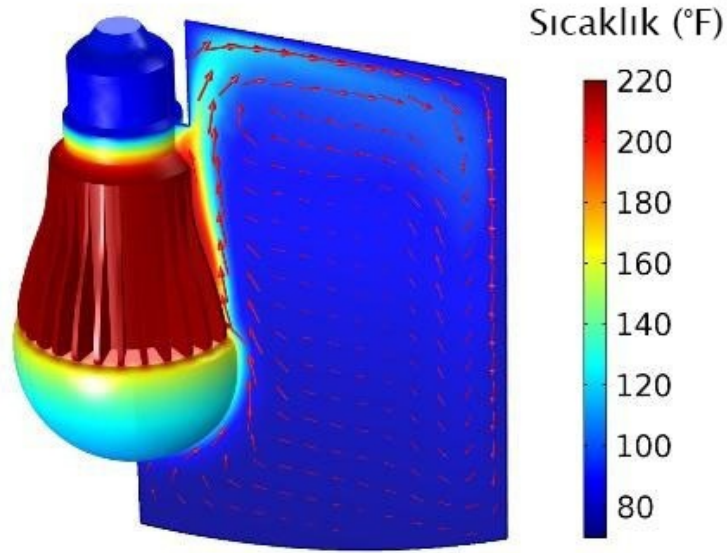
İçindekiler

ÖNSÖZ.....	i
ÖZET.....	iii
1. GİRİŞ.....	1
2. TERMODİNAMİK KANUNLARI.....	2
2.2. Sıfırıncı Kanun.....	2
2.3. Birinci Kanun.....	3
2.4. İkinci Kanun.....	3
2.5. Üçüncü Kanun.....	4
3. ISI TRANSFER MEKANİZMALARI.....	5
3.2. Isı İletimi (Kondüksiyon).....	5
3.3. Fourier Isı İletim Yasası.....	6
3.4. Isı Taşınımı (Konveksiyon).....	7
3.4.1. Newton'un Viskoz Gerilimler Yasası.....	7
3.4.2. Newton'un Soğuma Yasası.....	8
3.5. Isı Işınımı (Radyasyon).....	9
3.5.1. Stefan-Boltzmann Yasası.....	10
4. SONLU FARKLAR YÖNTEMİ.....	11
4.1. Yöntemin Temeli.....	11
4.2. Hassasiyet ve Mertebe.....	12
5. YÖNTEMLER.....	14
5.1. Ağ Yapısı Yöntemi (Klasik Mesh).....	14
5.2. İteratif Yöntem.....	18
5.2.1. Çözüm aşamaları.....	20
5.3. Monte Carlo Simülasyonu.....	21
5.4. Değişkenlere Ayırma Yöntemi (Analitik Yöntem).....	24
5.4.1. Örnek problem.....	24
6. YAZILIM.....	26
7. DEĞERLENDİRMELER VE SONUÇLAR.....	30
7.1. Bilinen Hatalar ve Kusurlar (Bug).....	31

7.2. Yapılması Gerekenler.....	31
KAYNAKLAR.....	32

1. GİRİŞ

Isı transferi problemleri, tıpkı diğer fizik problemleri gibi kısmi diferansiyel denklemlerle çözülür. Kısmi diferansiyel denklemleri çözüp sistemin her elemanını formüle etmek kolay bir işlem değildir. Yüksek birikim, tecrübe ve zaman gerektirir. Esasında bu noktadaki sorun, edinilebilir olan birikim ya da tecrübe değil zaman ve çaba faktörüdür.



Şekil 1 Karmaşık bir geometri (LED Ampul) için düzenli hava akışı ve kararlı hal sıcaklık dağılımı

Isı transferi problemlerinin çözümünde bunların dışında birçok engel de olabilir. Karmaşık geometriye sahip cisimlerde sistemi deneysel veriler olmadan formüle etmek uzun süreli çalışmalar gerektirir. Örneğin; yukarıdaki şekilde görülen ampulün kararlı hal sıcaklık dağılımını analitik çözüm yöntemleriyle tespit etmek oldukça zordur.

Analitik çözüm yerine tercih edilen sayısal yöntemler, bu noktadan yola çıkılarak geliştirilmiştir. Cismin tamamını formüle etmek yerine, cismi parçalayarak komşu elemanlar arasındaki formülasyondan yola çıkıp yaklaşık çözümler yaparlar. Isı transferinde kullanılan tüm bu yöntemlerin ortak yanı, enerji dengesinden yola çıkılmasıdır. Isı transferinde termodinamiğin yasaları geçerlidir.

2. TERMODİNAMİK KANUNLARI

Evrenin işleyişini termodinamiğin yasaları belirler. Termodinamik bilimin heyecan verici ana konularından olmasını, felsefe tabanına borçludur. Filozoflar, yüzyıllarca evrendeki varlığı, enerjiyi ve doğanın değiştirilemez olarak varsayılan kanunlarını sorgulamışlardır.

Bu görüşlerden etkilenen bilim insanları, çeşitli tezler ortaya atmıştır. Daha sonra bunların üzerinde uzun süre düşünerek termodinamiğin yasaları konusunda fikir birliğine varmışlardır¹.

2.2. Sıfırıncı Kanun

1931 yılında Ralph H. Fowler tarafından tanımlanan bu kanun; temel bir fizik ilkesi olarak karşımıza çıktığı ve doğal olarak termodinamiğin 1. ve 2. kanunlarından önce gelme zorunluluğu doğduğu için "sıfırıncı kanun" adını almıştır.

Termodinamiğin bu en basit kanununa göre eğer iki sistem, birbiriyle etkileşim içerisindeyken aralarında ısı veya madde alışverişi olmuyorsa bu sistemler, termodinamik dengededir.

Daha basit bir ifadeyle farklı sıcaklıklara sahip iki cisim arasında ısı alışverişine dayalı bir temas olursa sıcak olan cisim soğur, soğuk olan cisim ısınır. İşin temelinde, iki farklı sıcaklığa sahip iki cisim arasında gerçekleşen ısı akışının sıcak cisimden soğuk cisme doğru gerçekleştiği gerçeği yatar. Bazı soğuk cisimlerin sıcak, bazı sıcak cisimlerin de soğuk algılanması mümkündür. Örneğin; $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ sıcaklık, kategorik olarak soğuk sınıfında düşünülebilirse de $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ' ye göre daha sıcaktır. Isı akışını sıcaktan soğucağıdır. Sıcaklık; malzemenin atomlarında bulunan elektronlarının kinetik enerjisine etki eden bir faktördür. Elektronlar, her zaman temel enerji seviyesinde olacak şekilde

¹ Termodinamiğin sıfırıncı kanunu 1931 yılında Ralph H. Fowler tarafından tanımlanmıştır ve kanun olarak kabul edilmiştir.

davranış gösterir. Kinetik enerjilerinin fazlasını aktarma ve temel enerji seviyesine dönme isteği hâkimdir. Sıcaklık, malzeme içinde atomların titreşmesi ile iletilir. Bu nedenledir ki ısı akışı, sıcak cisimden soğuk cisme doğru gerçekleşir.

2.3. Birinci Kanun

Birinci kanun, bir sistemin iç enerjisindeki değişimin sisteme verilen ısı ile sistemin çevresine uyguladığı işin toplamına eşit olduğunu söyler. Enerjinin korunumu yasası olarak bilinir.

$$U_2 - U_1 = Q + W \quad (0)$$

Enerji yoktan var, vardan yok edilemez; sadece bir şekilden diğerine dönüşür. (Error: Reference source not found) denklemindeki ifadelerin tanımları aşağıdaki gibidir:

Q : Çevrim boyunca net ısı alışverişi (transferi)

W : Çevrim boyunca net iş alışverişi

$U_2 - U_1$: Çevrim boyunca sistemin iç enerjisindeki değişim

2.4. İkinci Kanun

İkinci kanunun tek cümleye indirgenmesi gerekirse; bir ısı kaynağından ısı çekip buna eşit miktarda iş yapan ve başka hiçbir sonucu olmayan bir döngü elde etmek imkânsızdır². Termal olarak izole edilmiş bir sistemin entropisi³ hiçbir zaman azalmaz. Sisteme dışarıdan enerji verilmediği sürece, düzenden düzensizliğe, düzensizlikten kaosa bir akış vardır. Örnek olarak; bir bardağı kırarken harcanan enerjiden az enerji onu eski haline getiremez.

² Kelvin-Planck Bildirisi

³ Entropi, bir sistemin mekanik işe çevrilemeyecek termal enerjisidir. Sistemin düzensizliği olarak da tanımlanabilir.

Doğada gerçekleşen her iş olayı için ısı transferi kaçınılmazdır. Enerjinin korunumu yasasında tarif edildiği gibi; enerji yok olmaz, biçim değiştirir.

2.5. Üçüncü Kanun

Bu yasa herhangi bir maddeyi mutlak sıfır (0 K) noktasına kadar soğutmanın imkansız olduğunu söyler.

Sıcaklık mutlak sıfıra yaklaştıkça, sistemin entropisi bir sabite yaklaşır. Bu sayının sıfır değil de bir sabit olmasının sebebi, bütün hareketler durmasına ve buna bağlı olan belirsizliklerin yok olmasına rağmen kristal olmayan maddelerin moleküler dizilimlerinin farklı olmasından kaynaklanan bir belirsizliğin hala mevcut olmasıdır. Ayrıca üçüncü yasa sayesinde maddelerin mutlak sıfırdaki entropileri referans alınmak üzere kimyasal tepkimelerin incelenmesinde çok yararlı olan mutlak entropi tanımlanabilir.

3. ISI TRANSFER MEKANİZMALARI

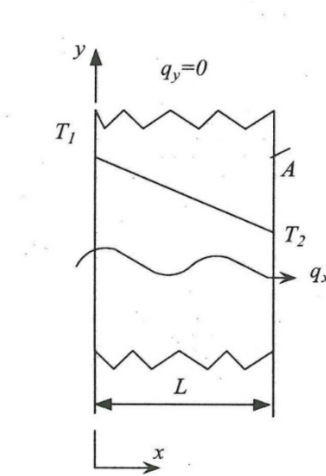
Termodinamiğin ikinci yasasına göre, iki ortam arasında sıcaklık farkı varsa, ısı yüksek sıcaklıktaki ortamdan düşük sıcaklıktaki ortama geçmektedir. Isının geçişi ortam sıcaklıklarındaki farka bağlı olduğu kadar, ortam ve yüzeylerinin özelliklerine de bağlı olmaktadır.

Isı transferi, çay kaşığı ve çayın sıcaklığını zamanının bir fonksiyonu olarak tahmin etmek için kullanılmaktadır.

Bu sebeple ısı transferi sistemi birbirinden farklı üç başlık altında incelenmektedir.

3.2. Isı İletimi (Kondüksiyon)

Bir cismin farklı sıcaklıktaki bölgeleri arasında, birbirleriyle temas halindeki parçacıklardan, yüksek enerji seviyesinde bulunanlardan, düşük enerji seviyesinde bulunanlara doğru geçen enerji, iletimle ısı geçişi olarak ifade edilmektedir. Enerji geçişi katı, sıvı ve gaz ortamında gerçekleşmektedir.



Şekil 2 İhmal edilebilir kalınlıkta levha

3.3. Fourier Isı İletim Yasası

Şekil 2 ile gösterilen ve diğer iki boyutu l kalınlığına göre oldukça büyük olduğu için iki boyutlu kabul edilebilir olan düz bir levha örnek alınmaktadır.

