Ortak Yalıtım Düzleminde Bulunan Yalıtımlı Hastane Yapılarının İncelenmesi

Mücahit Bekin* Barış Erkuş†

10 Şubat 2019

Özet

Özet.

1 Giriş

Sismik yalıtımlı bina yapılarında yalıtıcılar, üstyapı olarak adlandırılan bina yapısı ile temel arasında rijitliği yapıya göre çok daha düşük olan bir katman oluşturur. Bu katman sayesinde yalıtımlı yapılarda etkin salınım mod şekli, yanal yerdeğiştirmelerin yalıtım seviyesinde üstyapıya göre yüksek olduğu ve üstyapının toplu kütle gibi davrandığı bir hal alır. Bundan dolayı, yalıtımlı bir yapının etkin doğal salınım mod periyodu, aynı yapının yalıtımsız halinin periyoduna göre daha yüksektir. Periyot uzaması olarak da adlandırılan bu durum, yalıtım seviyesinden yapıya aktarılan taban kesme kuvvetlerinin yine aynı yapının yalıtımsız haline göre daha küçük olmasını sağlar. Buna ek olarak, yalıtım seviyesinde oluşan yerdeğiştirmelerin kontrolü ve deprem sırasında oluşacak iç kuvvetlerin azalım göstermesi için yalıtım katmanının enerji sönümleme kabiliyeti olması gerekir. Kurşun çekirdekli elastomer yalıtıcılar ve sürtünmeli sarkaç yalıtıcılar, enerji sönümlemesini yapı mukavemetine göre daha düşük olan akma seviyelerine ve yüksek yerdeğiştirmelere sahip histeretik davranış üzerinden kendi bünyelerinde barındırır. Yüksek sönümlemeli elastomer mesnetler viskoelastik davranışa sahiptirler. Diğer bir yaklaşım, enerji sönümleme kabiliyeti düşük olan ve doğrusala yakın davranış gösteren elastomer mesnetler ile sönümleyicilerin beraber kullanılmasıdır. İlk yaklaşım, uygulamalarda kolaylıklar sağlarken, ikinci yaklaşım daha karmaşık ve ileri tasarım hedeflerine ulaşılmasında tercih edilir. Uzun yıllar yapılan araştırmalar sayesinde farklı tip yalıtım birimlerinin ve yalıtımlı yapıların davranışları oldukça iyi anlaşılmıştır (**Skinner1993**). Günümüzde, bu yapıların tasarımları ile ilgili birçok yönetmelik mevcut olup (örnek: **ASCE7-16**; **TBDY2018**) hem dünyada, hem de özellikle son yıllarda ülkemizde, birçok uygulama mevcuttur .

*Doktora Öğrencisi, İnşaat Müh. Böl. İstanbul Teknik Üniv.; bekinm@itu.edu.tr
†Dr. Öğr. Üye., İnşaat Müh. Böl. İstanbul Teknik Üniv.; bariserkus@itu.edu.tr

Yalıtımlı bina yapılarının tasarımında genelde üç aşamalı bir yol izlenir. İlk aşama kendi içerisinde iki bölümden oluşur. İlk aşamada ilk bölümün amacı öngörülen üstyapı boyutlarına bağlı olarak yalıtım birimlerinin ön tasarımını gerçekleştirmektir. Bu bölümde tüm yapı, üstyapının toplu bir kütle ve tüm yalıtıcıların ise bir yay olarak kabul edildiği tek serbestlik dereceli bir sisteme (TSDS) indirgenir. TSDS'deki yay, viskoelastik yalıtıcılar ise doğrusal bir yaydır ve yalıtıcının sönümlemesi viskoz sönümleme ile ifade edilir. Bu yay, histeretik yalıtıcılar için çiftdoğrusal davranışa sahip doğrusal olmayan bir yaydır ancak aşağıda anlatıldığı üzere yöntem içerisinde bu doğrusal olmayan yay da eşdeğer bir doğrusal yay ve eşdeğer bir viskoz sönümlemenin üstdüşümüne indirgenir. Bu noktada amaç, yapı lokasyonu için yönetmeliklerin öngördüğü ya da sahaya özel bir depremsellik çalışmasından elde edilen spektrum kullanılarak TSDS'in tepkilerini elde etmektir. Doğrusal bir yay ve viskoz sönümlemeye sahip bir TSDS'in periyodu, yerdeğiştirmesi ve yay kuvveti, verilen spektrum için temel dinamik bilgileri kullanılarak rahatça hesaplanabilir. Spektrumlar genelde % 5 kritik sönümleme için verildiğinden, ilgili spektrum, yönetmeliklerde verilen sönüm değiştirme katsayıları kullanılarak, TSDS'in viskoz sönümleme oranına uygun hale getirilir. Bu yöntem, viskoelastik yalıtıcılarda doğrudan uygulanabilirken, histeretik yalıtıcılarda çiftdoğrusal yay ile sönümlenen enerjinin eşdeğer bir viskoz sönümleme ile ifadesini gerektirir. Bu amaçla, yapının öngörülen yerdeğiştirme genliğinde sinüzoidal bir salınım yaptığı kabulü kullanılır. Eşdeğer sönüm, eşdeğer viskoz elemanın öngörülen genlikte sönümlendiği enerjinin çift doğrusal elemanın aynı genlikte yaptığı bir çevrim ile sönümlediği enerjiye eşitlenmesi ile elde edilir. Bu yaklaşımdan dolayı, TSDS tepkilerinin hesabı histeretik yalıtıcılar için yinelemeli bir hal alır.

İlk aşamanın ikinci bölümünde amaç, ilk bölüme esas teşkil eden üstyapı kütlesinin teyidi ve buna bağlı olarak üstyapı ön tasarımının yapılmasıdır. Bu bölümde, ilk bölümden elde edilen yay kuvvetleri, üstyapıya aktarılan taban kesme kuvvetleri olduğu kabulü ile, tipik eşdeğer statik yöntemlerde olduğu gibi üstyapıya dağıtılır. Bu dağıtım yönetmeliklere bağlı olarak farklı şekillerde yapılabilir. Dağıtımdan sonra statik analizler ile üstyapı tipik yapılar gibi tasarlanır. İlk aşama, farklı yalıtıcı tipleri ya da aynı yalıtıcı tipinin farklı üreticilerden gelen özellikleri için tekrarlanabilir.

İkinci bölümde amaç, dinamik yöntemler kullanarak üstyapının daha kapsamlı tasarımını yapmak ve bu çalışma sırasında yalıtıcı tasarımının teyididir. Bu amaçla genelde yalıtımlı yapının üç boyutlu modeli kullanılır. Bu modelde yalıtıcılar ilk bölümde elde edilen yay özellikleri kullanılarak modellenir. Yalıtıcıların viskoz sönümleme özellikleri ise, spektrumun, TSDS'in salınım periyodunun üzerinde kalan periyotlar için spektrumun sönüm değiştirme katsayısı kullanılarak güncellenmesi neticesinde analizlere yansır. Mod birleştirme yöntemi kullanılarak yapılan analizler ile üstyapı ve altyapı tasarımı yapılır. Bu noktada, her ne kadar yönetmelikler deprem azaltma katsayılarının kullanılmasına izin verse de, yalıtımlı yapı teorisi çoklukla üstyapının doğrusal davranış gösterdiği kabulüne dayandığından, tasarım maksadı ile bu katsayıların kullanılması tavsiye edilmez. Bu katsayılar daha çok, üçüncü aşamada karşılaşılacak olan yapı stabilitesi için çok kritik olmayan elemanlarda oluşan düşük seviyedeki doğrusal olmayan davranışlar için kullanılmaktadır.

Birinci ve ikinci aşamalarda üstyapı tasarımı genelde tasarım depremi olarak adlandırılan ve 50 yılda aşılma olasılığı %10 olan deprem seviyesi için ilgili yük kombinasyonları ve malzeme faktörleri kullanarak yapılır. Ancak, aşağıda açıklanacağı üzere, yalıtıcı yerdeğiştirmelerini en büyük deprem olarak adlandırılan ve 50 yılda aşılma olasılığı %2 olan deprem seviyesi için hesaplamak ve yalıtıcı seçimini bu yerdeğiştirmeler üzerinden yapmak gerekmektedir.

Üçüncü ve son bölümde amaç tasarımı tamamlanan yalıtımlı yapının performans değerlendirmesini yapmaktır. Bu değerlendirme ile üstyapı hedef performans seviyelerini sağlamalı ve yalıtıcıların tasarımı teyit edilmelidir. Bu amaçla genelde kapsamlı doğrusal olmayan analizler kullanılır. Bu analizlerde yalıtıcılar, gerçek davranışlarını en iyi yansıtan doğrusal olmayan bünye modelleri kullanılarak modellenir. Bu aşamada genelde en büyük deprem seviyesi kullanılmalıdır. Bunun nedeni, deprem yönetmeliklerinin tüm yapılar için en temel şartı, en büyük deprem altında ilgili yönetmeliğe göre tasarlanan yapının en az göçme öncesi tabir edilen performans seviyesini göstermesidir. Tipik yapılar için bu şartın, tasarım depremi ve yönetmeliklerde verilen sünek detayların ve ilgili deprem azaltma katsayıların kullanılması durumunda sağlandığı kabul edilir. Ancak, tipik yapılarda doğrusal olmayan davranış, yapısal elemanlarda olurken, yalıtımlı yapılarda doğrusal olmayan davranış yalıtıcılarda olmaktadır ve bu yüzden yalıtımlı yapılar tipik yapılardan farklıdır. Buna ek olarak, önceden de bahsedildiği gibi yalıtımlı yapı teorisi üstyapının doğrusal olması kabulüne dayanmaktadır ve üstyapı tasarımında deprem azaltma katsayısı etkin olarak kullanılmışsa, en yüksek depremde yapının ileri seviyede doğrusal olmayan davranış göstermesi beklenebilir. Tüm bu nedenlerden dolayı performans hedeflerinin değerlendirmesini en büyük deprem için tanımlamak ve bu deprem seviyesi için performans değerlendirme analizlerini gerçekleştirmek gerekir.

