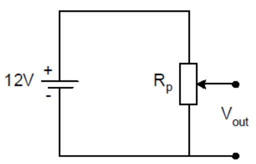
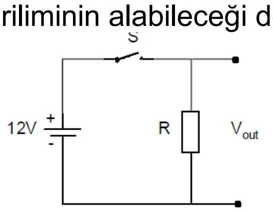
SAYISAL ELEKTRONİK DERS NOTLARI:
SAYISAL (DİJİTAL) ELEKTRONİK

Günümüz Elektroniği Analog ve Sayısal olmak üzere iki temel türde incelenebilir. Analog büyüklükler sonsuz sayıda değeri içermesine rağmen Sayısal büyüklükler sadece iki değer alabilirler. Analog büyüklüklere örnek olarak Basınç, Sıcaklık gibi birçok fiziksel büyüklüğü örnek olarak verebiliriz. Şekil1.1' deki Elektrik devresinde çıkış gerilimi ayarlı direncin değiştirilmesi ile birlikte 0 ile 12 Volt arasında sonsuz sayıda değer alabilir. Şekil 2.2'deki devrenin çıkış gerilimi sadece iki gerilim seviyesinde tanımlanabilir. Eğer anahtar açıksa 0 Volt, anahtar kapalı ise 12 Volt devrenin çıkış geriliminin alabileceği değerlerdir.



Şekil.1.1



Şekil.1.2.

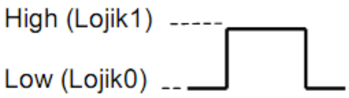
Sayısal bir sistemde bilgiler sinyal adı verilen fiziksel niceliklerle temsil edilir. Sayısal Sistemlerin çoğu sadece iki değeri olan sinyallerle çalışıyorsa bir hesap makinesinin sadece iki voltaj seviyesini kullanarak nasıl 1974 gibi bir sayıyı nasıl tanımlayabilmektedir. Böyle bir sorunun cevabı ise Sayısal Sistemlerin normal hayatta kullandığımız Decimal (Onluk) sayı sistemini değil Binary (İkilik) tabanda kodlanmış sayı sistemini kullandığıdır.

SAYISAL MANTIK SEVİYELERİ VE DALGA FORMLARI

Bir Sayısal Sistem iki gerilim seviyesine göre çalışır. Bu nedenle her Sayısal Sistemin bu iki gerilim seviyesine karşılık gelen bir biçimi olmalıdır. Bu nedenle Sayısal Devreler Binary (İkilik) Sayı sisteminde kullanılan 1 ve 0 ile tanımlanmak zorundadır. Bu Sayısal Sistemin girdilerinin ikilik koda dönüşmesini sağlar. Aşağıdaki Pozitif Mantık ifadelerini kullanarak Sayısal kavramları tanımlayabileceğiz. Örneğin bir anahtarın kapalı olması sayısal sistemde '1' veya 5V'a eşit olacaktır.

Pozitif Mantık

Yüksek	Alçak
1	0
Doğru	Yanlış
+5V	0V
Kapalı	Açık

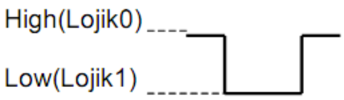


Bir kare dalganın yükseleme ve düşmesinin çok küçük zaman diliminde olduğu düşünülürse kare dalga sayısal sinyallere güzel bir örnek olabilir. Aşağıda bir kare dalga üzerindeki Lojik seviyeler gösterilmiştir.

Bazen de negatif mantık kullanılması gerekir.

Negatif Mantık

Yüksek	Alçak
0	1
Doğru	Yanlış
0V	+5V
Açık	Kapalı



SAYI SİSTEMLERİ ve KODLAR:

Bu bölümde sayı sistemleri, dönüşümler , dört işlem ve Sayısal Sistemlerde kullanılan Sayısal Kodlar anlatılacaktır.

DECİMAL(ONLU) SAYI SİSTEMİ

Decimal(Onlu) Sayı sistemi günlük hayatta kullandığımız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 rakamlarından oluşur. Decimal(Onlu) Sayı sisteminde her sayı bulunduğu basamağa göre değer alır. Sistemin tabanı 10'dur.