A levhanın yüzey alanı, T_1 ve T_2 levha yüzey sıcaklıkları.

($T_1 > T_2$) olsun. Sıcaklık geçişi T_1 (sıcak) yüzeyinden T_2 (soğuk) yüzeyine doğru olmaktadır. Sıcaklık zamanla değişmemektedir. Deneyler ısı geçişinin,

$$q = A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

Şeklinde olduğunu göstermektedir. Yukarıdaki ifadede görüldüğü gibi, katı bir cisimden ısı geçiş hızı ($T_1 - T_2$) sıcaklık farkı ve A yüzeyi ile doğru, L levha kalınlığı ile ters orantılıdır. Orantı kat sayısı k , yukarıdaki ifadenin içine yerleştirilirse,

$$q = -kA \frac{(T_2 - T_1)}{L} \quad (0)$$

Şeklinde elde edilmektedir. Burada k malzemenin bir özelliği olup, ısı iletim katsayısı olarak tanımlanmaktadır. Termodinamiğin 2.yasası gereği ısı iletimi sıcaklığın azaldığı yönde olmaktadır. Bu nedenle sıcaklık farkı ile ısı akısı ters işaretlidir. Pozitif yönde ısı geçişi elde etmek için, yukarıdaki ifadenin önüne $-$ işareti konulmaktadır. Verilen ifade gerçekte aşağıda gösterildiği gibi olmaktadır.

$$k = \frac{-(q/A)L}{(T_2 - T_1)}$$

k ısı iletim katsayısının boyutu SI birim sisteminde W/mK veya $W/m^\circ C$ 'dir.

Isı iletim katsayısı birim kalınlıkta sıcaklık artışı için iletilen ısı transfer hızıdır ve malzemedan malzemeye değişmektedir. Basınca göre değişimi sıcaklığa göre değişiminden daha az olması nedeniyle ihmal edilmektedir. Bu sebeple, ısı iletim katsayısı sıcaklığın bir fonksiyonu olarak kabul edilebilir. Birçok durumda ısı iletim katsayısı aşağıda verilen ifadede görüldüğü gibi sıcaklığa göre lineer olarak değişmektedir.

$$k(T) = k_0(1 + \beta T)$$

Burada, $k_0 = k(T_0)$ olup,

T_0 referans sıcaklığı, β ısı iletiminin sıcaklık katsayısı. Birimi $1/K$ 'dir.

Isı geçişi Fourier ısı iletim yasasında k yerine yukarıdaki ifade konulursa,

$$q = \frac{(k_0 A)}{\Delta x} (T_2 - T_1) + \frac{b}{2} (T_2^2 - T_1^2) \quad (0)$$

bağıntısı elde edilmektedir.

3.4. Isı Taşınımı (Konveksiyon)

Bir ortamda iletim ve ışınlama ısı geçişinin yanında, eğer ortam hareketli ise, taşınım ısı geçişi olmaktadır. Taşınım ısı geçişi akışkan özelliklerine, akış hızına ve sıcaklık farkına bağlıdır. Taşınım, sıcaklıkları farklı hareketli bir ortam ile bu ortamı çevreleyen yüzey arasında gerçekleşmektedir.

3.4.1. Newton'un Viskoz Gerilimler Yasası

Newtonien akışkanlarda viskoz gerilimler için bir boyutlu olarak,

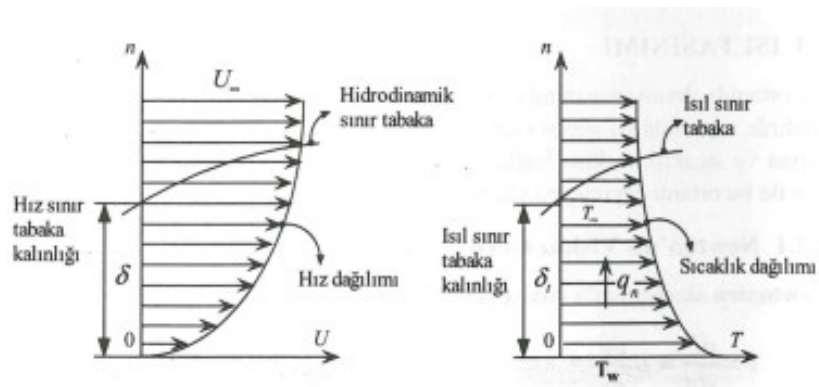
$$\tau = \frac{dF}{dA} = \mu \frac{du}{dy} \quad (0)$$

bağıntısı yazılmaktadır. Burada,

μ akışkanın özelliği ile ilgili dinamik viskoziteyi, y cidardan olan uzaklığı, dA diferansiyel alanı, dF diferansiyel kayma kuvvetini, τ kayma gerilmesini ifade etmektedir.

3.4.2. Newton'un Soğuma Yasası

Bir katı yüzey üzerinden T_∞ sıcaklıkta bir akışkanın aktığı düşünülürse yüzey ile temasta olan akışkan parçacıklarının hızları sıfırdır. Diğer akışkan parçacıkları durgun parçacıklar üzerinden kaymaktadırlar. Viskoz kuvvetler nedeniyle, cidarda parçacıkların sürüklenmesi engellenmektedir. Viskoz kuvvetlerin etkisi yüzeyden başlayarak akış merkezine doğru azalmaktadır ve nihayet sınır tabaka kalınlığından sonra, parçacıkların hızı akışkan hızına ulaşmaktadır. Eğer katı yüzey sıcaklığı ile akışkan sıcaklığı arasında bir sıcaklık farkı varsa, bu takdirde yüzeyden durgun akışkan parçacıklarına doğru iletimle ısı geçişi olacaktır. Bu durumda yüzeydeki akışkan parçacıkları T_w yüzey sıcaklığına eşit olmaktadır ve sınır tabaka kalınlığı içinde asimptotik olarak serbest akış sıcaklığı olan T_∞ değerine ulaşmaktadır.



Şekil 3 Viskoz etkinin şematize edilmesi

$$q_n = -k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial n} \right)_\omega \quad (0)$$

Burada,

k_f akışkanın ısı iletim katsayısı, T_f akışkan sıcaklığını, n yüzeye dik doğrultuyu, ω türevin yüzey boyunca olduğunu göstermektedir. Newton katı bir yüzeyele temasta olan hareketli bir akışkan arasında birim alandan birim zamana geçen ısı akısını,

$$q = h(T_\omega - T_f) \quad (0)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Burada T_ω yüzey sıcaklığını, T_f sınır tabaka dışındaki akışkan sıcaklığını, h taşınım katsayısını göstermektedir. Bu ifade Newton'un soğuma yasası olarak adlandırılmaktadır.

Isı transferi proseslerinde, akışkanın hareketi bir pompa veya fan yardımıyla gerçekleştirilirse, zorlanmış taşınım olarak adlandırılmaktadır. Eğer akışkan hareketi yoğunluk farkı nedeniyle kütsel bir kuvvet etkisiyle gerçekleşirse, bu tür ısı taşınım olayına doğal taşınım denir.

$$q_n = hA(T_\omega - T_\infty) = \frac{T_\omega - T_\infty}{\frac{1}{hA}} \quad (0)$$

yukarıdaki ifadede verilen $R = 1/hA$ değeri ısı taşınım direnci olarak adlandırılmaktadır.

3.5. Isı Işınımı (Radyasyon)

Isı ışınlımında enerji, fiziksel bir ortam olmaksızın elektromanyetik dalgalar yardımıyla yayılarak geçmektedir. Tüm cisimler (katı, sıvı, gaz) yüksek sıcaklıklarda elektromanyetik dalgalar şeklinde enerjiyi hem yayar hem de yutarlar. Yüzeye gelen

ışınımın bir kısmı geri yansır, bir kısmı cisim tarafından soğurulur ve geri kalan kısmı ise yüzeyden geçmektedir. Yüzeyi geçen ışıının çok kısa bir kalınlıkta yutulmaktadır. Yutulan ışıının iç enerjiye dönüşürse böyle cisimler opak (donuk) yüzey olarak adlandırılmaktadır. Donuk yüzeyler arasındaki ışıınım yüzey ışıını denilmektedir. Yüzeye gelen ışıının yansıyan kısmı (reflektiviti) yansıma katsayısı p , yutulan kısmı (absorbtiviti) yutma katsayısı α ve geçen kısmı (transmissiviti) geçirme katsayısı τ ile verilmektedir. Gelen ışıının 1 birim ise,

$p + \alpha + \tau = 1$ yazılabilir. Opak cisimler için $\tau = 0$ dır.

Siyah bir cisim için $\alpha = 1$ alınır. Siyah cisme en yakın yüzeyler siyah karbon ve siyah platindir.

3.5.1. Stefan-Boltzmann Yasası

Bir yüzeyin birim alanından birim zamanda ışıının yayma gücü, yüzeyin mutlak sıcaklığının dördüncü kuvveti ile orantılıdır. Bu ifade,

$$E_b = \sigma T^4 \quad (0)$$

şeklindedir. Burada σ Stefan-Boltzmann sabiti, T mutlak sıcaklık, E_b siyah cisim için yayma gücüdür. SI birim sisteminde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / M}^2 \text{ K}^4$ şeklindedir.

4. SONLU FARKLAR YÖNTEMİ

Sınır değer problemlerinin sayısal çözümünde sık kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntem uygulamasının kolay olması ve doğru uygulandığı takdirde düşük işlem zamanında yüksek hassasiyet göstermesi nedeniyle basit geometrilerde bir adım öne çıkmaktadır.

Kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için kullanılan bu sayısal yöntem, çözümde, sonlu fark formülasyonlarıyla analitik çözüme yakınsama yapar.

4.1. Yöntemin Temeli

Sonlu farklar yönteminin esası türev işleminin fonksiyon değerleri ile ifade edilmesinde dayanır. Fonksiyon değerleri ile ifade edilen türev işlemleri diferansiyel denklemlerde yerine konulduğunda bir cebrik denklem elde edilir. Bu denklemde bilinmeyen fonksiyonun belirli noktalarda değerleri vardır. Bu denklem çeşitli noktalarda yazılarak elde edilen cebrik denklem sistemi çözülerek bilinmeyen fonksiyon nokta nokta elde edilir. Taylor polinomu açıldığında;

$$f(x_0+h)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}h+\frac{f''(x_0)}{2!}h^2+\dots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n+R_n(x)$$

$R_n(x)$ terimi esas fonksiyon ile n . terim arasındaki farkı ifade eder. Yukarıdaki fonksiyonun birinci türevi alınırsa;

$$f(x_0+h)=f(x_0)+f'(x_0)h+R_1(x)$$

haline gelir. $x_0=a$ ifadesi yerine konulup tüm eşitlik h ifadesine bölündüğünde;

$$\frac{f(a+h)}{h} = \frac{f(a)}{h} + f'(a) + \frac{R_1(x)}{h}$$

buradan $f'(a)$ ifadesi çekilirse

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} - \frac{R_1(x)}{h}$$

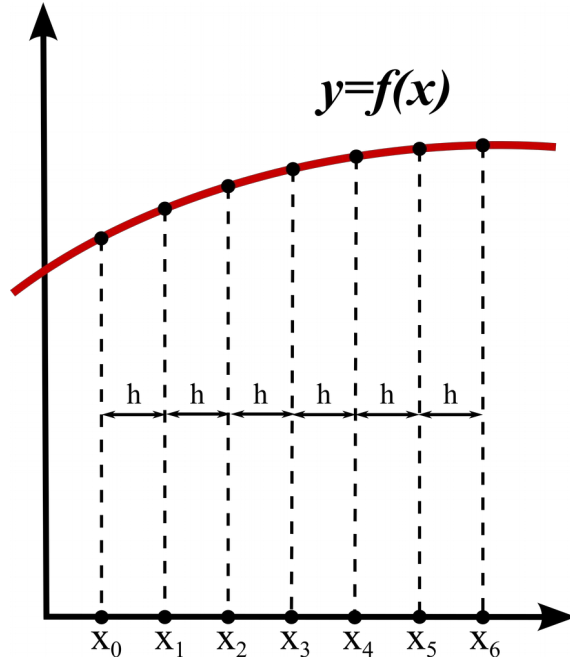
halini alır. $R_1(x)$ ifadesinin çok küçük olduğu varsayılırsa denklem son halini alır.