Yalıtımlı yapı uygulamalarının büyük çoğunluğu tekil üstyapı, üstyapının üzerine oturduğu ve alt yüzeyinden yalıtıcıların üst noktalarına bağlanan yalıtım diyaframı ya da döşemesi, bu döşemenin altında bulunan yalıtım katmanı ve bu katman altında bulunan yalıtıcıların alt noktalarının bağlandığı altyapı sistemi şeklindedir (Şekil 1a). Bundan farklı olarak daha geniş bir yalıtım düzlemi ve yalıtım döşemesi üzerinde birden fazla yapının bulunduğu yapılar da mevcuttur (Şekil 1b). Bu yapılar, ortak yalıtım düzleminde bulunan yalıtımlı yapı olarak adlandırılmaktadır. Ortak yalıtım düzlemine sahip yalıtımlı yapı uygulamalarının dünyadaki örnekleri olarak gösterilebilir. Ülkemizde özellikle son yıllarda sayıları artan ve hastane kampüsleri olarak bilinen projelerde bu forma sahip yalıtımlı yapılar olduğu bilinmektedir. Bu projeler büyük ölçekli projeler olup bina sayısı onlar mertebesindedir. Her bir hastane bina yapının tipik hastane bina yapısı olduğu düşünülürse, tüm yalıtımlı yapı boyutunun büyüklüğü daha rahatça anlaşılabilir. Bu yapılarda yalıtım diyaframları 300 m ila 400 m boyutlarına ve yalıtıcı sayıları 2000 ila 3000 mertebelerine ulaşabilmektedir.

Ortak yalıtım düzlemine sahip yalıtımlı yapılar için çeşitli çalışmalar mevcuttur. tarafından yapılan çalışmalarda, bu forma sahip yapılar için bir analiz programı geliştirilmiş ve

Şekil 1: Yalıtımlı yapılarda üstyapı yerleşimlerinin şematik gösterimi.

Ortak yalıtım düzlemine sahip yalıtımlı yapıların tipik tekil yalıtımlı yapılara göre bazı avantaj ve dezavantajları bulunmaktadır. Bu yapı formu özellikle birbirlerine yakın olan ve birbirleri arasında mimari kullanım için geçişleri bulunan birçok yapının bir arada bulunduğu projelerde yalıtım teknolojisi kullanılmak istenirse faydalı olmaktadır. Bu yapıların tekil yalıtımlı yapı olmaları durumunda oluşacak göreli yerdeğiştirmeler ve olası faz farkları, yapılar arasındaki mimari geçişlerin tasarımını ve uygulamasını oldukça zorlaştırmaktadır. Ortak yalıtım düzlemi ile mimari geçişler yalıtımsız binalarda olduğu gibi yapılabilmektedir. Olumsuz yönler olarak, inşaat açısından bakıldığında, yalıtım diyaframının daha yüksek sünme rötre etkilerine maruz kalacağı, diyaframın inşaasının daha zor olacağı, çok sayıda yalıtıcının üretilmesi ve üstyapıların inşaasının yalıtım katmanı ve yalıtım diyaframına bağlı olması gibi konular gösterilebilir.

Ortak yalıtım düzlemine sahip yalıtımlı yapıların tasarımı ve analizi de önemli zorluklar içermektedir. İlk olarak, bu yapıların tasarımına ilişkin genel kabul görmüş bir yaklaşım ve/veya yönetmelik mevcut değildir. Yalıtımlı yapı yönetmelikleri, yalıtımlı yapı teorisinin ve bu konuda yapılan çalışmaların çoğunlukla tekil yapılar üzerine olmasından dolayı, tekil yapılar için hazırlanmıştır. Özellikle yalıtıcı ve üstyapı ön tasarımında kullanılan ve tekil yapıyı TSDS'e indirgeyen yaklaşım ortak yalıtımlı yapılarda uygulanamaz. Çok kaba yaklaşımlar ile ön tasarım yapılsa bile, gerçek davranışın bu tasarımdan oldukça farklı olabileceği, çeşitli çalışmalar ile gösterilmiştir . Sonuç olarak, bu yapılarda yapılması zorunlu olan, tüm yalıtımlı yapıların bulunduğu sistemin kapsamlı bir modelde yapılarda oluşabilecek faz farklarını da göz önüne alarak ileri analizlere tabi tutmaktır. Ancak yapı sayısının fazla olması ve üstyapı modellerinin de kapsamlı olması durumunda, bu tür analizlerin de başarı ile tamamlanması, analiz programında veri alımı ve yapısal elemanların alınan veri ile tasarımının yapılması da oldukça zor olmaktadır. Üstyapılar için toplu kütle modelleri kullanmak gibi yaklaşımlar ile tüm yapı modeli daha basit bir modele indirgenebilir. Bu tür bir yaklaşım, yalıtıcı ve kat kesme kuvvetlerinin hesabına uygun olsa da, bu yaklaşım ile tasarım için gerekli olan eleman kuvvetlerinin elde edilmesi, üstyapıda doğrusal olmayan davranış bekleniyor ise, bu davranışların modellenmesi ya da yalıtım seviyesi düzlemi için diyafram kuvvetlerinin gerçekçi bir şekilde elde edilmesi mümkün değildir.

Ülkemizdeki hastane projelerinde izlenen analiz ve tasarım yöntemi olarak, TSDS kabulünün kullanıldığı anlaşılmaktadır. Yalıtım düzlemi üstünde kalan yalıtım diyaframı ve hastane bina yapılarınının toplam kütlesi hesaplanarak bunun TSDS'in kütlesi olduğu kabul edilmektedir. Yukarıda açıklanan TSDS analizleri yapılarak yalıtım seviyesi kuvvetleri bulunmakta ve bu kuvvetler daha sonra üstyapılara, yapıların kütleleri oranında taban kesme kuvveti olarak dağıtılmaktadır. Üstyapılar bu kuvvetler altında tasarlanmaktadır. Tüm üstyapıları içeren tümleşik bir modelin oluşturulması ve bu tümleşik modelin mod birleştirme yöntemi ile analizi yapılabilmektedir. Ancak, tümleşik yapıda doğrusal olmayan zaman-tanım alanı analizleri yapılmamakta, yapı kat kesme kuvvetlerinde oluşan dinamik artımlar gözönüne alınmamaktadır. Literatürde, ortak yalıtım düzleminde bulunan yalıtımlı yapılar hakkında bazı nümerik çalışmalar mevcut olmakla beraber, ülkemizde yapılmakta olan ve çok büyük ölçekli ve çok fazla sayıda üstyapıya sahip bu tür yapıların tümleşik halinin incelendiği çalışmalar bulunmamaktadır. Çok yapılı yalıtımlı sistemlerin ülkemize özel hastane yapı uygulamalarının kapsamlı incelenmesi literatüre önemli bir katkı olacaktır. Hastane projelerinde, üstyapı sayısı ve her yapının kat adedi çok olduğundan, bu tür bir çalışmanın sayısal bazlı olması uygun olacaktır.

Bu çalışmada ülkemizde uygulamaları bulunan ortak yalıtım düzlemine sahip hastane yapılarının ve bu yapıların analizinde kullanılan yöntemlerin sayısal analiz ile kapsamlı parametrik incelenmesi yapılmıştır. Bu amaçla, ülkemizde inşaa edilmekte olan hastane projelerine benzer bir tümleşik bir yapı kurgulanmıştır. Bu yapıda birçok farklı yapısal periyotlara sahip üstyapı bulunmaktadır. Bu yapıların her biri ticari bir analiz programında modellenerek, kütle, rijitlik ve salınım periyodu bilgileri elde edilmiştir. Tümleşik yapı, literatürde sıkça kullanılan ve üstyapının toplu kütleler ile, yalıtıcıların toplu bir çiftdoğrusal elaman ile, yalıtım döşemesinin rijit bir kütle ile modellendiği bir yaklaşımla modellenerek dinamik hareket denklemleri elde edilmiştir. Bu hareket denklemleri yazılan bir MATLAB programı ile öngörülen bir grup deprem kaydı için çözülmüş, ve yapısal kuvvetler elde edilmiştir. Bu kuvvetler, ülkemizde bu yapı tipleri için uygulanan yaklaşım yönteminden elde edilen kuvvetler ile karşılaştırılarak, yapısal davranış irdelenmiştir.

2 Teorik Altyapı

Bu bölümde, ilk olarak tekil ve çoklu yalıtımlı yapıların doğrusal olmayan zaman-tanım analizlerinde kullanılan hareket denklemleri ve bu hareket denkleminin çözüm yöntemleri anlatılmıştır. Daha sonra tipik tekil yalıtımlı yapıların TSDS yaklaşımı ile tasarımı ve bu yaklaşımın ülkemizde çoklu yapıların tasarımında nasıl kullanıldığı açıklanmıştır. Ayrıca bu makale kapsamında kullanılacak diğer yöntemler hakkında da bilgiler verilmiştir. Denklemlerin detayları ilgili literatürde detaylı verildiğinden, burada genel halleri verilmiştir.

2.1 Sismik Yalıtımlı Yapı Modellenmesi ve Analizi

Sismik yalıtımlı yapılar farklı yöntemler ile modellenebilir. Mühendislik uygulamalarında yapının tüm bileşenlerinin tasarımı gerektiğinden, genelde tüm yapının detaylı sonlu elemanlar yaklaşımı ile modellenmesi tercih edilmektedir (örnek: **Zekioglu2009**). Diğer bir yaklaşım, üstyapı, yalıtım diyaframı ve yalıtım katmanı hareket denklemlerinin ayrı ayrı elde edilmesi ve sonradan birleştirilmesi üzerine kuruludur (**Nagarajaiah1991**). Bu yöntemde üstyapı doğrusal bir modelle, yalıtım diyaframı toplu kütle ile, yalıtım birimleri ise çoklu ya da tekil doğrusal olmayan yaylar ile modellenebilir. Üstyapı modeli üç boyutlu bir

Şekil 2: Tekil ve çoklu yalıtımlı yapı modellemesi.

modelin modal uzayda ifadesi ya da toplu kütle ve kayma yaylarından oluşan bir modelle ifade edilebilir. Üstyapı için kapsamlı bir modal uzay modeli, üstyapının mevcut üç boyutlu modeli olması durumunda üstyapı tasarımına yönelik olarak eleman kuvvetlerinin elde edilmesi amaçlı kullanılabilir (örnek: **Narasimhan2006**; **Erkus2006**). Toplu kütle-yay modeli ise bir davranış biçiminin nümerik incelenmesi ile ilgili çalışmalarda kullanılabilir (örnek: **Bekin2018-MSThesis**).