Örneğin 128 sayısı ;
$128=1x10^2 + 2x10^1 + 8x10^0$
128=1x100 + 2x10 + 8x1
128=100 + 20 + 8

şeklinde yazılacaktır. Örnekten görüldüğü gibi Decimal(Onlu) bir sayıda her basamak farklı üstel ifadelerle gösterilmiştir. Bu üstel ifade o basamağın ağırlığı olarak adlandırılır. O halde Decimal(Onlu) bir sayıyı analiz ederken basamaklardaki rakam ile basamak ağırlığını çarpmamız gerekiyor. Örnekte 3. basamaktaki 1sayısı 100 ile, 2.basamaktaki 2 sayısı 10 ile ve 1. Basamaktaki 8 sayısı 1 ile çarpılır. Her basamaktaki çarpım sonucu toplanarak analiz sonlandırılır.
<u>Not: $10^0=1$ olduğu unutulmamalı.</u>

BİNARY (İKİLİK) SAYI SİSTEMİ

Binary (İkilik) Sayı sisteminin tabanı 2'dir.Ve bu sistemde sadece "0" ve "1" rakamları kullanılmaktadır. Binary Sayı sisteminde' de Decimal(Onlu) Sayı sisteminde olduğu gibi her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.

Binary(İkilik) Sayı Sisteminde bulunan her '0' veya '1' rakamları BİT (BInary DigiT) adı ile tanımlanır.Binary(İkili) sayılar yazılırken en sağdaki basamağa en düşük değerlikli bit (Least Significant Bit-LSB),en soldaki basamağa en yüksek değerlikli bit (Most Significant Bit-MSB) adı verilir.

(1000100000101)

MSB ← → *LSB*

BİNARY SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary sayıların yazımında tabanın iki olduğu unutulmamalıdır. Binary(ikili) sayıları Decimal(Onlu) sayılara dönüştürürken her bir bit basamak ağırlığı ile çarpılıp bu sonuçların toplanması gerekir.

Örnek:

$(1010)_2 = (?)_{10}$
$(1010)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
$(1010)_2 = 8 + 0 + 2 + 0$
$(1010)_2 = 10$

Örnek:

$(11001)_2 = (?)_{10}$
$(11001)_2 = 1x\ 2^4+1x\ 2^3+0x\ 2^2+0x\ 2^1+1x\ 2^0$
$(11001)_2 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1$
$(11001)_2 = 25$

Not:

Binary (İkilik) sayıların Decimal(Onlu) karşılıkları bulunurken her basamak kendi basamak ağırlığı ile çarpılır. Çarpım sonuçları toplanarak dönüşüm tamamlanır.

Örnek:

Aşağıda verilen Binary(İkilik) sayıların Decimal(Onlu) (Onlu) karşılıklarını bulunuz.

a-$(101)_2$ = ($)_{10}$
b-$(1101)_2$ = ($)_{10}$
c-$(10011)_2$ = ($)_{10}$
d-$(111)_2$ = ($)_{10}$
e-$(0110)_2$ = ($)_{10}$
f-$(11101)_2$ = ($)_{10}$

DECİMAL SAYILARIN BİNARY SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onlu) sayıları Binary(İkilik) sayılara çevirirken "Bölme-2" metodu kullanılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(33)_{10}$ = $(\ ?\ )_2$

Bölünen	Bölüm	Kalan	
33÷2	16	1	LSB
16÷2	8	0	
8÷2	4	0	
4÷2	2	0	
2÷2	1	0	
1÷2	0	1	MSB → (100001)

$(33)_{10}$ = $(100001)_2$

Örnek:

$(172)_{10}$ = $(\ ?\ )_2$

Bölünen	Bölüm	Kalan
172÷2	86	0
86÷2	43	0
43÷2	21	1
21÷2	10	1
10÷2	5	1
5÷2	2	1
2÷2	1	0
1÷2	0	1

$(172)_{10}$ = $(10111100)_2$ sonucu elde edilir.

Decimal	Binary
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Yandaki tabloda 0'dan 15'e kadar olan Decimal (Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıkları verilmiştir.

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{10}$ = ($)_2$
b-$(78)_{10}$ = ($)_2$
c-$(239)_{10}$ = ($)_2$
d-$(256)_{10}$ = ($)_2$
e-$(512)_{10}$ = ($)_2$
f-$(1971)_{10}$ = ($)_2$

BİNARY SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ
BİNARY SAYILARDA TOPLAMA

Binary(İkilik) sayı sistemindeki temel toplama kuralları;

0+0 = 0 Elde 0 Toplam 0
0+1 = 1 Elde 0 Toplam 1
1+0 = 1 Elde 0 Toplam 1
1+1 = 10 Elde 1 Toplam 0
1+1+1 = 11 Elde 1 Toplam 1

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de iki sayı toplandığında eğer sonuç bir haneye sığmıyorsa bir elde(cary) oluşur. Yani aynı sütunda toplanan her iki adet bir için bir üst basamağa '1' elde eklenir.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyı toplayınız.