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad (0)$$

4.2. Hassasiyet ve Mertebe

Çözüm yöntemindeki hata, sayısal yöntemin sonucunda bulunan yakınsak değer ile analitik çözüm arasındaki farkı temsil etmektedir. Sonlu farklar yönteminde meydana gelen iki temel hata, yuvarlama ve kesme hatasıdır.

Yuvarlama hatası, bilgisayarın ondalık değerleri bir basamaktan sonra yukarı yuvarlamasından oluşur. Yuvarlama hatasına kesinliğin azalması da denebilir. Kesme hatası da, sonlu fark denkleminin gerçek çözümü ile gerçek çözüme yapılan yaklaşım arasındaki farka eşittir (Burada, yuvarlama hatası sıfır kabul edilir.)



Şekil 4 Bütün fonksiyonu h adım boyutu ile küçük parçalara ayırma (ayırıklaştırma-mesh)

Sonlu farklar yöntemini bir problemi çözmeye kullanmak için, önce problemin tanım kümesini ayırıklaştırmak gerekir. Ayırıklaştırma, genelde, tanım kümesini eşit parçalara bölerek yapılır.

Sonlu farklar yönteminin yerel kesme hataları, adım boyutuna bağlıdır. Gerçekleştirilen sonlu fark analizinin kalitesi ve hızı ise ayırıklaştırma denkleminin seçimine ve adım boyutuna bağlıdır. Pratikte, adım boyutunu yarıya indirmek matematiksel işlem sayısını iki katına çıkarmakla beraber yazılım tarafındaki işlem sayısını, algoritmaya göre daha üst seviyelere çıkarabilir.

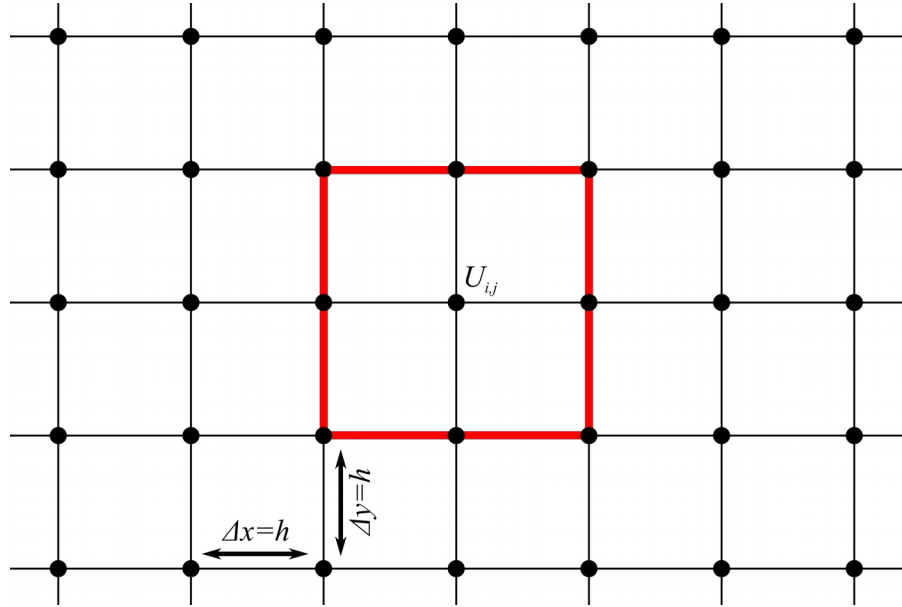
5. YÖNTEMLER

Bu çalışmada sonlu fark formülasyonları ile ağ yapısı yöntemi ve iteratif yöntem kullanılmıştır. Sonlu fark formülasyonlarını kullanmadan sıcaklık dağılımlarını tespit etmek için ise Monte Carlo (Rastgele Yürüyüş) yöntemi kullanılmıştır.

5.1. Ağ Yapısı Yöntemi (Klasik Mesh)

Ağ yapısı yöntemi ile sıcaklık dağılımı analizinin temeli, elemanın komşu elemanlarla etkileşim halinde olduğu prensibine dayanır. Küçük parçalara bölünen büyük geometriler, eş boyutlu bölündüğünde tek formülasyon yeterli olsa da farklı boyutlarda bölündüğünde birden fazla formülasyon olmalıdır.

İncelenilen problemin çözümünde, merkezi farklar kullanılacak ve elemanların tüm malzeme boyunca homojen dağıldığı, ölçülerinin aynı olduğu düşünülerek çözüm yapılacaktır.



Şekil 5 Küçük elemanlara ayrılmış dikdörtgensel levhadan bir kesit

Şekil 5 Küçük elemanlara ayrılmış dikdörtgensel levhadan bir kesit Şekil 5 ile bir kesiti gösterilen dikdörtgensel levha; yatayda Δx , düşeyde Δy boyutlu parçalara bölünmüştür. Bu parçalar işlemlerin kolaylaştırılması için aynı boyutta, yani eleman kare kabul edilebilir. Sonuçta adım boyutu $\Delta x = \Delta y = h$ olmuş olur.

Merkezi fark açılımları yapılırsa;

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{i,j} = \frac{u_{i-1,j} - 4u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1}}{h^2} \quad (0)$$

bulunur. Bu denklemin $Q=0$ özel halinde;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

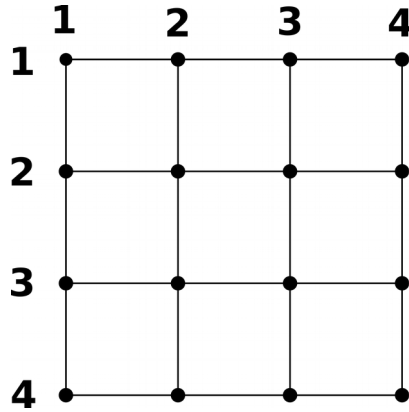
yazılabilir. (10) denkleminde yerine konulduğunda;

$$\frac{u_{i-1,j} - 4u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1}}{h^2} = 0$$

$$u_{i-1,j} - 4u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1} = 0 \quad (0)$$

sistem içinde enerji üretimi olmadığı sürece, herhangi bir iç nokta için geçerli olan (11) eşitliği sonlu fark formülasyonunun son halidir.

Bu denklem her bir noktaya sıra gözetmeden uygulanabilir. Sonuç olarak nokta sayısı kadar bilinmeyenli ve nokta sayısı kadar denklem ortaya çıkar.



Şekil 6 Yüzey üzerindeki düğüm sıcaklıkları bilinen, dört iç düğüme sahip levha

Örneğin; düğümleri Error: Reference source not foundError: Reference source not found ile gösterilen bir sistemde, denklemler yazılıp denklem takımı ve katsayılar matrisi oluşturulabilir.

(2,2) düğümü için
 (2,3) düğümü için
 (3,2) düğümü için
 (3,3) düğümü için

$$\begin{aligned} u_{1,2} - 4u_{2,2} + u_{3,2} + u_{2,1} + u_{2,3} &= 0 \\ u_{1,3} - 4u_{2,3} + u_{3,3} + u_{2,2} + u_{2,4} &= 0 \\ u_{2,2} - 4u_{3,2} + u_{4,2} + u_{3,1} + u_{3,3} &= 0 \\ u_{2,3} - 4u_{3,3} + u_{4,3} + u_{3,2} + u_{3,4} &= 0 \end{aligned}$$

denklemleri yazılabilir. Bilinenler yerlerine konulur ve denklem düzenlenirse;

(2,2) düğümü için
 (2,3) düğümü için
 (3,2) düğümü için
 (3,3) düğümü için

$$\begin{aligned} -4u_{2,2} + u_{3,2} + u_{2,3} &= -u_{1,2} - u_{2,1} \\ -4u_{2,3} + u_{3,3} + u_{2,2} &= -u_{1,3} - u_{2,4} \\ u_{2,2} - 4u_{3,2} + u_{3,3} &= -u_{4,2} - u_{3,1} \\ u_{2,3} - 4u_{3,3} + u_{3,2} &= -u_{4,3} - u_{3,4} \end{aligned}$$

Düğüm numaralandırılıp, tablo oluşturulabilir. Bu sayede programsal çözüme daha uygun düğüm isimleri elde edilmiş olur.

KOORDİNAT	DÜĞÜM NO
(1,1)	1
(1,2)	2
(1,3)	3
(1,4)	4

KOORDİNAT	DÜĞÜM NO
(3,1)	9
(3,2)	10
(3,3)	11
(3,4)	12

(2,1)	5
(2,2)	6
(2,3)	7
(2,4)	8

Tablo 1 Düğüm tablosu

(4,1)	13
(4,2)	14
(4,3)	15
(4,4)	16

Tablo 2 Düğüm tablosu (devam)

Numaralandırıldıktan sonra bu denklemleri katsayılar matrisi formunda ifade etmek gerekirse;

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_6 \\ u_7 \\ u_{10} \\ u_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u_2 - u_5 \\ -u_3 - u_8 \\ -u_{14} - u_9 \\ -u_{15} - u_{12} \end{pmatrix} \quad (0)$$

halini alır. Sonuç vektöründe temsil edilen sıcaklık değerleri bilindiği için bu denklem takımı uygun lineer cebir çözümüyle çözülebilir. (12) denklemindeki matris, diyagonal bant matris olup, çoğunluğunun değeri “0” olan elemanlardan oluşmaktadır. Bu tip matrislere genel olarak seyrek (sparse) matris denir.

$$A_{n \times n} x_{n \times m} = b_{n \times m} \rightarrow \text{ç}$$

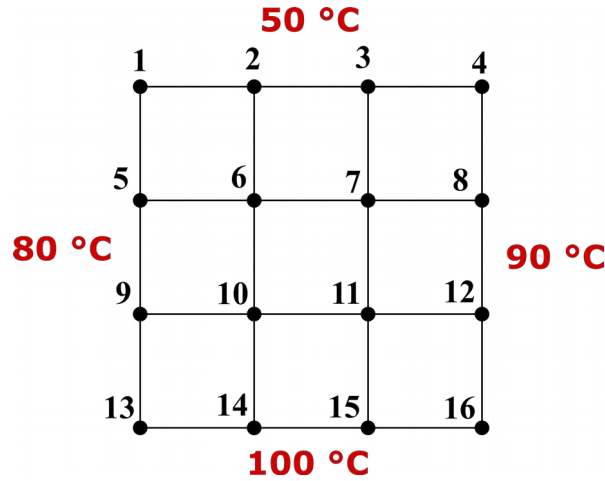
(12) denkleminde de görüldüğü gibi çoğu mühendislik probleminde, $Ax=b$ denklem sisteminin $A_{n \times n}$ katsayılar matrisi simetrik ($A^T = A$), pozitif tanımlı ($x^T Ax > 0$) ve bant matris şeklindedir.