Bilindiği üzere, yalıtımsız yapılarda toplu kütle-modeli kullanılması durumunda kütle ve yay özellikleri seçilirken genelde, mevcut ya da tipik bir yapının, kütle, rijitlik ve bir veya birden fazla modun modal özelliklerine (periyot, mod şekli, kütle katılım faktörü) yakın özellikler elde edilmeye çalışılır. Yalıtımlı yapılarda ise kütle ve rijitlik özelliklerine ek olarak ilgili yönde sadece en etkin ilk modun modal özelliklerine yakın modal özelliklerin elde edilmesi yeterli olmaktadır. Bunun nedeni yalıtımlı yapılarda, ilgili yönde, yalıtım katmanının yerdeğiştirmesi ile ilgili doğal salınım modunun üstyapı modlarına göre çok daha etkin ve çok yüksek kütle katılım oranına sahip olmasıdır (**Skinner1993**) (tipik yalıtımlı bir yapıda bu oran % 95 mertebelerindedir). Bu makalede, **Bekin2018-MSThesis** tarafından yapılan çalışmadan farklı olarak, üstyapı için bir Timoshenko kiriş modeli kullanılmıştır. Bu modelde, eğilme ve kayma rijitlikleri ayrı ayrı tanımlanabildiğinden, hastane binalarının modellenmesinde farklı rijitlik değerlerinin denenmesine imkan verilerek tipik hastane yapılarının daha gerçekçi modellenmesi hedeflenmiştir.

Sismik yalıtımlı tekil ve çoklu sistemlerin hareket denklemleri için Şekil (2)'de gösterilen idealleştirilmiş sistemler kullanılmıştır. Çoklu sistemde $N-$adet üstyapı bulunmaktadır ve j. yapı katsayısı n_j'dir. Her kat Timoshenko kirişleri ile modellenmiştir. Çoklu sistem için hareket denklemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{F}_{\mathrm{s},i}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{S}_1\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}(t) \tag{1}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} \\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} + M_{\mathrm{b}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{\mathrm{b}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\mathrm{s},i}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{S}_1 F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}}(t), \tag{2}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{\mathrm{b}} \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}(t) \\ \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}}(t) \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}(t) \\ \dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}(t) \\ x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}_1 = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Burada, $\mathbf{M}_{\mathrm{s}}$, $\mathbf{C}_{\mathrm{s}}$ ve $\mathbf{K}_{\mathrm{s}}$ terimleri sırası ile üstyapı kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini, M_{b} yalıtım düzlemi kütlesini, $F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}}$ yalıtıcının doğrusal olmayan kesme kuvvetini, C_{b} ve K_{b} sırası ile yalıtım seviyesinde bulunması muhtemel ek mekanizmaların sönümleme ve rijitlik değerle-

Şekil 3: Timoshenko kirişinin tanımlanmasında kullanılan yerel koordinat sistemi ve yerel serbestlik dereceleri.

rini ifade etmektedir. Yalıtım düzleminin zemine göre bağıl yerdeğiştirmesi $x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}}$ ile, üstyapının yalıtım düzlemine göre bağıl yer değiştirmesi ise $\mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}$ ile gösterilmiştir. $\mathbf{S}_1$ deprem etki vektörünü, $\mathbf{R}$ ise elemanları "1" rakamından oluşan N_{kat}x1 boyutunda bir katsayı vektörüdür. Üst yapı kütle, rijitlik ve sönümleme matrisleri şu şekilde oluşturulmaktadır:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{M}_{\mathrm{s},j} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{K}_{\mathrm{s},j} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{C}_{\mathrm{s},j} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix}, \quad j=1,\ldots,N \tag{4}$$

Bu denklemlerde $\mathbf{M}_{\mathrm{s},j}$, $\mathbf{K}_{\mathrm{s},j}$ ve $\mathbf{C}_{\mathrm{s},j}$ sırası ile j. üstyapı kütlelerinden oluşan diyagonal kütle matrisi, j. üstyapı için Timoshenko kiriş matrislerinin matris yöntemleri ile birleştirilmesinden oluşan rijitlik matrisi ve j. üstyapı için sönümleme matrisidir. Sönümleme matrisi, farklı yöntemler ile oluşturulabilir. Bu çalışmada, klasik Rayleigh sönümleme matrisi kullanılmıştır. Yerdeğiştirme vektörü, üstyapı yerdeğiştirmeleri cinsinden şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{x}_{\mathrm{s},j}^{\mathrm{b}} \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\mathrm{s},j}^{\mathrm{b}} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ x_{j,i}(t) \\ \theta_{j,i}(t) \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad i=1,\ldots n_j, \quad j=1,\ldots,N \tag{5}$$

Sistem matrislerinin elde edilişi ve diğer detayları **Nagarajaiah1991Narasimhan2006Erkus2006Bekin2018-** bulunabilir.

Rijitlik matrisinin elde edilmesinde kullanılan ve Şekil (3)'de gösterilen yerel koordinat sistemi ve yerel serbestlik dereceleri için tanımlanan Timoshenko elemanının rijitlik matrisi, ilgili şekil fonksiyonları ve kayma alanı katsayısı şu şekilde verilmiştir:

$$\mathbf{k}_{j,i} = \begin{bmatrix} \frac{12}{1+\Phi}\frac{EI}{L^3} & \frac{6}{1+\Phi}\frac{EI}{L^2} & -\frac{12}{1+\Phi}\frac{EI}{L^3} & \frac{6}{1+\Phi}\frac{EI}{L^2} \\ & \frac{4+\Phi}{1+\Phi}\frac{EI}{L} & -\frac{6}{1+\Phi}\frac{EI}{L^2} & \frac{2-\Phi}{1+\Phi}\frac{EI}{L} \\ \text{Simetrik} & & \frac{12}{1+\Phi}\frac{EI}{L^3} & -\frac{6}{1+\Phi}\frac{EI}{L^2} \\ & & & \frac{4+\Phi}{1+\Phi}\frac{EI}{L} \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \Phi = \dfrac{12EI}{G(A/\alpha)L^2}, \\ \\ \alpha = \dfrac{A}{I^2}\int_A \dfrac{Q(y)^2}{b(y)^2}dA \end{array} \tag{6}$$

Burada, E elastisite modülünü, G kayma modülünü, A kesit alanı, I atalet momenti, L eleman boyu, ve Φ kayma deformasyonlarının eğilme deformasyonlarına göre bağıl olarak tanımlandığı parametre, $Q(y)$ kayma gerilmesi ve $b(y)$ 'dir. Timoshenko kirişi ile ilgili teori ve denklemlerin detayları yapısal analiz kitaplarında bulunabilir (örnek: **mcguire2015**).

2.2 Doğrusal Olmayan Analiz Yöntemi

Bu çalışmada hareket denklemlerinin doğrusal olmayan sayısal integrasyonunda Newmark-β (**Newmark1959method**) ve Newton-Raphson yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerin detayları **Erkus2004a**' da verilmiş olup burada kısaca özetlenmiştir. Hareket denkleminin (Denklem 1) t ve $t+\Delta t$ zaman adımları farkını ifade eden her Δt zaman aralığı için denklemin artımsal formu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{x}}_i + \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i} = \Delta\mathbf{P}_i \tag{7}$$

Burada i alt indisi ilgili değerin $t_i+\Delta t$ ve t_i anlarındaki değerlerinin farkını ifade etmektedir: $\square_i = \square(t_i+\Delta t) - \square(t_i)$. Newmark-$\beta$ yönteminde hız ve yerdeğiştirme vektörleri için şu kabuller kullanılmaktadır (**Newmark1959method**):

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \dot{\mathbf{x}}_i + [(1-\gamma)\Delta t]\ddot{\mathbf{x}}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}, \quad \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + (\Delta t)\dot{\mathbf{x}}_i + [(\frac{1}{2}-\beta)(\Delta t)^2]\ddot{\mathbf{x}}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{\mathbf{x}}_{i+1} \tag{8}$$

Burada, β ve γ, ivmenin t ve $t+\Delta t$ zaman aralığındaki değişimi hakkında yapılan kabulü belirler; bu çalışmada sabit ortalama ivme durumuna karşılık gelen $\beta = 1/4$ ve $\gamma = 1/2$ değerleri kullanılmıştır. Bu kabuller kullanılarak hız ve ivmenin artımsal halleri şu şekilde ifade edilebilir (**Newmark1959method**):

$$\Delta\dot{\mathbf{x}}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta\mathbf{x}_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{x}}_i + \Delta t(1-\frac{\gamma}{2\beta})\ddot{\mathbf{x}}_i, \quad \Delta\ddot{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta\mathbf{x}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{x}}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{x}}_i \tag{9}$$

Bu denklemler, Denklem 7'e konursa diferansiyel hareket denklemi aşağıdaki cebirsel forma dönüşür:

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{x}_i + \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i} = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i \tag{10}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{C}, \quad \Delta\hat{\mathbf{P}}_i = \Delta\mathbf{P}_i + \left(\frac{1}{\beta\Delta t}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta}\mathbf{C}\right)\dot{\mathbf{x}}_i + \left[\frac{1}{2\beta}\mathbf{M} + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta}-1\right)\mathbf{C}\right]\ddot{\mathbf{x}}_i \tag{11}$$