$(011)_2$
$\underline{+(001)_2}$

En sağdaki sütun 1 + 1 = 0 1 oluşan elde bir üst basamakla toplanır
Ortadaki sütün 1 + 1 + 0 = 0 1 oluşan elde bir üst basamakla toplanır
En soldaki sütun 1 +0 + 0 = 1 0

Not:

Eğer en yüksek değerlikli basamakların toplamında bir elde oluşmuş olsaydı, bu toplam sonucunun en yüksek değerlikli biti olarak karşımıza çıkardı.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(11)_2$	3	b- $(100)_2$	c- $(111)_2$	d- $(0110)_2$	c- $(11101)_2$
$+\ (11)_2$	$+\ 3$	$+\ (11)_2$	$+\ (11)_2$	$+\ (1111)_2$	$(1001)_2$
$(110)_2$	6	$(111)_2$	$(1010)_2$	$(10101)_2$	$+\ (111)_2$
					$(101101)_2$

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

a- $(101)_2$	b- $(110)_2$	c- $(1111)_2$	d- $(1111)_2$	c- $(10111)_2$
$+\ (11)_2$	$+\ (10)_2$	$+\ (111)_2$	$+\ (1111)_2$	$(1101)_2$
$(\quad)_2$	$(\quad)_2$	$(\quad)_2$	$(\quad)_2$	$+\ (101)_2$
				$(\quad)_2$

BİNARY SAYILARDA ÇIKARMA

Binary(İkilik) sayı sistemindeki temel çıkarma kuralları;

0-0 =0 Borç 0 Sonuç 0
1-1 = 0 Borç 0 Sonuç 0
1-0 = 1 Borç 0 Sonuç 1
0-1 = 1 Borç 1 Sonuç 1

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de küçük değerlikli bir basamaktan büyük değerlikli bir basamak çıkarıldığında,bir üstteki basamaktan bir borç (borrov) alınır ve çıkarma işlemi tamamlanır. Borç alınan "1" bir alt basamağa 2 adet "1" olarak geçer.

Örnek:

Aşağıda verilen iki Binary(İkilik) Sayıyı çıkarın.

$(011)_2$	5
$-\ (001)_2$	$-\ 3$
$(010)_2$	2

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(11)_2$	b- $(100)_2$	c- $(101)_2$	d- $(1010)_2$
$-\ (10)_2$	$-\ (011)_2$	$-\ (011)_2$	$-\ (0011)_2$
$(01)_2$	$(001)_2$	$(010)_2$	$(0111)_2$

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin

a- $(111)_2$	b- $(110)_2$	c- $(1111)_2$	d- $(1011)_2$
$-\ (011)_2$	$-\ (10)_2$	$-\ (0111)_2$	$+\ (1001)_2$
$(\quad)_2$	$(\quad)_2$	$(\quad)_2$	$(\quad)_2$

BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA ÇARPMA

Binary(İkilik) Sayılarla Çarpma işlemi Decimal(Onluk) sayı sisteminin aynısı olup temel çarpma kuralları aşağıdaki gibidir.

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Çarpma işlemi Decimal sayılardaki gibi gerçekleşir.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyının çarpımını hesaplayınız.

$$\begin{array}{rrrrr} & & & 1 & 1 \\ & \times & & 1 & 1 \\ \hline & & & 1 & 1 \\ + & & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Örnek: Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a- $(11)_2$	b- $(100)_2$	c- $(101)_2$	d- $(1010)_2$
$\underline{x\ (10)_2}$	$\underline{x\ (011)_2}$	$\underline{x\ \ (011)_2}$	$\underline{x\ \ (1001)_2}$
$(11\ 0)_2$	$(1100)_2$	$(1111)_2$	$(1011010)_2$

Örnek: Aşağıdaki çarpma işlemlerini gerçekleştiriniz.

a- $(111)_2$	b- $(110)_2$	c- $(1111)_2$	d- $(1011)_2$
$\underline{x\ (101)_2}$	$\underline{x\ (110)_2}$	$\underline{x\ (111)_2}$	$\underline{x\ (1001)_2}$
($)_2$	($)_2$	($)_2$	($)_2$

BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA BÖLME

Binary(İkilik) Sayılarda kullanılan temel bölme kuralları aşağıdaki gibidir. Binary(İkilik) Sayılardaki bölme işlemi Decimal (Onluk) Sayı sisteminin aynısıdır.