Bu tür matrislerin çeşitli lineer cebir çözüm yöntemleri olup, bu çalışmada *Armadillo* kütüphanesi içerisindeki *Cholesky Metodu* kullanılmaktadır.

Burada kullanılan yöntemde hassasiyeti artırmak için ayrıklaştırma aşamasında çevre dört eleman (üst, alt, sağ, sol) yerine, çapraz elemanlar da kullanılarak dokuz elemanlı denklemler oluşturulabilir.

5.2. İteratif Yöntem

Ağ yapısı yönteminde düğüm noktalarının sayısı artırıldığında, çok büyük boyutlu matrisler ortaya çıkmaktadır. Günümüzde dahi bu büyük boyutlu matrislerin çözümü, kişisel bilgisayarlar ile uzun sürmektedir. Ayrıca matematiksel olarak, oluşturulan katsayılar matrisinin çözümünde kullanılan lineer cebir çözüm yöntemlerinin basamak ve buna paralel olarak işlem, bekleme süresi miktarı çok fazladır. Buna bir çözüm olarak iteratif yöntem geliştirilmiştir.



Şekil 7 Sabit yüzey sıcaklarına sahip levha

Şekil 7 ile gösterilen yüzey sıcaklıkları sabit olan levha için iteratif yöntem uygulanabilir. Şekilde görüldüğü gibi yüzeyde bulunan 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16 numaralı düğümlerin sıcaklıkları bilinmektedir.

(11) denklemi aynı şekilde iteratif yöntemdeki iç düğümlerin formülasyonu için de geçerlidir. Ağ yapısındaki kullanımıyla arasındaki tek fark, denklemin döngü içinde bulunmasıdır. Bu nedenle formülün matematiksel ifadesi aşağıdaki hale gelir.

$$u_{i,j}^{k+1} = \frac{u_{i-1,j}^k + u_{i+1,j}^k + u_{i,j-1}^k + u_{i,j+1}^k}{4} \quad (0)$$

İteratif yöntemin bir diğer önemli farkı, ise sıcaklığı bilinmeyen her düğüm için tahmini başlangıç sıcaklığını belirlemektir. Bu tahmini sıcaklık yakınsamanın hızlandırılması ve iterasyon sayısının azaltılması için yüzey sıcaklıklarının ortalaması olarak alınabilir.

$$u_{başlangıç} = \frac{u_{sağ} + u_{sol} + u_{üst} + u_{alt}}{4} \quad (0)$$

İteratif çözümde, sonlu farklar yönteminin yakınsama hassasiyetinin belirlenmesi söz konusudur. Bu durum ε değişkeniyle ifade edilir. İşlemler yapılırken her adımdan sonra aşağıdaki eşitsizlik kontrol edilir ve sağlanıyorsa iterasyon bitirilir.

$$\varepsilon > |u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1}|_{maks} \quad (0)$$

Bu tip iteratif yöntem *Liebmann Yöntemi* olarak adlandırılır. Yakınsamanın hızlandırılması için çeşitli teknikler mevcuttur. Bunlardan ikisi üstte belirtildiği gibi dört komu yerine dokuz komşu seçimi ve başlangıç sıcaklık tahminini yüzeylerin sıcaklıkları toplamının ortalamasına göre yapmaktır. Ayrıca yakınsamayı önemli ölçüde hızlandıran bir yöntem de, SOR (successive overrelaxation) [CITATION Saa \l 1055] olarak bilinen, dilimize “art arda aşırı gevşetme” olarak çevrilen bir yöntemdir.

5.2.1. Çözüm aşamaları

Şekil 7 ile gösterilen örneğin $\varepsilon=0,0000001$ koşulunda iteratif yöntemle çözüm aşamaları kısaca şu şekildedir:

1. Bilinmeyen düğümlere, (14) denklemine göre tahmini başlangıç sıcaklığı atanır.

$$u_b = \frac{90+80+50+100}{4} = 80 \text{ } ^\circ\text{C} \quad u_6^0 = u_7^0 = u_{10}^0 = u_{11}^0 = u_b = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

2. (6) numaralı düğüm için birinci iterasyonda

$$u_6^1 = \frac{u_2^0 + u_{10}^0 + u_5^0 + u_7^0}{4} = \frac{50 + 80 + 80 + 80}{4} = 72,5^\circ\text{C}$$

bulunur.

3. Daha sonra sırasıyla 7, 10 ve 11 numaralı düğümler için aynı işlemler tekrarlanır. Burada bilinmesi gereken nokta, her düğüm hesaplandığında eski değerin yerine hesap sonucu yazıldığı için komşu düğümlerin değerinin değişmesidir.

$$u_7^1 = \frac{u_3^0 + u_6^1 + u_8^0 + u_{11}^0}{4} = \frac{50 + 72,5 + 90 + 80}{4} = 73,125^\circ\text{C}$$

$$u_{10}^1 = \frac{u_6^1 + u_{14}^0 + u_9^0 + u_{11}^0}{4} = \frac{72,5 + 100 + 80 + 80}{4} = 83,125^\circ\text{C}$$

$$u_{11}^1 = \frac{u_7^1 + u_{15}^0 + u_{10}^1 + u_{12}^0}{4} = \frac{73,125 + 100 + 83,125 + 90}{4} = 86,563^\circ\text{C}$$

4. Tüm bilinmeyen düğümler için hesaplama tamamlandığı için birinci iterasyon sonlanmıştır. Bu nedenle, (15) eşitsizliği kullanılarak sınanmalıdır. Eşitsizlikteki ifadede $|u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1}|_{maks}$ terimi, düğümler arasında, bir önceki değeriyle güncel değeri arasındaki fark maksimum olan düğümün, güncel değeri ile bir önceki değeri arasındaki farkın mutlak değerini temsil eder. Burada maksimum hatanın (11) düğümünde olduğu açıkça görülmektedir. Değeri ise $|u_{11}^1 - u_{11}^0| = 6,563^\circ\text{C}$ olarak bulunur. Bu değerin başta belirlediğimiz hata oranı $\varepsilon = 0,0000001$ ile arasındaki ilişki $0,0000001 < 6,563$ olduğu için iterasyona devam edilir.

(15) eşitsizliği sağlanana kadar iterasyona devam edilir. Eşitsizlik sağlandığında problemin çözümü tamamlanmış olur.

5.3. Monte Carlo Simülasyonu

Sistemin durumunu değiştiren olayların gerçekleştirme zamanlarına ait değerlerinin bir olasılık dağılımından faydalanılarak belirlenmesi Monte Carlo Simülasyonu olarak adlandırılır. Yöntem, sistemin belli bir zaman aralığında yer alan belirli bir anın durumunu yansıttığı için bir statik simülasyon modelidir. Bu metot olasılık teorisine bağlıdır.

Genel olarak, bir probleme uygulanması, problemin tesadüfi sayılar kullanılarak defalarca simüle edilip, hesap edilmek istenen parametrenin bu simülasyonların sonucuna bakılarak yaklaşık olarak hesaplanması fikrine dayanır.

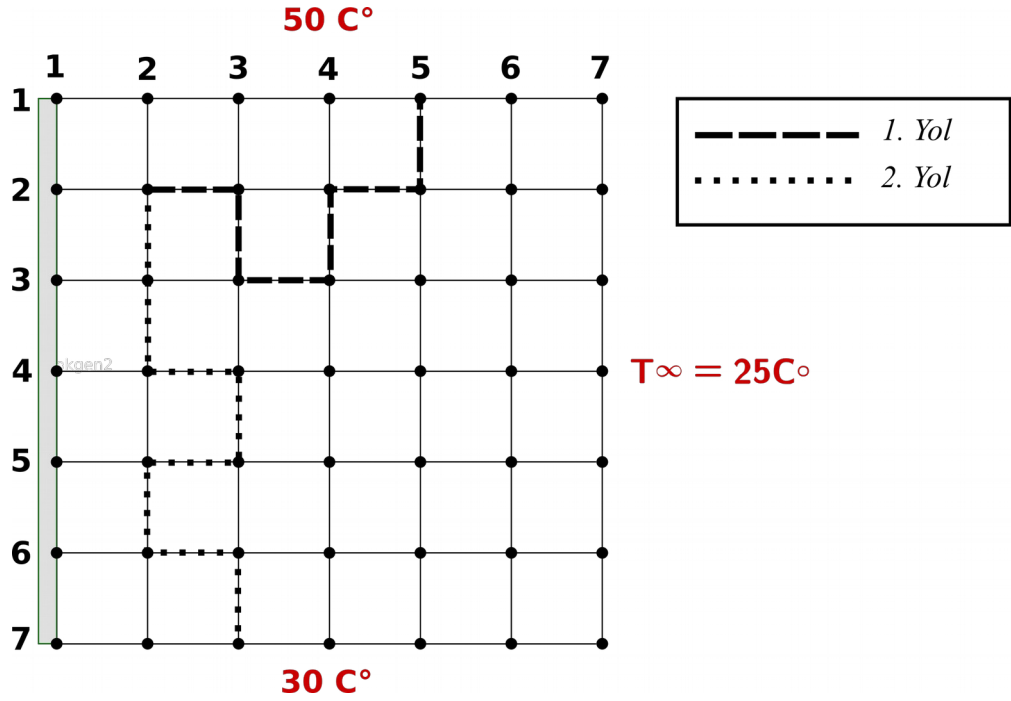
Monte Carlo metotları, bilgisayarda analitik olarak ele alınması mümkün olmayan gelişigüzel davranışları incelemek için kullanılır. Hesaplamaların çoğu düzgün dağılımlı, çeşitli istatistiksel testleri sağlayan ve (0,1) aralığında üretilen, tekrarlanabilir, sözde gelişigüzel sayılara dayandırılır. Gerçekte bu sayılar düzgün dağılımlı ve birbirinden bağımsız değildir.

Monte Carlo yöntemi, birçok fizik problemi gibi ısı transferi problemleri için de geçerlidir. Genel olarak EK 4 ile verilen akış şemasındaki yol takip edilir.

Özetle, bu yöntemin bir adımı şu şekilde çalışır:

1. Sıcaklığı hesaplanacak düğüm seçilir.
2. Yön tayin etmek için belirli sınırlamalarla rastgele bir sayı üretilir.
3. Bu üretilen rastgele sayı için önceden belirlenen ölçütlere göre yön tespiti yapılır.
4. Tespit edilen yöndeki komşu düğüme gidilir. Bu düğümdeki sıcaklık bilinmiyorsa 2, 3 aşamaları sırasıyla tekrar uygulanır.
5. Sistem bilinen sıcaklıktaki bir düğüme gelene kadar devam ettirildiğinde, üzerinde bulunduğu düğümün sıcaklığı toplam sıcaklığa eklenir.

Rastgele sayı üretme mekanizmasının güvenilirliği için de bazı kriterler bulunmaktadır. Bunun için rastgele sayı üretme mekanizması test edilir ve üniform yayılı bir rastgelelik durumu söz konusu ise geçerliliğini kanıtlamış bir mekanizmadır.