Burada $\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}$ terimi Δt zaman aralığında izolatör ve üstyapının ürettiği içsel kuvvetlerin toplamını ifade etmektedir ve $\Delta\mathbf{x}_i$ yer değiştirmesine bağlıdır. Bundan dolayı 10 ile verilen hareket denklemi doğrudan çözülemez. Newton-Raphson yöntemi bu denklemin çözümünde

Şekil 4: Newton-Raphson yineleme adımları.

kullanılan yinelemeli bir yöntemdir. Bu yöntemde, her j. yinelemede önce içsel kuvvetler hakkında teğetsel rijitlik matrisi $K_{\mathrm{T},i}^{j}$ kullanılarak bir kabul yapılır ve bu kabule denk gelen yerdeğiştirmeler Denklem 10 kullanılarak hesaplanır:

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{kabul},j} = K_{\mathrm{T},i}^{j}\Delta\mathbf{x}_i^j, \quad \Delta\mathbf{x}_i^j = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i(\mathbf{A}+\mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j})^{-1} \tag{12}$$

Bu yerdeğiştirmeye denk gelen ve yapının ürettiği içsel kuvvetler $\Delta\mathbf{F}_{s,i}^{\text{iç},j}$ bünye denklemlerinden elde edilir. Kabul edilen iç kuvvetler ile yapının ürettiği iç kuvvetler arasındaki fark *dengelenmemiş kuvvet* $\mathbf{F}_{s,i}^{\text{dk},j}$ olarak adlandırılır. Her artımda denge noktasını yakalayabilmek için dengelenmemiş kuvvetler nedeni ile oluşacak ek yerdeğiştirmeler her yinelemede hesaplanmalıdır. Bunun için bir yinelemede elde edilen dengelenmemiş kuvvetler bir sonraki yinelemede yapıya dış kuvvet olarak etkitilir:

$$\mathbf{F}_{s,i}^{\text{dk},j} = \Delta\mathbf{F}_{s,i}^{\text{kabul},j} - \Delta\mathbf{F}_{s,i}^{\text{iç},j}, \quad \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}_i^{j+1} + \Delta\mathbf{F}_{s,i}^{j+1} = \mathbf{F}_{s,i}^{\text{dk},j} \tag{13}$$

Newton-Raphson yinelemesinin $j+1$ adımı için yazılan hareket denklemi j adımına benzer şekilde çözülerek, her yinelemede yeni değiştirme elde edilir. Yinelemeler, belli bir hata kriteri sağlanana kadar devam eder ve yerdeğiştirmelerin toplamı ilgili artımdaki yerdeğiştirme vektörünü verir:

$$\Delta\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^{n} \Delta\mathbf{x}_i^j \tag{14}$$

2.3 Eşdeğer TSDS Yöntemi – Tekil Yalıtımlı Yapılar

Bu yöntem yinelemeli bir yöntemdir. Mühendislik uygulamalarında her biri farklı sıra ile ya da farklı şekilde uygulanıyor olsa da, her yinelemenin üç ana aşamadan oluştuğu kabul edilebilir: (a) üstyapı ve yalıtıcı tasarımı, (b) yalıtıcı tepkilerinin hesaplanması. (c) üstyapı kat kuvvetlerinin belirlenmesi. Bu bölümde ilk önce bu aşamalar aşağıda sırası ile açıklanmıştır. Daha sonra örnek olması açısından yöntemin mühendislik uygulamalarında takip edilen bir hali özetlenmiştir. Son olarak, yöntem hakkında yorum ve öneriler sunulmuştur.

Üstyapı ve Yalıtıcı Tasarımı

Bu aşamada amaç, üst yapının boyutlandırılması ve detaylandırılması, yalıtıcıların boyutlandırılması, özelliklerinin belirlenmesi ve detaylandırılması, ve belirlenen boyut ve özellikler için çevrimsel davranışlarının belirlenmesidir. Üst yapı tasarımı için bir önceki yinelemede elde üstyapı kuvvetleri, yalıtıcı tasarımı için ise bir önceki yinelemeden elde edilen yalıtım seviyesi yerdeğiştirmeleri ve eksenel kuvvetler kullanılır.

İlk yinelemede üstyapı kuvvetleri ve yalıtıcı tepkileri henüz bilinmediğinden, daha çok tecrübeye dayalı ön tasarımlar gerçekleştirilir. Örnek olarak üst yapı tasarlanırken, yönetmeliklerde sadece düşey yükler için verilen yük kombinasyonları kullanılabilir. Yalıtıcı için ise kapsamlı bir ürün tasarımı yapmak yerine, üstyapı periyoduna, kütlesine bağlı olarak bir çiftdoğrusal çevrimsel davranış kabulü (ilk ve akma sonrası rijitlik değerer, akma noktası kuvvet ve yerdeğiştirmeler) yapmak yeterli olmaktadır.

Şekil 5: Yalıtımlı yapının TSDS'e indirgenmesi

Şekil 6: Doğrusal olmayan davranışın doğrusal yay ve viskoz sönümlemeye indirgenmesi

Yalıtıcı Tepkilerinin Hesaplanması

Bu aşamada amaç verilen bir deprem spektrumu için yalıtıcı yerdeğiştirmelerini ve yalıtım seviyesi kesme kuvvetlerini hesaplamaktır. Bu tepkilerinin hesabının verilen bir spektrum altında yapılabilmesi için yalıtımlı yapının ilk önce bir eşdeğer doğrusal olmayan TSDS'e indirgenmesi gerekir (Şekil 5). Bu indirgemede iki temel kabul yapılır. İlk kabul, üst yapı katlarının yalıtım diyaframına göre göreli bir yerdeğiştirme yapmadığı, üstyapının tümden rijit bir kütle olarak davrandığıdır. Bu kabul aynı zamanda üstyapıda olulaşacak salınımların, yalıtıcı davranışını etkilemediğini anlamına gelmektedir. Üstyapı salınımm periyotlarının, yalıtım seviyesinin etkin salınım periyotlarından ayrık olması durumunda bu kabul daha gerçekçi olmaktadır.

Yapılan diğer kabul, yalıtım seviyesindeki tüm yalıtıcıların, doğrusal olmayan çiftdoğrusal davranış gösteren toplu bir yalıtıcı olarak modellenmesidir. Bu noktada, tipik çiftdoğrusal davranış yerine, yalıtıcıların davranışını daha doğru gösteren çevrimsel modeller de kullanılabilir. Bu toplu yalıtıcı modelinin doğrusal olmayan davranışı, tüm yalıtıcıların doğrusal olmayan davranışlarının üstdüşümü ile elde edilir. Örnek olarak toplu yalıtıcının akma kuvveti, her bir yalıtıcının akma kuvvetlerinin toplamı olarak bulunabilir. Yalıtım katmanında ek bir sönümleme mekanizması kullanılmıyor ise, bu sistemde bir viskoz sönümleme elemanı bulunmaz.

Doğrusal olmayan TSDS, ikinci defa basitleştirilerek doğrusal yaylı ve viskoz sönümlemeli bir yapıya indirgenir (Şekil 6). Bu yaklaşımda iki kabul vardır. Bunlardan ilki TSDS'in verilen bir maksimum yerdeğiştirme ve maksimum kuvvet değerlerinde çevrimsel bir salınım yaptığıdır. İkinci kabul ise, çevrimsel davranış ile sönümlenen enerjinin viskoz bir mekanizma ile sönümlendiğidir. Bu durumda, eşdeğer doğrusal yayın rijitiliği doğrusal olmayan yayın maksimum yerdeğiştirme ve maksimum kuvvete denk gelen sekant rijitliği olmaktadır. Viskoz sönümleyici maksimum yerdeğiştirme değerinde salınım yapmaktadır. Bu durumda viskoz sönümleyicinin kritik sönümleme oranı, şu şekilde hesaplanabilir:

$$\xi_{\text{eş}} = \frac{1}{4\pi}\frac{E_{\text{D}}}{E_{\text{S}}} \tag{15}$$

Burada, E_{D} doğrusal olmayan yayın bir çevrimde sönümlediği enerji ve E_{S} ise doğrusal yayda ilgili yerdeğiştirme anında oluşan birim şekildeğiştirme enerjisidir. Bu iki değerde, verilen bir doğrusal olmayan çevrimsel davranış için hesaplanabilir. Örnek olarak Şekil 7'de gösterilen çiftdoğrusal çevrim için $E_{\text{D}} = 4Q_{\text{y}}(x_{\text{b}}^{\max} - x_{\text{y}})$ ve $E_{\text{S}} = k_{\text{eş}}(x_{\text{b}}^{\max})^2/2$ 'dir.

Şekil 7: İzolatörlerin çift doğrusal histeretik eleman modeli.

Şekil 8: Eşdeğer rijitlik, eşdeğer sönümleme ve yerdeğiştirme hesaplarının birbirine bağlılığı.

Şekil 9: Kat ağırlıkları, eşdeğer kat ve kesme kuvvetleri ve oranlarının tanımlanması

Görüldüğü üzere, TSDS'de yukarıda özetlenen indirgemeyi yapabilmek için, bir başka deyişle eşdeğer rijitlik ve sönümleme değerini bulabilmek için, verilen spektrum altında oluşacak yerdeğiştirme değerinin bilinmesi gerekir. Verilen spektrum altında yerdeğiştirme hesabının yapılabilmesi için ise TSDS'in periyodu ve sönümlemenin bilinmesi gerekir ki, periyot kütle ve eşdeğer rijitliğe bağlıdır. Bundan dolayı, yerdeğiştirme ve eşdeğer rijitlik ve eşdeğer sönümleme değerlerinin hesaplanması birbirlerine bağlı olup, hesaplama yinelemeli bir yöntem ile yapılır (Şekil 8). Bu noktada vurgulanması gereken bu yinelemenin eşdeğer TSDS yönteminin ana yinelemelerden içinde bulunan alt yinelemeler olduğudur.

Eşdeğer doğrusal TSDS'in yerdeğiştirmelerinin hesabı için yapılan yinelemeler şu şekildedir: İlk önce eşdeğer doğrusal TSDS'in eşdeğer periyodu ve eşdeğer sönümleme oranı hakkında tecrübeye dayalı bir kabul yapılır. Bu periyod için spektral ivme verilen spektrumdan elde edilir. Eğer verilen spketrum %5 kritik sönümleme oranı için verilmiş ise, bu spektrum eşdeğer sönüm değeri için genelde yönetmeliklerde verilen katsayılar ile güncellenir. Elde edilen spektrum değerine denk gelen yerdeğiştirme hesaplanır. Daha sonra, bu yerdeğiştirmeye denk gelen yeni bir eşdeğer periyod ve eşdeğer sönüm değeri elde edilir. Bir sonraki yineleme bu yeni değerler için tekrarlanır.

Üstyapı Kat Kuvvetlerinin Belirlenmesi

Eşdeğer TSDS yönteminde, yalıtım seviyesi yerdeğiştirme ve kesme kuvvetini bulduktan sonraki aşamada üstyapı eşdeğer statik deprem kuvvetlerinin bulunur. Bunun için akademik ve yönetmelik literatüründe çok farklı yaklaşımlar mevcut olup bu bölümde en fazla bilinenleri kısaca açıklanmıştır. Bu noktada, kat kesme kuvvetlerinin, V_i, ve kat kesme oranlarının, C_i, tanımlanması uygun olmaktadır (Şekil 9):

$$C_j = \frac{V_j}{W_j}, \quad W_j = \sum_{i=j}^{k} w_i, \quad j : \mathrm{b}, 1, \ldots, k \tag{16}$$

Burada w_i, i numaralı katın sismik ağırlığı, k, kat sayısı, b, yalıtım döşemesinin indisi, W_j, j katı ve üstündeki katların sismik ağırlıklarının toplamı ve V_j, j seviyesi kat kesme kuvvetidir. Yalıtım seviyesi için bu oran şu hali almaktadır:

$$C_\mathrm{b} = \frac{V_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b} + W_\mathrm{T}}, \quad W_\mathrm{T} = \sum_{i=1}^{k} w_i \tag{17}$$

Burada, W_T, üst yapı katlarının yalıtım döşemesi dahil olmadan toplam sismik ağırlığı, W_b, yalıtım döşemesi sismik ağırlığı ve V_b yalıtım seviyesi kesme kuvvetidir.

İlk yaklaşımda, yalıtım seviyesi kesme kuvvetleri, V_b, yalıtım ve kat döşemeleri olmak

Şekil 10: Farklı yöntemler ile eşdeğer kat kuvvetlerinin bulunması

üzere tüm döşemelere ters üçgen tabir edilen bir düzen ile dağıtılır:

$$F_j = \frac{V_\mathrm{b} w_j h_j}{\sum_{i=\mathrm{b}}^{k} w_i h_i}, \quad j : \mathrm{b}, 1, \ldots, k \tag{18}$$

Bu yaklaşım eski **ASCE7-05ASCE7-10ASCE41-06** standartlarında ve yeni **TBDY2018**'de kullanılmaktadır.

İkinci yaklaşımda, yalıtım seviyesi kesme kuvvetlerinden ilk kat seviyesi kesme kuvveti ve buna ağlı olarak yalıtım döşemesine uygulanan kuvvet bulunur. Daha sonra ilk kat seviyesi kesme kuvveti ters üçgen dağılım benzeri bir dağılımla üst katlara dağıtılır. **ASCE7-16ASCE41-13ASCE41-17** yaklaşım bu şekildedir: Örnek olması açısından burada **RyanYork2008** çalışmasına dayanan **ASCE7-16**'deki formüller verilmiştir. Birince kat kesme ve yalıtım döşemesi kat kuvvetleri, yalıtım seviyesi kesme kuvveti kullanılarak şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$V_1 = V_\mathrm{b} \left(\frac{W_\mathrm{T}}{W_\mathrm{b} + W_\mathrm{T}} \right)^{(1-2.5\xi)}, \quad F_\mathrm{b} = V_\mathrm{b} - V_1 \tag{19}$$

Burada ξ, ilgili eşdeğer TSDS'in eşdeğer viskoz sönümleme oranıdır. 2.5 faktörü çok sert doğrusalsızlık gösteren yalıtıcılar için 3.5 olmaktadır. KAt kuvvetleri ise şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$F_j = \frac{V_\mathrm{b} w_j h_j^k}{\sum_{i=2}^{k} w_i h_i^2}, \quad k = 14\xi T_\mathrm{fb}, \quad j : 2, \ldots, k \tag{20}$$

Burada T_fb, üstyapının yalıtımsız halinin periyodudur.

Üçüncü yaklaşımda kat kuvvetleri, yalıtımlı yapıların etkin mod şekilleri göz önüne alınarak dağıtım yapılmaktadır (**LeeHongKim2001**; **TsaiChenChiang2003**):

$$F_j = V_\mathrm{b} \frac{w_j (1 + r h_j)}{\sum_{i=\mathrm{b}}^{k} w_i (1 + r h_i)}, \quad r = \frac{\varepsilon}{H_\mathrm{e}}, \quad \varepsilon = (\frac{T_\mathrm{eş}}{T_\mathrm{fb}})^2 \tag{21}$$

Burada $T_\mathrm{eş}$ ve T_fb sırası ile eşdeğer TSDS'in ve üstyapının yalıtımsız halinin periyotları ve H_e, efektif yüksekliktir.

Son yaklaşım pratik bir ön tasarım yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda, ilk kat kesme kuvveti hakkında bir kabul yapılır. Örnek olarak yalıtım döşeme ve üstyapı kat ağırlıklarının benzer olduğu yapılar için birinci kat kesme kuvvet oranının yalıtım seviyesi kesme kuvvet oranına eşit olduğu kabul edilebilir: $C_1 = C_\mathrm{b}$. Bu kabul ile ilk kattaki kat kesme kuvvetleri hesaplanabilir, $V_1 = C_1 W_\mathrm{T}$ ve bu kuvvet katlara ters üçgen düzeninde dağıtılabilir. Eğer yalıtım döşeme ağırlığı kat kütlelerinden oldukça farklı ise üstyapı rijitliği düşükse, Denklem 19 kullanılarak da bu oran hesaplanabilir.

Eşdeğer TSDS'in Mühendislikte Uygulanması

Eşdeğer TSDS yönteminin mühendislikteki uygulamaları genelde yukarıda açıklanan yinelemeli aşamalardan sıra yönünden farklılık göstermektedir. Uygulamada genellikle ilk önce eşdeğer periyod ve sönümleme hakkında tecrübeye dayalı hedef değerler ana kriter olarak belirlenir. Bunun nedeni, yalıtımlı yapılarda olası eşdeğer periyod ve sönümleme değerlerinin çok geniş bir aralığa sahip olmasıdır. Bundan dolaayı, bu değerler ana kriter olarak en başta belirlenmez ise yukarıda açıklanan yinelemeli aşamaların uygulanması mümkün olmaz. Hedef eşdeğer periyot ve sönümleme ana kriter olarak belirlendikten sonra üst yapı, bu hedef periyot ve sönümlemeye denk gelen taban kesme kuvvetlerine göre yalıtıcı tasarımından bağımsız olarak tasarlanır. Üst yapı tasarımı sırasında taban kesme kuvvetlerinin azaltılması gerektiği anlaşılırsa, hedef periyot ve sönümleme değerleri yine tecrübeye bağlı olarak artırılabilir. Yalıtıcılar için ise, üstyapı tasarımına paralel olarak hedef periyot ve sönümleme değerlerini sağlayan yalıtıcı tipi, boyutları ve özellikleri belirlenir. Yalıtıcı tasarımı üstyapı tasarımına yalıtıcı tipine göre bağlı olabilir ya da ondan tamamen bağımsız olabilir. Bu durum elastomer ve sürtünme tabanlı yalıtıcılar için ayrı ayrı açıklanmıştır.

Elastomer tabanlı yalıtıcılar için, yalıtım sisteminin eşdeğer periyodu üstyapı kütlesine, yalıtıcı genişliği ise burkulma tasarımı nedeni ile eksenel yük ve yerdeğiştirme taleplerine bağlıdır. Yalıtıcı yarıçapı ise kayma rijitliğine ve buna bağlı olarak eşdeğer periyodu etkiler. Bundan dolayı, elastomer tabanlı yalıtıcılar ile her istenen periyot ve sönümleme oranını sağlayan yalıtıcı birimi tasarlamak mümkün olmayabilir ve bu tasarım üstyapı tasarımına doğrusan bağlıdır. Özellikle uzun periyot değerlerini elastomar tabanlı yalıtıcılar ile sağlamak zor olduğundan, bazı durumlar elastomer yalıtıcılar yerine düz yüzeyli kayıcı mesnet kullanılarak periyot artımı sağlanabilir.

Sürtünme tabanlı yalıtıcılarda, yalıtım sistemi eşdeğer periyodu üstyapı kütlesinden bağımsızdır ve yerdeğiştirme talebi yalıtıcı hareket çapını, eksenel yükler ise birim içerisindeki çelik bölümlerin çapını belirler. Ayrıca sönümleme sürtünme katsayısına bağlı olduğundan istenilen bir eşdeğer sönümleme oranı, sürtünme etkisini yaratan malzemenin özelliklerine bağlı olarak istenildiği gibi belirlenebilir. Bundan dolayı, sürtünme tabanlı sönümleyiciler ile istenilen hedef periyot ve sönümleme üstyapı tasarımından tamamen bağımsız olarak gerçekleştirilebilir.

Görüldüğü üzere, yalıtıcı tasarımı her iki tip yalıtıcılar ile ilgili olarak, tecrübe ve yalıtıcı davranış ve tasarım bilgisi gerektirmektedir. Bu noktada, bazı tasarım kılavuzları, yönetmelikler kullanılabilir (örnek: **AASHTO2010-BaseIso**; **Constantinou2011**) ya da üreticilerden boyutlandırma konusunda destek alınarak hem veri yokluğunda ilk ön tasarım, hem sonraki yinelemelerde kapsamlı tasarım yapılabilir.