Şekil 8 İki deneme sonucunda sistemin izlediği yol

Örnek üzerinden anlatmak gerekirse, Şekil 7 ile gösterilen problemdeki bir düğüm ele alınabilir. Dört yüzeyinin sıcaklıkları sabit ve bilinen levha için Monte Carlo simülasyonu ile kararlı hal sıcaklık dağılımı, sırasıyla aşağıdaki aşamalarla uygulanır.

1. Deneme sayısı atanır. Bu örnekte deneme sayısı 2 olarak ele alınmıştır (elektronik işlem için bu sayı 100 000 gibi değerlere kolayca ulaşabilir).
2. Rastgele sayı (RS) ile yön tayini için bir ölçüt belirlenir. Burada

$$0 \leq RS \leq 1 \text{ YÖN} = \begin{cases} \text{Güney}, \wedge 0 < RS \leq 0,25 \\ \text{Kuzey}, \wedge 0,25 < RS \leq 0,50 \\ \text{Doğu}, \wedge 0,50 < RS \leq 0,75 \\ \text{Batı}, \wedge 0,75 < RS \leq 1 \end{cases}$$

3. (6) numaralı düğüm işlem yapmak için seçilir.
4. Rastgele sayı üretilir. $RS=0,17$ olduğunu varsayalım. Yönümüz güney olarak tayin edilmiştir. Bu nedenle (10) numaralı düğüme gideriz. Bu düğümün sıcaklığı bilinmemektedir. Bu nedenle tekrar atış yaparız. $RS=0,82$ olduğunu varsayarsak batıya gidilmesi gerekir. Bu da (9) numaralı düğüme denk gelecektir ki bu düğümün sıcaklığı bilinmemektedir.
5. Sıcaklığı bilinen düğüme gelindiğinde düğüm sıcaklığı değişkenimize bu sıcaklığın değerinin deneme sayısına oranı eklenmelidir.

$$u_6^k = u_6^{k-1} + \frac{u_9}{2} = 0 + \frac{80}{2} = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$$

6. Bu işlem tüm düğümler için tekrarlandığında simülasyon tamamlanmış olur.

Buradan çıkarılan temel sonuçlar şunlardır:

1. Deneme sayısı arttıkça problemin simülasyonu daha gerçekçi olmaktadır.
2. Simülasyonun kalitesi doğrudan rastgele sayı üretme mekanizmasının yeterince uniform olmasına bağlıdır.
3. Çok fazla düğüme sahip sistemlerde, -adım sayısının fazla olması sebebiyle- tercih edilemez.
4. Levhadaki kararlı hal sıcaklık dağılımı için diğer yöntemlere nazaran daha etkisizdir.

5.4. Değişkenlere Ayırma Yöntemi (Analitik Yöntem)

Doğadaki tüm problemlerin bilinen ya da bilinmeyen analitik çözümleri mevcuttur. Sayısal yöntemlerin keskinliği bir yakınsama mertebesinde olup, analitik yöntemle çözümlerin sonucu kesindir. Sayısal yöntemlerin üstünlüğü ise karmaşık geometrilerin üstesinden gelebilmesidir.

$$\theta(x, y) = 2/\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi x}{L} \frac{\sinh \left(\frac{n\pi y}{L} \right)}{\sinh \left(\frac{n\pi W}{L} \right)} \quad (0)$$

Bu denklem θ değerinin her x ve y için hesaplanabileceği yakınsak bir seridir. θ değerine karşılık gelen T değeri $\theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$ denklemi ile hesaplanabilir.

5.4.1. Örnek problem

İki boyutlu, uzunluğu $l=5\text{ cm}$, yüksekliği $h=9\text{ cm}$ olan dikdörtgen levhanın yüzey sıcaklıkları sabit tutulmaktadır. Değişkenlere ayırma yöntemini kullanarak levhanın herhangi bir noktasındaki sıcaklık dağılımını belirleyiniz. Sonsuz serinin 0'dan farklı ilk 5 terimini alarak hesaplayın. (Üst yüzey sıcaklığı $=150^\circ\text{C}$, diğer tüm yüzeyleri $=50^\circ\text{C}$, orta noktası için sıcaklık dağılımı incelenecektir.)

$$\theta(x, y) = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = 2/\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi x}{L} \frac{\sinh \left(\frac{n\pi y}{L} \right)}{\sinh \left(\frac{n\pi W}{L} \right)}$$

T(6,3) noktası için : $x/L=1/2$ $y/L=1/4$ $W/L=1/2$

$$\theta(6,3) = 2/\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \frac{\sinh \left(\frac{n\pi}{4} \right)}{\sinh \left(\frac{n\pi}{2} \right)}$$

$$\theta(6,3)=2\sin\frac{\pi}{2}\frac{\sinh\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi}{2}\right)}+\frac{2}{3}\sin\frac{3\pi}{2}\frac{\sinh\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{3\pi}{2}\right)}+\frac{2}{5}\sin\frac{5\pi}{2}\frac{\sinh\left(\frac{5\pi}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{5\pi}{2}\right)}$$

$$+\frac{2}{7}\sin\frac{7\pi}{2}\frac{\sinh\left(\frac{7\pi}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{7\pi}{2}\right)}+\frac{2}{9}\sin\frac{9\pi}{2}\frac{\sinh\left(\frac{9\pi}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{9\pi}{2}\right)}$$

$$\theta(6,3)=\frac{2}{\pi}i$$

$$T(6,3)=\theta(6,3)\times(T_2-T_1)+T_1=0,445\times(150-50)=94,5^{\circ}C \text{ olarak bulunur.}$$

6. YAZILIM

Sayısal yöntemlerin uygulaması için bilgisayar desteği şarttır. Seyrek matris dahi olsa büyük boyutlu matrisler ve lineer cebirsel denklem çözümlerini elle yapmak neredeyse imkânsızdır.

C++ dili C dilinin geliştirilmiş halidir. C dilinden en önemli farkı nesne yönelimli programlama ve zengin değişken tipi yapısıdır. Günümüzde lineer cebir ve ileri düzey matematiksel işlem gerektiren bilimsel uygulamaların büyük çoğunluğu, öğreniminin ve uygulamasının kolay olmasından dolayı Python[CITATION Pyt \l 1055] dilinde yazılmaktadır. Fakat bu dilin esnek yapısının yanı sıra grafiksel ara yüze sahip uygulamalarda istikrarlı olmaması, çapraz platform uygulama geliştirmenin zorluğu ve en çok da yazılımcıya istediği özgürlüğü vermemesi, Python dilini bu çalışmanın dışında bırakmıştır.

C++ dilinin zengin kütüphaneleri ve dil karakteristiği yazılımcıya çok büyük bir özgürlük ve yanı sıra büyük zorluklar da getirmektedir. C++ dilinin olanaklarından faydalanabilmek, geniş kapsamlı birikim ve özellikle bellek-işlem kontrolü için uzmanlık gerektirmektedir.

QT, Nokia Company tarafından geliştirilmeye başlanmış fakat şuan Qt Company tarafından geliştirilmeye devam edilen zengin bir kütüphanedir. Özellikle görsel ara yüz konusunda kullanıcıya sundukları ve çapraz platform yazılım geliştirmenin kolaylığı, büyük ölçekli uygulamalarda çok önemli bir kütüphane olmasını sağlamıştır. Ayrıca Python kullanılabilen bir sürümü de bulunmaktadır.

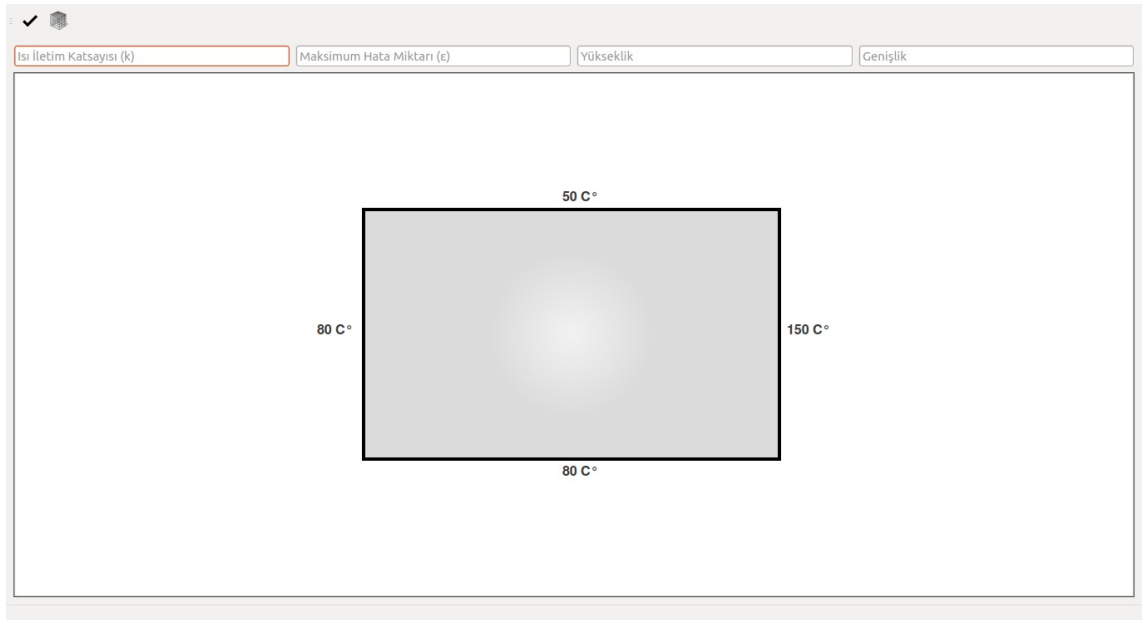
Bu çalışmanın bir ürünü olan yazılım, ETools olarak adlandırılmıştır. Yazılımın ısı transfer modülünün yanı sıra kırılgan yapısal analizi için sonlu elemanlarla çalışan bir modülü de bulunmaktadır. Hesapları kolaylaştırmak ve yazılımın üretim sürecini kısaltmak adına Armadillo [CITATION Arm \l 1055] adlı, Lapack [CITATION LAP \

[1055] ve Blas [CITATION BLA \1055] destekli lineer cebir kütüphanesi kullanılmıştır.

Yazılım, çapraz platform ve çok dilli olarak tasarlanmıştır ve açık kaynak kodlu yapısı git sürüm kontrol sistemi ile depolarda tutulmaktadır. Yazılımın kodlarının evrensel ve açık kaynak olması nedeniyle tüm yorum satırları ve fonksiyon, değişken, yapı isimleri İngilizce olarak verilmiştir.

Yazılımın birinci sürümünün çıkması, çalışmayan fonksiyonların işler hale getirilmesi ile mümkündür. Eksik ve çalışmayan fonksiyonlar tezin sonunda listelenecektir.

Yazılımın ısı transferi modülünün ana ekranı grafik görüntüleyici, analiz sonuçları ve renk haritası şeklinde sıcaklık dağılımı olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır.