Eşdeğer TSDS Yöntemi Hakkında Görüş ve Öneriler

Yukarıda anlatıldığı üzere eşdeğer TSDS yöntemi bünyesinden birçok kabul barındırmaktadır. Yalıtım tepkilerinin hesaplanmasında üstyapı rijitliği ihmal edilmektedir. Yalıtım doğrusalsızlığı, doğrusal bir yay ve viskoz sönümlemeye indirgenmiştir. Ayrıca, farklı yönetmeliklerde verilen spektrum azaltma katsayısı birbirinden oldukça farklı olabilir (**Erkus2017a**). Yalıtım periyotları mertebelerinde spektrum ile yerdeğiştirme hesabı çok hassaslaşmaktadır. Doğrusal olmayan zaman-analiz yöntemleri ile bir karşılaştırma yapılacaksa kullanılan deprem kayıtlarının verilen bir spektruma uygun hale getirilmesi ile ilgili yöntemler de tartışmaya açıktır. Tüm bu noktalara rağmen, eşdeğer TSDS yöntemi ile elde edilen yalıtım tepkilerinin genelde güvenli tarafta kaldığı bilinmektedir.

Üstyapı kuvvetleri hesabında kullanılan yöntemler de yaklaşık yöntemlerdir. Bundan dolayı bu yöntemler nedeni ile elde edilen kuvvetlerin ne kadar doğru olduğu her zaman tartışmaya açıktır. Örnek olarak, birinci yöntem hata payı en yüksek yöntem olarak bilinmekte, yapı özellikleri az katlı standart yalıtımlı yapı tipinden farklılaştıkça bu hata artmaktadır ve üstyapı kat kuvvetlerinin dağılımı gerçekçi olmamaktadır (**LeeHongKim2001**; **TsaiChenChiang2003**; **RyanYork2008**; **Cardone2009**; **Erkus2017a**). Normalde, yalıtımsız yapılarda kullanılan bu yöntemin yalıtımlı yapılara uyarlanmasının nedeni, yüksek modların etkin olabileceği üstyapılarda (örnek: katsayısının fazla olduğu üstyapılar) bu etkilerin göz önüne alınması olarak açıklanmaktadır (**FEMA450Part2**). Bu yöntemde, eğer yalıtım seviyesi orta kotu, yalıtım döşeme kotuna çok yakınsa, yalıtım döşemesine gelen kuvvet sıfıra yakın olacaktır. Ancak bu durumda bu yöntem yalıtım döşemesi ağırlığının kat ağırlıklarına göre çok yüksek olduğu yapı tipleri için gerçekçi olmayan sonuçlar verecektir (örnek: **Erkus2017a**). İkinci ve üçüncü yöntemlerin daha gerçekçi sonuçlar verdiği ilgili literatürde gösterilmiştir. Üçüncü yöntem ise daha hızlı hesap yapmak için kullanılmaktadır ve dikkatli kullanılması durumunda, ikinci ve üçüncü yöntem gibi daha doğru sonuçlar verebilir.

Yukarıda açıklanan yöntemler her ne kadar kendi kapsamları dahilinde iyi sonuçlar verebiliyor olsa da, gerçek mühendislik uygulamalarında tüm bu yöntemler yaklaşık yöntemlerdir ve özellikli ve maliyetli yalıtımlı yapılarda, gerçek davranışın anlaşılması her zaman önceliklidir. Gerçek davranış ise en etkin doğrusal olmayana zaman-tanım analizleri ile anlaşılmalı, ve tasarım teyit edilmeli ve yönetmeliklerin yalıtımlı ya da yalıtımsız tüm yapı tipleri için öngördüğü en temel şart olan D1 deprem seviyesinde en az göçme öncesi performans kriterinin sağlandığı ispatlanmalıdır. Ancak bu ileri analizlerin yapılabilmesi için tasarımın (boyutlar ve detaylar) bitmiş olması gerekir ki tasarımın başında bu mümkün değildir. Bundan dolayı, çok basit yapılar dışında mühendisi tasarım için bu ileri analizleri kullanması mümkün değildir ve eşdeğer TSDS yada eşdeğer mod birleştirme yöntemlerinin kullanılması zorunludur. Bu noktada yalıtıcı ve üst yapı tasarımları yapılırken eşdeğer TSDS yönteminin kullanılması nedeni ile oluşan riskler iyi anlaşılmalıdır.

Yalıtıcı tasarımı açısından şu değerlendirme yapılabilir. Yalıtımlı yapılarda inşaat planlaması düşünüldüğünde, yalıtıcıların, ileri analizler yapılmadan siparişlerinin verilmesi gerekmektedir. Bundan dolayı tasarım için ileri analizlerin yapılamamasına ek olarak, yalıtıcıların sipariş ve inşasından önce de ileri analizler yapılamaz. Bu olumsuzluklara rağmen, eşdeğer TSDS yöntemi ile elde edilen yalıtıcı tepkilerinin genelde güvenli tarafta sonuçlar verdiği bilinmektedir. Ayrıca, tasarımda her zaman bir miktar marj bulunmaktadır. Yalıtımlı yapı tecrübesi olan mühendis, gerçek yalıtıcı davranışını iyi tahmin edebilir. Ancak, bir yalıtımlı yapı projesinde, olumlu yönler ne kadar baskın olsa da, mühendislik etik ve yasal uygulama esasları açısından yalıtıcı tasarımı mutlaka ileri doğrusal olmayan analizler ile, yalıtıcılar inşa edilmiş olsa bile, mutlaka kontrol edilmeli ve yalıtıcıların ve üstyapı ve altyapı bağlantılarının (betonarme elemanlar için ankrajlar, çelik elemanlar için kaynak ve bulonlar) özellikle D1 depreminde hasar almayacağı gelecek için raporlanarak kayıt altına alınmalıdır.

Eşdeğer TSDS yönteminde hesaplanan kat kuvvetleri ile ilgili de şu riskler tartışılabilir. Eşdeğer yöntem ile yapılan üstyapı tasarımı ise her zaman tartışmaya açıktır ve tüm yöntemler ya yaklaşık ya da ampirik yöntemlerdir. Ayrıca yönetmelikler üstyapının tasarımını D2 deprem seviyesinde yaptırır ve düşük sünekliğe sahip detaylar ve bir deprem azaltma katsayısının kullanılmasına izin verir. Bu durumda, yapının sağlaması gereken en temel kriter olan D1 seviyesinde en az göçme öncesi performansı tasarım sırasında kontrol edilmez. Bu olumsuzluklara rağmen yalıtımlı yapılarda üstyapının doğrusal ya da doğrusal yakın kalması genel yalıtımlı yapı teorisine uyumluluk açısından genel olarak uygulanmaya çalışılan bir kuraldır. D2 deprem seviyesinde kullanılan azaltma katsayısı ise yalıtımsız yapı için izin verilen katsayının en fazla $3/8$'i olabilir ve süneklikten çok bu katsayı içerisinde barınan güç fazlasını ifade eder. Bundan dolayı üstyapının D1 deprem seviyesinde doğrusala yakın davranış gösterme olasılığı yalıtımsız yapılara göre çok daha yüksektir. Bazı durumlarda D2 seviyesinde doğrusal olmayan zaman-tanım alanında analizleri ile tasarım kontrol edilir. Tüm bu olumlu yönler yapının D1 deprem seviyesinde beklenen bir davranış göstermesini sağlayacaktır. Ancak mühendislik uygulama esasları açısından, yalıtıcı tasarımında olduğu gibi, üstyapı tasarımının D1 deprem seviyesinde ileri doğrusal olmayan analizler ile kontrol edilip yapının beklenen performansa sahip olacağı gösterilmeli ve gelecek için raporlanarak kayıt altına alınmalıdır.

Görüldüğü üzere, hem yalıtıcı tasarımı hem de üstyapı tasarımında eşdeğer TSDS yönteminin olumlu yönleri olsa da, yöntemin birçok kabul içermesi ve yaklaşık olması nedeni ile tasarım D1 seviyesi deprem için mutlaka kontrol edilmelidir. ASCE 7 gibi standartlarda, yalıtımlı yapıların yaygınlaştırılması maksadı ile belli şartları sağlayan çok tipik yapılar için bu kontrol yapılmamakla beraber diğer yalıtımlı yapılar için D1 deprem seviyesinde hem yalıtım hem de üstyapı tasarımı kontrol edilmesi zorunludur. **TBDY2018**'de ise tüm yalıtımlı yapılar için bu kontrolün yalıtım tasarımı için yapılması gerekirken, üstyapı için yapılma şartı bulunmamaktadır.

2.4 Eşdeğer TSDS Yöntemi – Ortak Yalıtım Düzlemindeki Yapılar

Eşdeğer TSDS yönteminin ortak yalıtım düzleminde bulunan yapılara tüm aşamaları ile uygulanması mümkün değildir. Yukarıda açıklanan aşamalardan ikinci aşamanın çoklu yapı sistemine uygulanabileceği tartışılabilir. Bu aşama için, Şekiller1 ve 2'de gösterilen çoklu yapıların yalıtım döşemesi ve döşeme üstünde kalan tüm yapı kütlesi eşdeğer TSDS'in kütlesi olarak kabul edilebilir. Bu durumda, verilen bir spektrum için yalıtım seviyesi yerdeğiştirme ve kesme kuvvetleri ve eşdeğer periyot ve sönümleme değerleri hesaplanabilir. Ancak bu aşamada tüm üstyapının kendi bünyesinde salınım olmayan rijit bir kütle olarak kabul edilmesi, üstyapıların salınım periyotlarının yalıtım periyodu ile etkileşmemesine bağlıdır. Ancak, özellikle hastane projelerinde üstyapılar birbirlerinden çok farklıdır ve bazılarının periyotları eşdeğer yalıtım periyoduna yaklaşabilir. Ayrıca, üstyapıların da kendi aralarında etkileşimleri olabilir be etkileşimler tüm sistemin davranışını etkileyebilir. Bu olasıklara rağmen eşdeğer TSDS modellemesi, ön tasarım kullanılabilir.

Tekil yalıtımlı yapılar için açıklanan ve üstyapı kuvvetlerinin bulunduğu eşdeğer TSDS yönteminin üçüncü aşaması ve buna bağlı olarak birinci aşamadaki üstyapı tasarımı doğrudan ortak yalıtımlı yapı sistemine uygulanamayacağı açıktır. Bu noktada, mühendis tamamen mühendislik öngörüsü ile bazı hesaplar yapabilir. Örnek olarak Üçüncü aşamadaki dördüncü yöntem kullanılarak üstyapı kuvvetleri bulunabilir. Ancak zaten tekil yalıtımlı yapılarda bile doğruluğu her zaman tartışma konusu olan üstyapı kuvvetlerinin hesabı, çoklu yapı sisteminde yapının son tasarımı için kullanılamayacağı açıktır.

Bu noktada yalıtımlı yapıların tüm tasarım süreci hatırlanmaladır. Eşdeğer TSDS yöntemi ya da mod birleştirme yöntemi, yapı tasarımının yapılmasına yardımcı olan araçlar olup, tüm yalıtımlı yapı doğrusal olmayan zaman-tanım analizlerine tabi tutularak, yaklaşık yöntemler ile elde edilen tasarım teyit edilmeledir. Aynı durum ortak yalıtımlı yapılar için de geçerlidir. Yaklaşık ve hata oranı yüksek te olsa her türlü tasarım yaklaşımı, doğrusal olmayana anazliler ile teyit edildiği sürece kullanılabilir. Çoklu yapılarda bu tip analizlerin oldukça zaman alacağı ve uygulanmasının zor olacağı tahmin edilebilir. Ancak, günümüz bilgisayar teknolojileri ile ve üstyapı modellerinde doğrusal ve rijit diyafram yaklaşımları kullanarak bu analizlerin etkin yapılması da mümkündür.

Ülkemizdeki ortak yalıtım düzlemine sahip yalıtımlı hastane yapılarında eşdeğer TSDS yönteminin kullanıldığı bilinmektedir. Bu yöntem ile elde edilen yalıtım seviyesi kesme kuvvetinin üstyapıların kütlelerine oranlayarak üstyapılara tabana kesme kuvveti olarak dağıtıldığı ya da yapıların ayrı ayrı yalıtımlı olarak modellendiği ve bu modellerin mod birleştirme analiz ile tasarlandığı tahmin edilmektedir. Tüm üstyapıların olduğu bir modelin kapsamlı ve gerçekçi doğrusal olmayan zaman-tanım analizlerine tabi tutularak tüm üstyapı tasarımlarının teyit edildiği herhangi bir literatürde bildirilmemiştir.

2.4.1 Notasyonlar

Bu çalışmada izolasyon seviyesi kesme kuvveti katsayısı C_{iso}, ve üstyapı taban kesme kuvveti katsayısı C_{s} aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır.

$$C_{\mathrm{iso}} = \frac{F_{\mathrm{iso}}}{W} \quad C_{\mathrm{s}} = \frac{F_{\mathrm{s}}}{W_{\mathrm{s}}} \tag{22}$$

Burada F_{iso} izolasyon seviyesi kesme kuvvetini, W yalıtım düzlemi dahil üstyapı kütlesini, F_{s} üstyapı taban kesme kuvvetini, W_{s} ise üstyapı kütlesini temsil etmektedir. Belirtilen yapıların bağımsız yalıtım düzlemi üzerinde bulunması durumunda ilgili terime “b” alt indisi, ortak yalıtım düzleminde bulunması durumunda ise "o" alt indisi getirilmiştir. Daha sonra yazılan rakamlar bina indislerini göstermektedir. Buna göre bağımsız ve ortak yalıtım düzleminde bulunan yapılar için kullanılan notasyonlar Şekil 11'de gösterilmiştir.

Şekil 11: Sismik yalıtımlı tek ve çok yapılı sistemler için kullanılan notasyonlar.

Burada üstyapı kat deplasmanları yalıtım düzlemine göre bağıl olarak verilmiştir. Deplasman terimlerinde bulunan üst indis hareketin bağıl olduğu konumu göstermektedir. Alt indiste bulunan ilk rakam ilgili kat numarası, ikinci rakam ise bina indisini göstermektedir.

2.5 Türkiye Pratiğinde Uygulanan Yöntemler

2.6 Uygunlaştırma Yöntemi

Bu çalışmada seçilen deprem kayıtları Atik ve Abrahamson (2010) tarafından önerilen spektral eşleştirme yöntemi kullanılarak ölçeklendirilmiştir.

$$\delta \ddot{x}_{\mathrm{g}}(t) = \sum_{j=1}^{M} b_j f_j(t) \tag{23}$$

$$\Delta R(T_i) = \sum_{j=1}^{M} b_j c_{ij} \quad \mathbf{b} = \mathbf{C}^{-1} \Delta \mathbf{R} \tag{24}$$

3 Örnek Yapı Analizleri

3.1 Örnek 1

3.1.1 Proje hakkında bilgi

3.1.2 Örnek blok ETABS modeli

3.1.3 Tüm blok özellikleri

3.1.4 İzolatör özellikleri

3.2 Depremsellik

3.2.1 MCE spektrumu

3.2.2 Deprem kayıtları ve uygunlaştırma

3.3 Örnek Yapıların Çubuk Modellemesi İle İlgili Çalışmalar

3.4 Türkiye'deki uygulama neticesinde elde edilen kuvvetler

3.5 NLTHA Sonuçları

3.6 Karşılaştırma ve Değerlendirme

4 Sonuç

4.1 Temel Sonuçlar ve Değerlendirme

4.2 Tavsiyeler

5 Denklemler

$$\Phi = \frac{12EI}{G\left(A/\alpha\right)L^2} = 24\alpha\left(1+\upsilon\right)\left(\frac{r}{L}\right)^2 \tag{25}$$

Burada, r atalet yarıçapını, υ ise Poisson oranını G kayma modülünü, A kesit alanını ve αkayma alanı katsayısını ifade etmektedir. Kesitteki üniform olmayan kayma gerilmesi dağılımlarını dikkate almak için kullanılan α katsayısı aşağıda sunulmuştur.

$$\alpha = \frac{A}{I^2}\int_A \frac{Q\left(y\right)^2}{b\left(y\right)^2}dA \tag{26}$$

(buraya parametrelerin nasıl kalibre edildiği ile ilgili bir cümle yazılacak!!!)

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j+1} = \mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j+1}\Delta\mathbf{u}_i^{j+1}, \quad \Delta\mathbf{u}_i^{j+1} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j+1}(\mathbf{A}+\mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j+1})^{-1} \tag{27}$$

Newton-Raphson iterasyonunun $j+1$ adımı sonucunda elde edilen dengelenmemiş iç kuvvetin belirlenen hata sınırları altında kalması durumunda t zaman adımı için dinamik denge sağlanmaktadır.

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j+1} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j+1} - \mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{int},j+1} \tag{28}$$

t zaman adımı için elde edilmesi gereken yer değiştirme ve iç kuvvet değerleri Newton-Raphson iterasyonlarında bulunan sonuçların toplanması ile bulunur. $\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{iç}} = \sum_{j=1}^{n} \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{iç},j}$

$$-k_2\left[x_2^{\mathrm{b}} - x_1^{\mathrm{b}}\right] + k_1 x_1^{\mathrm{b}} - c_2\left[\dot{x}_2^{\mathrm{b}} - \dot{x}_1^{\mathrm{b}}\right] + c_1\dot{x}_1^{\mathrm{b}} = -m_1\ddot{x}_1^{\mathrm{abs}} \tag{29}$$

$$\ddot{x}_1^{\mathrm{abs}} = \ddot{x}_1^{\mathrm{b}} + \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} \tag{30}$$

$$k_2\left[x_2^{\mathrm{b}} - x_1^{\mathrm{b}}\right] + c_2\left[\dot{x}_2^{\mathrm{b}} - \dot{x}_1^{\mathrm{b}}\right] = -m_2\ddot{x}_2^{\mathrm{abs}} \tag{31}$$

$$\ddot{x}_2^{\mathrm{abs}} = \ddot{x}_2^{\mathrm{b}} + \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} \tag{32}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1^{\mathrm{b}} \\ \ddot{x}_2^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1^{\mathrm{b}} \\ \dot{x}_2^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1^{\mathrm{b}} \\ x_2^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} \tag{33}$$

$$\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} = \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \tag{34}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{C}_{\mathrm{s}}\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{K}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}\mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} = -\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} - \mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \tag{35}$$

$$-F_{\mathrm{s}} + F_{\mathrm{iso}} = -M_{\mathrm{b}}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} \tag{36}$$

$$F_{\mathrm{s}} = -\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\left(\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}}\right) \tag{37}$$

$$F_{\mathrm{s}} = -(\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{38}$$

$$F_{\mathrm{iso}} = F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} + K_{\mathrm{b}} x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + C_{\mathrm{b}} \dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \tag{39}$$

$$\mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} + F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} + K_{\mathrm{b}} x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + C_{\mathrm{b}} \dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} = -M_{\mathrm{b}} \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} - M_{\mathrm{b}} \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} \\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} + M_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ \dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{Bmatrix} F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} = \\ &\qquad - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} \\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} \mathbf{R} + M_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} m_{1,1} & 0 \\ 0 & m_{1,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{1,1}^{\mathrm{b}} \\ \ddot{x}_{1,2}^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{1,1} + c_{1,2} & -c_{1,2} \\ -c_{1,2} & c_{1,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{1,1}^{\mathrm{b}} \\ \dot{x}_{1,2}^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{1,1} + k_{1,2} & -k_{1,2} \\ -k_{1,2} & k_{1,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{1,1}^{\mathrm{b}} \\ x_{1,2}^{\mathrm{b}} \end{Bmatrix} = \\ &\qquad - \begin{bmatrix} m_{1,1} & 0 \\ 0 & m_{1,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \end{aligned} \tag{42}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{s},1} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s},1}^{\mathrm{b}} + \mathbf{C}_{\mathrm{s},1} \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s},1}^{\mathrm{b}} + \mathbf{K}_{\mathrm{s},1} \mathbf{x}_{\mathrm{s},1}^{\mathrm{b}} = -\mathbf{M}_{\mathrm{s},1} \mathbf{R}_1 (\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{43}$$