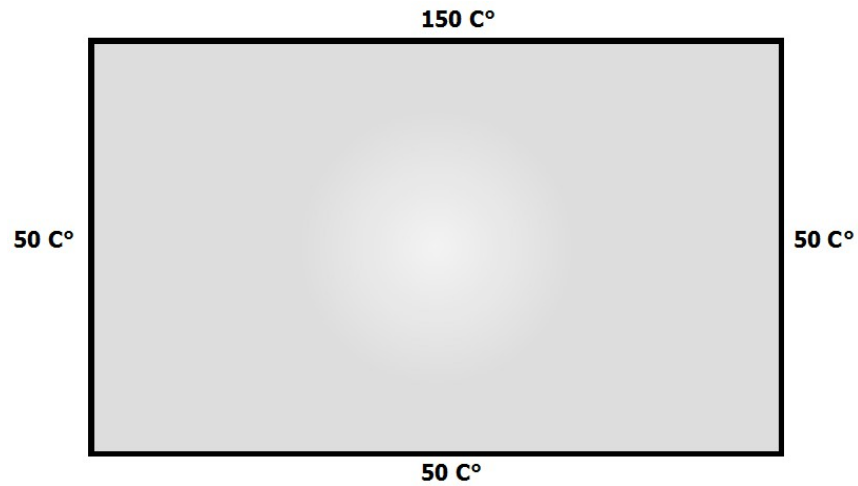
Şekil 9 Isı transferi modülünün başlangıç ekran görüntüsü

Dikdörtgensel levhanın herhangi bir kenarına tıklandığında, sınır şartlarının girilebildiği “Sınır Şartı” penceresi açılmaktadır. Buradan sabit, taşınım ve adyabatik sınır şartları

seçilebilmekte ve yazılım şeklin şematik görüntüsünü sınır şartlarına göre düzenlemektedir.

Şekil 10 Sınır şartı penceresi

5.4.1 ile tarif edilen problemin yazılım vasıtasıyla çözümünü yapmak oldukça kolaydır. Sınır şartı penceresinden her kenar için sınır şartı tanımlanır. Örnek problemde, tüm yüzeyler sabit sıcaklıkta tutulmak üzere, üst yüzey sıcaklığı $T_{üst} = 150\text{ }^{\circ}\text{C}$, diğer yüzeyler $T_{sol} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_{sağ} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_{alt} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ olarak belirlenmiştir.



Şekil 11 Problemin sınır şartlarının yazılımda uygulanması

Ardından problemle ilgili diğer bilgiler girildiğinde, özellik girdileri aşağıdaki gibi görünmektedir.

7. DEĞERLENDİRMELER VE SONUÇLAR

Analizin kesin (analitik) çözüme, büyük oranda yakınsadığı görülmektedir. Bu yakınsama teorisinin doğruluğunu kanıtlar niteliktedir. Düşeyde 5, yatayda 9 bölmeye ayrılan sistemde karşılaştırma tablosu aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

YÖNTEM	SICAKLIK	HESAP SÜRESİ
İteratif	93,98 °C	16 ms
Monte Carlo	93,8 °C	2465 ms
Analitik Çözüm	94,5 °C	— <i>ı</i>

Tablo 3 Karşılaştırma tablosu

Tablo 3'te görüldüğü gibi iteratif çözüm analitik çözüme Monte Carlo simülasyonu yöntemine göre daha fazla yaklaşmıştır. Bunun çeşitli sebepleri vardır.

1. Monte Carlo simülasyonu için rastgele sayı üretme mekanizması yeterli güvenilirlikte değildir.
2. Yazılımın deneme sayısı 10 000 olarak atanmıştır. Deneme sayısı arttıkça doğruluk artacaktır.
3. Monte Carlo, bir simülasyondur (sayısal bir yöntem değildir). Bu nedenle her seferinde farklı sonuçlar vermekle birlikte, rassal değişkenlerle problemin simülasyonunu gerçekleştirmeyi amaçlar.

Bunun gibi bazı yazılım projelerinde herhangi bir bitiş noktası söz konusu değildir. Yazılımın açık kaynak, çok dilli, çapraz platform ve talep eden şahıslar tarafından bütün amaçlarla kullanılabilir olması, yazılımı daha çok gelişmeye açık hale getirmektedir.

Yazılımın gerçek hayatta kullanılabilmesi için başlıca temel parametreleri ve bilinen hataları bulunmaktadır. Bu eksikliklerin giderilip, stabil bir çalışma ve girdi-çıkı elde edilebilmesi planlanmaktadır.

7.1. Bilinen Hatalar ve Kusurlar (Bug)

1. Monte Carlo simülasyonu için rastgele sayı üretme mekanizması yeterli güvenlik testlerinden geçememiştir.
2. Ağ yapısı yöntemi için kullanılan kütüphanede gerekli istikrarlılık olmamasının yanında bazı durumlarda yazılımın kapanmasına sebebiyet vermektedir.
3. Renk haritasındaki bölüntü değerleri, problemin girdilerinden % 0,2 civarında büyüktür.
4. Sınır şartları penceresinden adyabatik sınır şartı girildiğinde, grafik değişmekte ancak sıcaklık metni silinmemektedir.

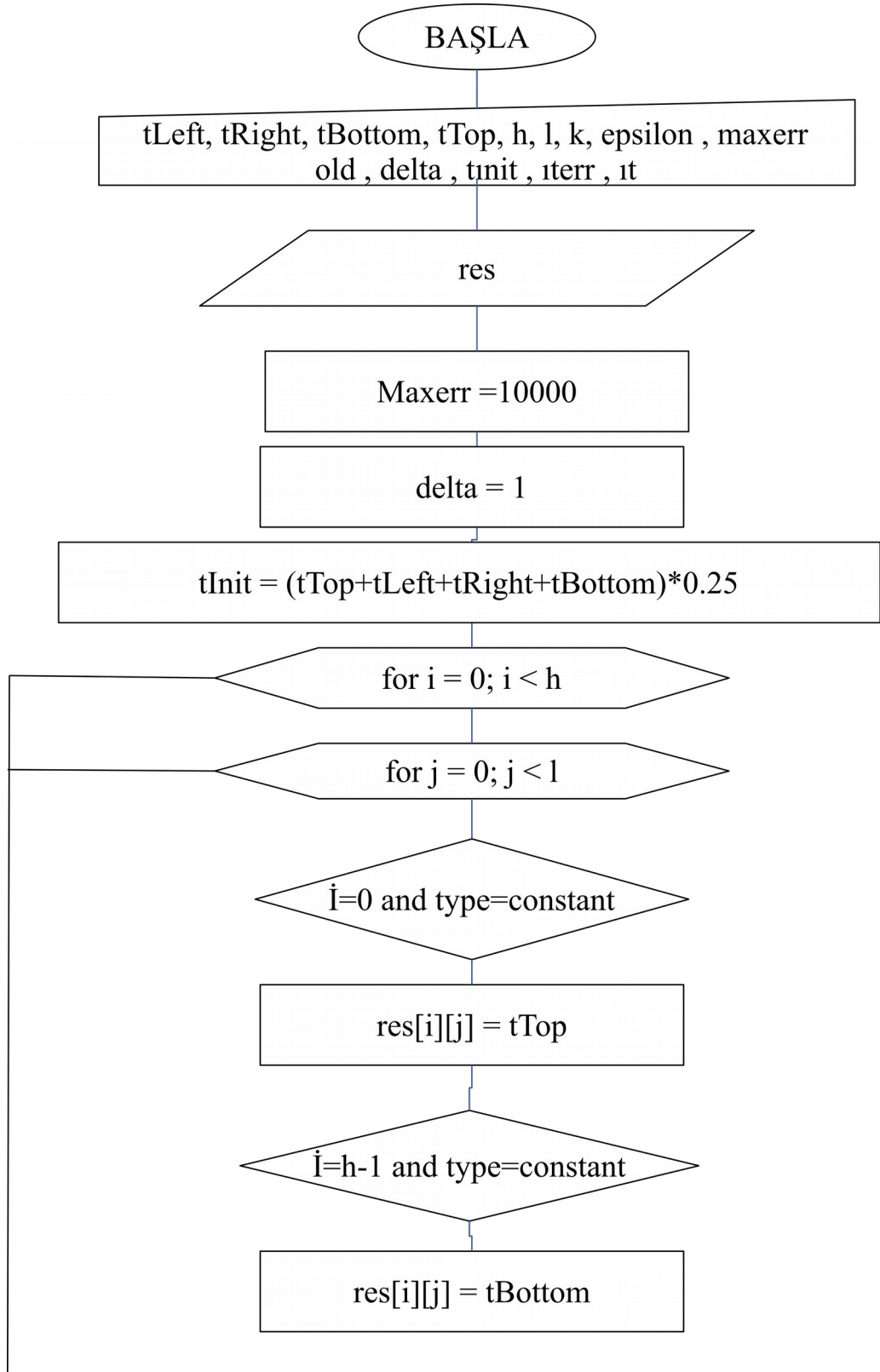
7.2. Yapılması Gerekenler

Yazılımda ilk aşamada oluşturulması planlanan yapılar ve giderilmesi gereken temel eksiklikler şunlardır:

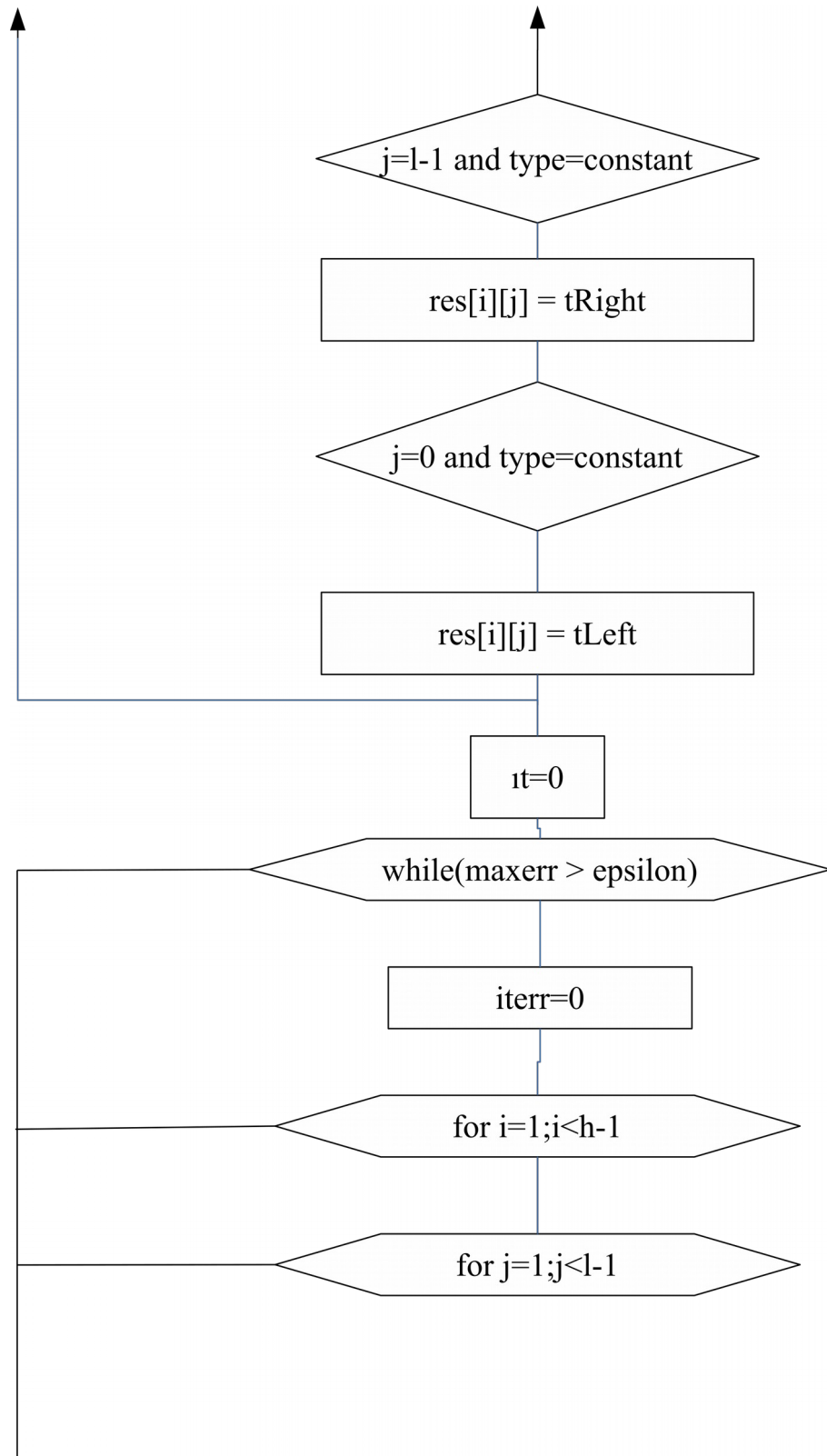
1. Girdilerde rakam dışı karakter (string) girilmesi, en küçük-büyük değer kontrolü gibi doğrulama yöntemlerinin eklenmesi
2. Tüm sınır şartlarına uygun çözümün yeniden değerlendirilmesi
3. Ağ yapısı yönteminin uygulamasının düzeltilmesi
4. Sonuçların .txt, .csv, .pdf, jpeg, png, svg dosya biçimleriyle kayıt edilmesi
5. Yazılıma özgü dosya biçiminin oluşturulması (Aç-Kaydet işlemleri için)
6. Ayar penceresinin oluşturulması (renk, metin, grafik, hassasiyet v.b.)
7. Çizimin vektörel normlara uygun biçimde dışarı aktarılması

KAYNAKLAR

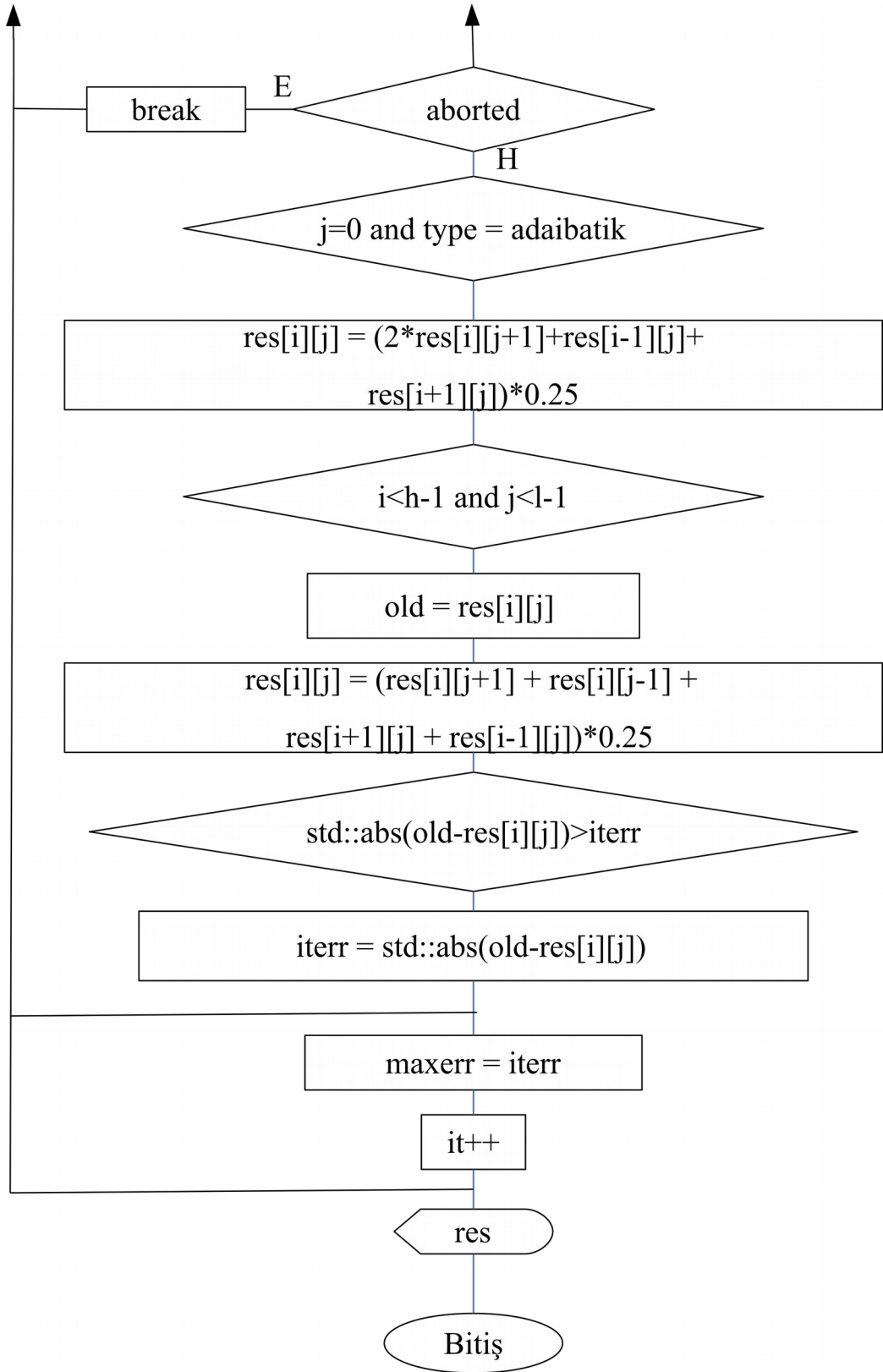
1. Saad, Yousef. Iterative Methods for Sparse Linear Systems: Second Edition. basım yeri bilinmiyor : SIAM, 2003, s. 105-114.
2. Python Programming Language. *Python Programming Language*. [Çevrimiçi] <https://www.python.org/>.
3. Armadillo - C++ linear algebra library. [Çevrimiçi] <http://arma.sourceforge.net/>.
4. LAPACK — Linear Algebra PACKage. [Çevrimiçi] <http://www.netlib.org/lapack/>.
5. BLAS (Basic Linear Algebra Subprograms). [Çevrimiçi] <http://www.netlib.org/blas/>.
6. A property browser framework enabling the user to edit a set of properties. *QtPropertyBrowser*. [Çevrimiçi] <https://github.com/commonk/QtPropertyBrowser>.
7. *Fast Math Parser Library*. [Çevrimiçi] <http://beltoforion.de/article.php?a=muparser>.
8. M.A. Yükselen, HM504 Uygulamalı Sayısal Yöntemler Ders Notları. [Çevrimiçi]
9. Theodore L. Bergman, Frank P. Incropera, David P. DeWitt, Adrienne S. Lavine. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. basım yeri bilinmiyor : John Wiley & Sons, 2011.
10. Çengel, Yunus A. Heat and mass transfer: a practical approach. basım yeri bilinmiyor : McGraw-Hill, 2007.
11. ÇELİK, Barış. Github. *ETools is an open source software to solve basic engineering problems*. [Çevrimiçi] <https://github.com/bariscelik/ETools>.

EK 1 İteratif yöntem algoritması

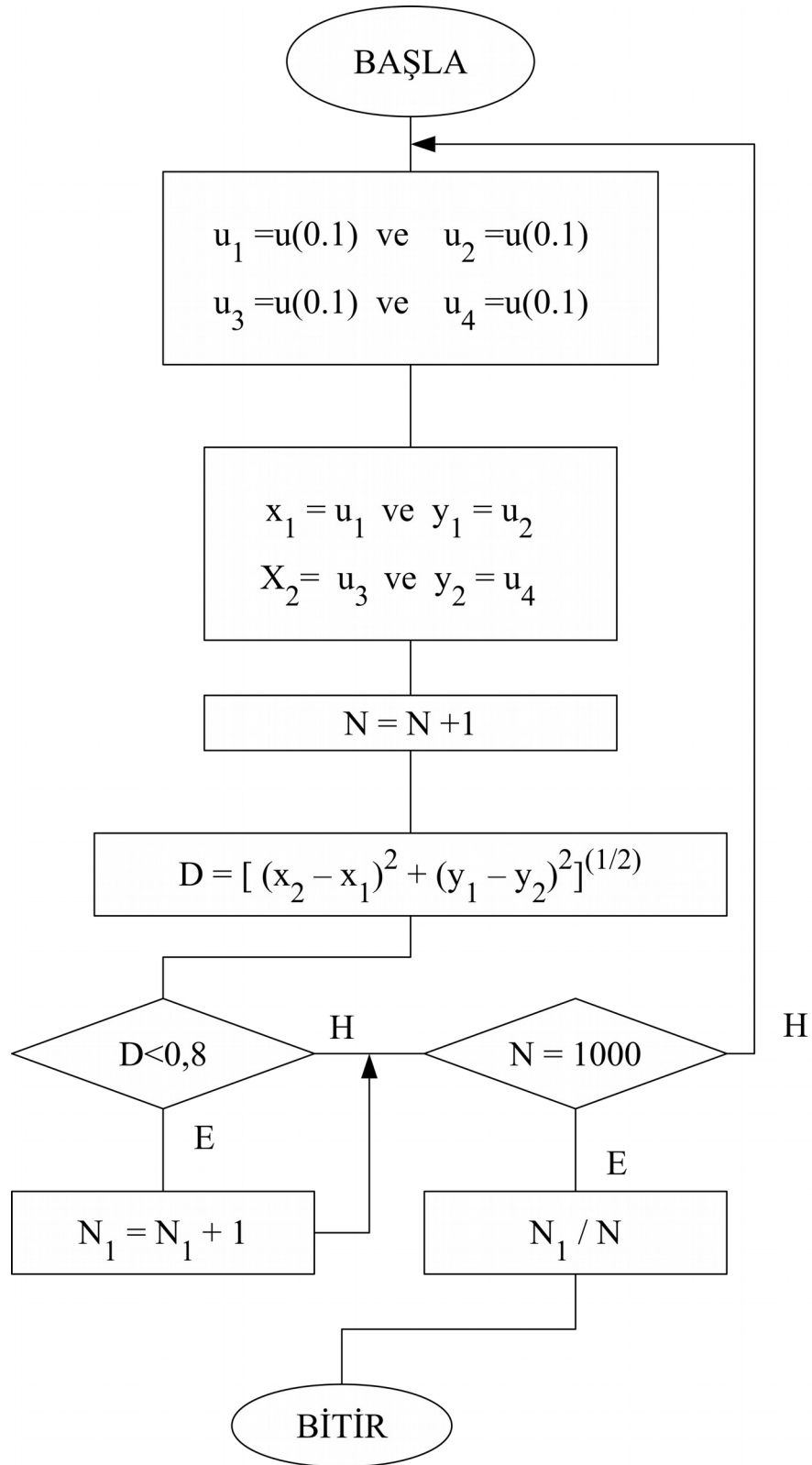
EK 2 İteratif yöntem algoritması (devam)