$$\begin{bmatrix} m_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{2,3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}^{\mathrm{b}}_{2,1} \\ \ddot{x}^{\mathrm{b}}_{2,2} \\ \ddot{x}^{\mathrm{b}}_{2,3} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{2,1}+c_{2,2} & -c_{2,2} & 0 \\ -c_{2,2} & c_{2,2}+c_{2,3} & -c_{2,3} \\ 0 & -c_{2,3} & c_{2,3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}^{\mathrm{b}}_{2,1} \\ \dot{x}^{\mathrm{b}}_{2,2} \\ \dot{x}^{\mathrm{b}}_{2,3} \end{Bmatrix} +$$
$$\begin{bmatrix} k_{2,1}+k_{2,2} & -k_{2,2} & 0 \\ -k_{2,2} & k_{2,2}+k_{2,3} & -k_{2,3} \\ 0 & -k_{2,3} & k_{2,3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x^{\mathrm{b}}_{2,1} \\ x^{\mathrm{b}}_{2,2} \\ x^{\mathrm{b}}_{2,3} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{2,3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{44}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{s},2}\ddot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} + \mathbf{C}_{\mathrm{s},2}\dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} + \mathbf{K}_{\mathrm{s},2}\mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} = -\mathbf{M}_{\mathrm{s},2}\mathbf{R}_2(\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{45}$$

$$\begin{bmatrix} m_{3,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}^{\mathrm{b}}_{3,1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{3,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}^{\mathrm{b}}_{3,1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{3,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x^{\mathrm{b}}_{3,1} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{3,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \end{Bmatrix} (\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{46}$$

$$M_{\mathrm{s},3}\ddot{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} + C_{\mathrm{s},3}\dot{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} + K_{\mathrm{s},3}x^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} = -M_{\mathrm{s},3}R_3(\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{47}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s},1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\mathrm{s},2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{\mathrm{s},3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},1} \\ \ddot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} \\ \ddot{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{s},1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathrm{s},2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & C_{\mathrm{s},3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},1} \\ \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} \\ \dot{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} \end{Bmatrix} +$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{s},1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\mathrm{s},2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & K_{\mathrm{s},3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},1} \\ \mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},2} \\ x^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s},3} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s},1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\mathrm{s},2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{\mathrm{s},3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \\ R_3 \end{Bmatrix} (\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{48}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\ddot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s}} + \mathbf{C}_{\mathrm{s}}\dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s}} + \mathbf{K}_{\mathrm{s}}\mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{s}} = -\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}(\ddot{x}^{\mathrm{g}}_{\mathrm{b}} + \ddot{x}^{\mathrm{abs}}_{\mathrm{g}}) \tag{49}$$

$$F_{\mathrm{s},1} = -(\mathbf{R}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},1}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s},1}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},1}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},1}\mathbf{R}_1\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{50}$$

$$F_{\mathrm{s},2} = -(\mathbf{R}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},2}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s},2}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},2}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},2}\mathbf{R}_2\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{51}$$

$$F_{\mathrm{s},3} = -(\mathbf{R}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},3}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},3}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s},3}\mathbf{R}_3\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{52}$$

$$F_{\mathrm{s}} = -(\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}}) \tag{53}$$

$$F_{\mathrm{iso}} = F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} + K_{\mathrm{b}}x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + C_{\mathrm{b}}\dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \tag{54}$$

$$-F_{\mathrm{s}} + F_{\mathrm{iso}} = -M_{\mathrm{b}}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{abs}} \tag{55}$$

$$\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\ddot{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R}\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} + F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} + K_{\mathrm{b}}x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} + C_{\mathrm{b}}\dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} = -M_{\mathrm{b}}\ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} - M_{\mathrm{b}}\ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \tag{56}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} \\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} + M_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ \ddot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ \dot{x}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}} \\ x_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{Bmatrix} F_{\mathrm{iso}}^{\mathrm{NL}} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} \\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}} & \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{s}}\mathbf{R} + M_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{abs}} \tag{57}$$

Hareket Denklemlerinin Doğrusal Olmayan Çözüm Yöntemi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{F}_{\mathrm{s}}(t) = \mathbf{P}(t) \tag{58}$$

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{u}}_i + \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i} = \Delta\mathbf{P}_i \tag{59}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + [(1-\gamma)\Delta t]\ddot{\mathbf{u}}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \tag{60}$$

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + (\Delta t)\dot{\mathbf{u}}_i + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2]\ddot{\mathbf{u}}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \tag{61}$$

$$\Delta\dot{\mathbf{u}}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta\mathbf{u}_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t(1-\frac{\gamma}{2\beta})\ddot{\mathbf{u}}_i \tag{62}$$

$$\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta\mathbf{u}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{u}}_i \tag{63}$$

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{u}_i + \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i} = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i \tag{64}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{C} \tag{65}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{P}}_i = \Delta\mathbf{P}_i + (\frac{1}{\beta\Delta t}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta}\mathbf{C})\dot{u}_i + [\frac{1}{2\beta}\mathbf{M} + \Delta t(\frac{\gamma}{2\beta}-1)\mathbf{C}]\ddot{u}_i \tag{66}$$

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j} = K_{\mathrm{T},i}^{j}\Delta\mathbf{u}_i^j \tag{67}$$

$$\Delta\mathbf{u}_i^j = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i(\mathbf{A} + \mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j})^{-1} \tag{68}$$

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j} - \mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{int},j} \tag{69}$$

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{u}_i^{j+1} + \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{j+1} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j+1} \tag{70}$$

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j+1} = \mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j+1}\Delta\mathbf{u}_i^{j+1} \tag{71}$$

$$\Delta\mathbf{u}_i^{j+1} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j+1}(\mathbf{A} + \mathbf{K}_{\mathrm{T},i}^{j+1})^{-1} \tag{72}$$

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{res},j+1} = \Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{fictive},j+1} - \mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{int},j+1} \tag{73}$$

$$\Delta\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^{n}\Delta\mathbf{u}_i^j \tag{74}$$

$$\Delta\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{int}} = \sum_{j=1}^{n}\mathbf{F}_{\mathrm{s},i}^{\mathrm{int},j} \tag{75}$$

$$\mathbf{c} = a_0\mathbf{m} + a_1\mathbf{k} \tag{76}$$

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \tag{77}$$

$$a_0=\xi\,\frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i+\omega_j} \qquad a_1=\xi\,\frac{2}{\omega_i+\omega_j} \tag{78}$$

$$T_{\mathrm{iso}}=2\pi\sqrt{\frac{M}{k_1}} \tag{79}$$

$$T^i_{\mathrm{eff}}=3T_{\mathrm{iso}} \qquad \xi^i_{\mathrm{eff}}=0.2 \tag{80}$$

$$k^i_{\mathrm{eff}}=(T^i_{\mathrm{eff}})^2/4\pi^2\times M \tag{81}$$

$$\eta^i=\sqrt{10/(5+\xi^i_{\mathrm{eff}})} \tag{82}$$

$$F^i_{\mathrm{s}}=M\times S_{\mathrm{ea}}(T^i_{\mathrm{eff}},\xi^i_{\mathrm{eff}}) \tag{83}$$

$$u^{i+1}_{\mathrm{max}}=F^i_{\mathrm{s}}/k^i_{\mathrm{eff}} \tag{84}$$

$$k^{i+1}_{\mathrm{eff}}=k_2+(u_{\mathrm{y}}/u^{i+1}_{\mathrm{max}})\times(k_1-k_2) \tag{85}$$

$$T^{i+1}_{\mathrm{eff}}=2\pi\sqrt{\frac{M}{k^{i+1}_{\mathrm{eff}}}} \qquad \xi^{i+1}_{\mathrm{eff}}=\frac{4Q(u^{i+1}_{\mathrm{max}}-u_{\mathrm{y}})}{2\pi k^{i+1}_{\mathrm{eff}}(u^{i+1}_{\mathrm{max}})^2} \tag{86}$$

$$\eta^{i+1}=\sqrt{10/(5+\xi^{i+1}_{\mathrm{eff}})} \tag{87}$$

$$u^{i+1}_{\mathrm{max}}-u^i_{\mathrm{max}}<10^{-6} \tag{88}$$

$$f_j=m_jS_{\mathrm{ae}}(T_{\mathrm{eff}},\xi_{\mathrm{eff}}) \tag{89}$$

$$V_{\mathrm{s}}=\frac{k_{\mathrm{Dmax}}D_{\mathrm{D}}}{R_1} \tag{90}$$

$$V_{\mathrm{st}}=V_{\mathrm{b}}(\frac{W_{\mathrm{s}}}{W})^{(1-a\zeta)} \tag{91}$$

$$V_{\mathrm{M}} = \frac{S_{\mathrm{ae}}^{(\mathrm{DD\text{-}1})}(T_{\mathrm{M}}) W \eta_{\mathrm{M}}}{R} \tag{92}$$

$$F_x = \frac{V_{\mathrm{s}} w_x h_x}{\sum_{i=1}^{n} w_i h_i} \tag{93}$$

$$F_x = \frac{V_{\mathrm{st}} w_x h_x^{k_{\mathrm{bi}}}}{\sum_{i=1}^{n} w_i h_i^{k_{\mathrm{bi}}}} \qquad k_{bi} = 14 \beta_{\mathrm{D}} T_{\mathrm{S}} \leq 4 \tag{94}$$