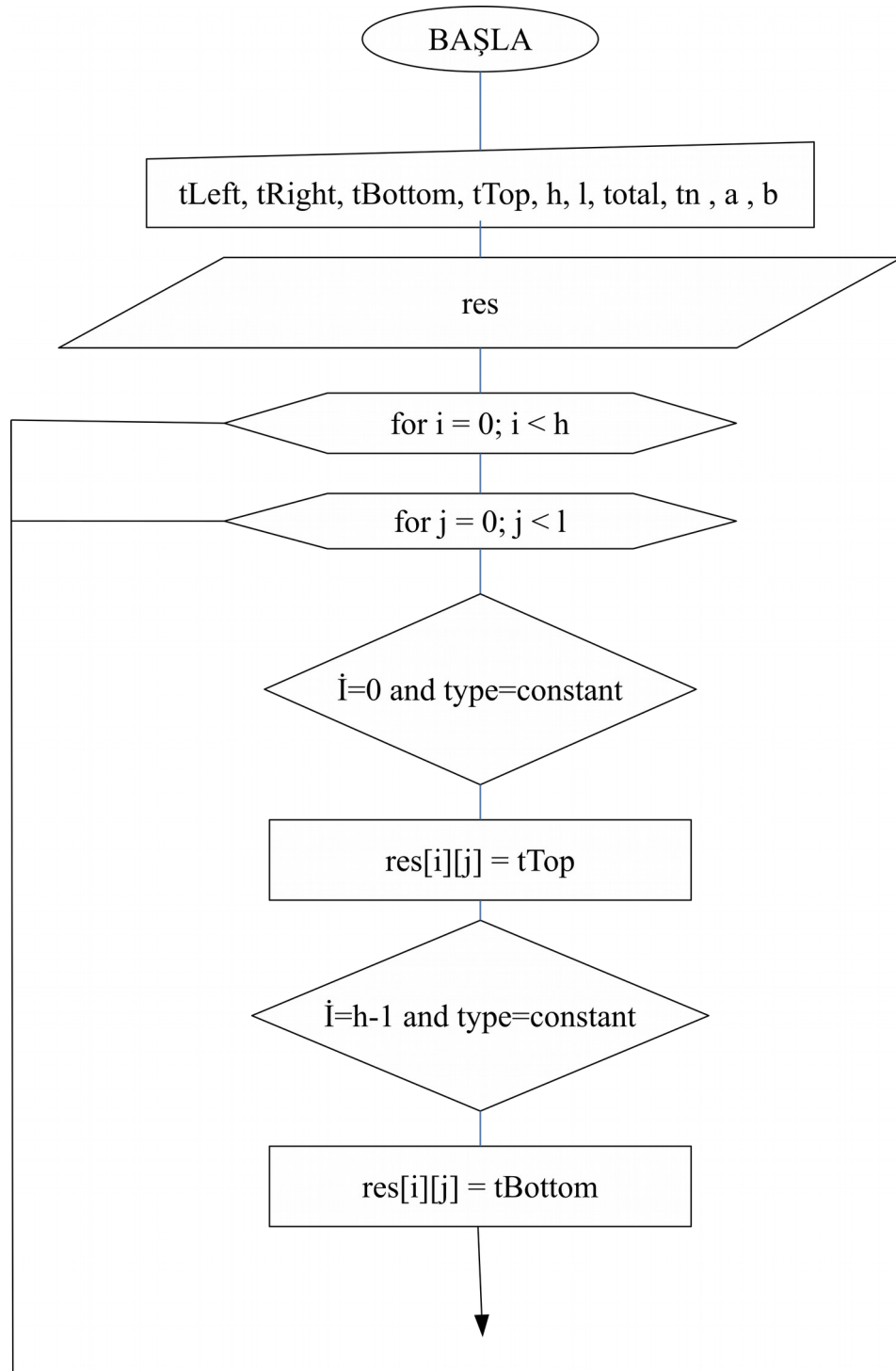


EK 3 İteratif yöntem algoritması (devam)

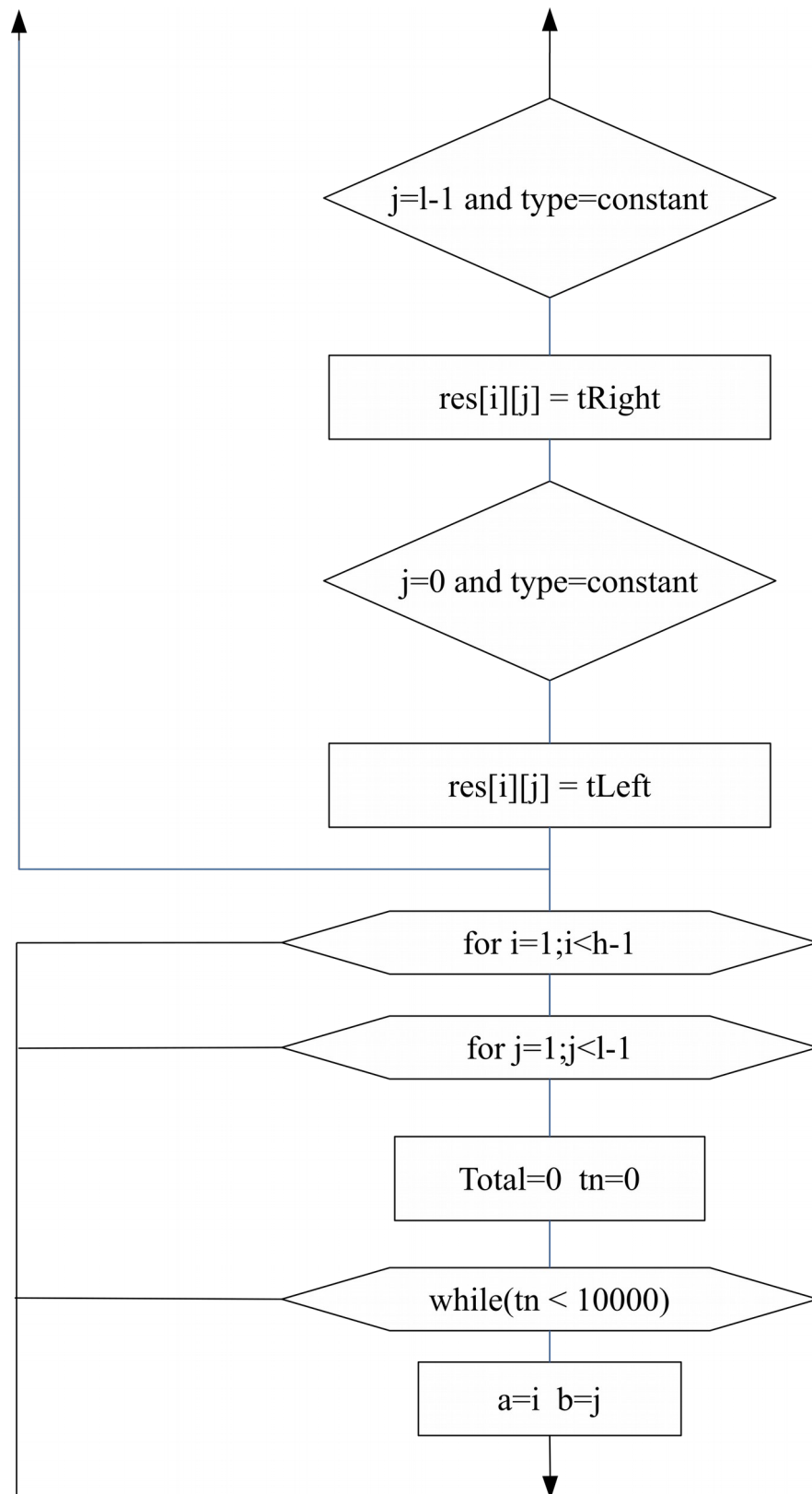


EK 4 Monte Carlo simülasyonunun genel aşamaları

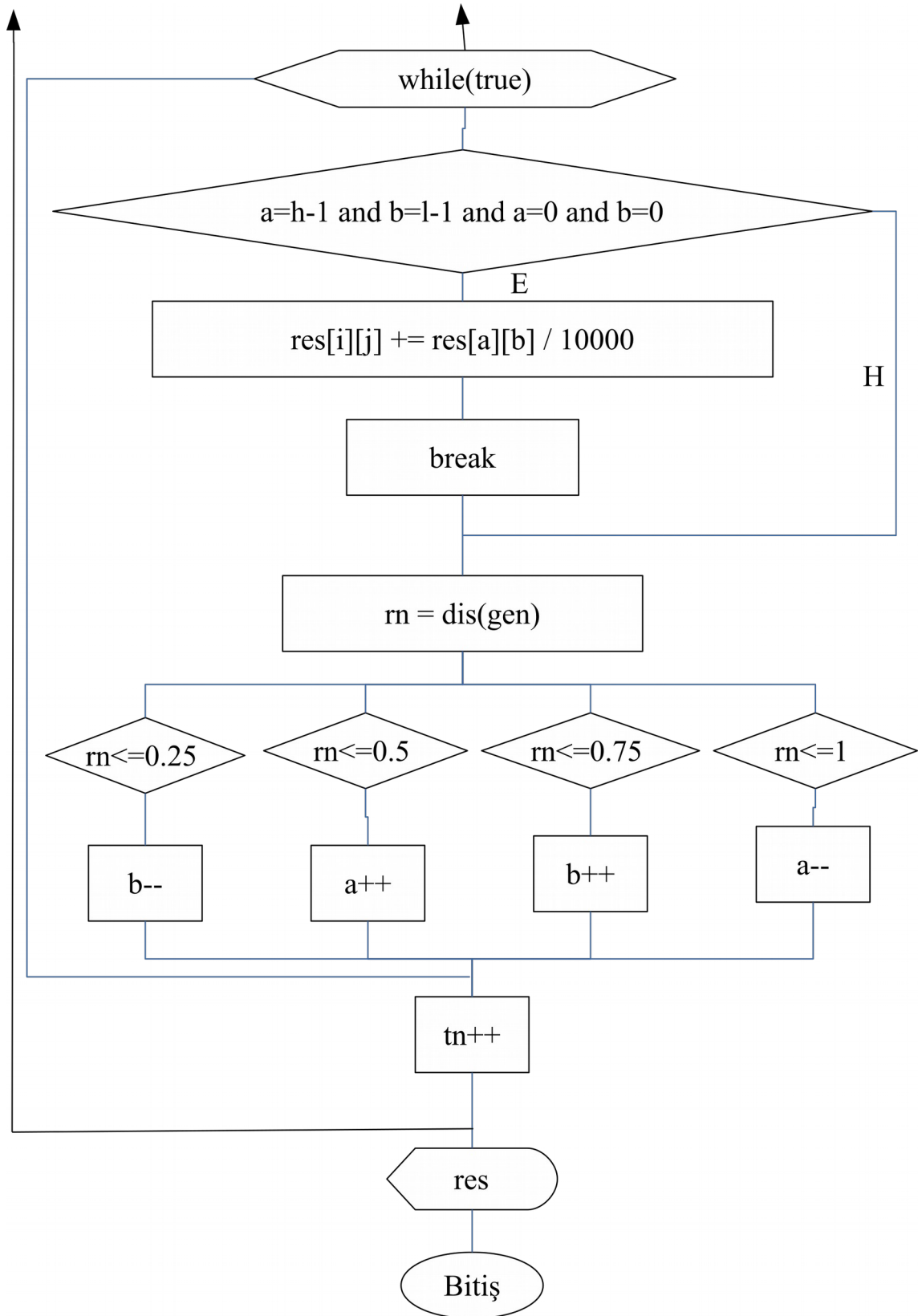
EK 5 Monte Carlo simülasyonu gerçekleştirimi

EK 6 Monte Carlo algoritması

EK 7 Monte Carlo algoritması (devam)



EK 8 Monte Carlo algoritması (devam)



EK 9 Örnek analiz sonuçları