$0 \div 0 = 0$

$0 \div 1 = 0$

$1 \div 0 = 0$

$1 \div 1 = 1$

Örnek:

Aşağıdaki Bölme işlemini gerçekleştirin.

$(1100)_2 \div (100)_2$

$$\begin{array}{r|l} 1100 & 100 \\ \cline{2-2} -100 & 11 \\ \hline 0100 & \\ -\ 100 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen bölme işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(110)_2 \div (11)_2$

b- $(110)_2 \div (10)_2$

c- $(1101)_2 \div (1010)_2$

OCTAL (SEKİZLİ) SAYI SİSTEMİ

Sayısal Sistemler hernekadar ikilik sayı sistemini kullansalar da bir tasarımcı için Binary (İkilik) sayılarla işlem yapmak zahmetli bir işlem olması nedeniyle farklı sayı sistemlerinin kullanımı tasarımcılar arasında yaygınlaşmıştır. Kullanılan bu sayı sistemlerinden Octal (Sekizli) Sayı sisteminin tabanı sekiz olup 0,1,2,3,4,5,6,7 rakamları bu sayı sisteminde kullanılır.

OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Octal(Sekizli) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	8^{n-1}	8^3	8^2	8^1	8^0
Ağırlık	8^{n-1}	512	64	8	8

Örnek:

$(47)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(47)_8 = 4x8^1+7x8^0$

$(47)_8 = 4x8+7x1$

$(47)_8 = 32+7$

$(47)_8 = (39)_{10}$

Örnek:

Aşağıda verilen Octal(Sekizli) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_8$ = ($)_{10}$

b-$(76)_8$ = ($)_{10}$

c-$(135)_8$ = ($)_{10}$

d-$(512)_8$ = ($)_{10}$

e-$(1471)_8$ = ($)_{10}$

DECİMAL(ONLU) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onluk) sistemden Octal(Sekizli) sisteme dönüşüm “Bölme-8 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(247)_{10} = (\ ?\ )_8$

Bölünen	Bölüm	Kalan	
247÷8	30	7	LSB
30÷8	3	6	
3÷8	0	3	MSB → $(367)_8$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Octal(Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{10}$ = ($)_8$

b-$(78)_{10}$ = ($)_8$

c-$(239)_{10}$ = ($)_8$

d-$(512)_{10}$ = ($)_8$

e-$(1971)_{10}$ = ($)_8$

BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary(İkilik) sayıları Octal(Sekizli) sayılara dönüştürürken,Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru üçerli gruplara ayrılır. Her grubun Octal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:

$(101110011)_2 = (\ ?\ )_8$

İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru üçerli gruplara ayrılır:

101	110	011
↓	↓	↓
5	6	3

Bu üçerli grupların Octal Karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.
$(101110011)_2 = (\ 563\ )_8$

Örnek:
Aşağıdaki Binary(İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin
a-$(11)_2$ = ($)_8$
b-$(11011)_2$ = ($)_8$
c-$(101111)_2$ = ($)_8$

OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN BİNARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ
Octal (Sekizli) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Octal (Sekizli) sayının üç bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:
$(\ 237)_8 = (?)_2$
Her Octal Sayıyı üç bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.

2	3	7
↓	↓	↓
010	011	111

$(\ 237)_8 = (010011111)_2$ şeklinde bulunur.

Aşağıda 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) sayıların Octal (Sekizlik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17

Örnek:
Aşağıdaki Binary(İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin
a-$(16)_8$ = ($)_8$
b-$(110)_8$ =($)_8$
c-$(1763)_8$ = ($)_8$
d-$(37618)_8$ = ($)_8$

HEXADECIMAL (ONALTILI) SAYI SİSTEMİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayı sisteminin tabanı 16 olup,0-9'a kadar rakamlar ve A-F' ye kadar harfler bu sayı sisteminde tanımlıdır. Bu sayı sisteminde rakamlar bu sembollerin yan yana yazılmasından elde edilir. Hanelerin basamak ağırlıkları sağdan sola doğru 16'nın artan kuvvetleri belirtilir. Aşağıdaki tablo 0-15 arası Decimal(Onlu) sayıların Hexadecimal karşılıklarını vermektedir.

Decimal	Hexadecimal	Decimal	Hexadecimal
0	0	8	8
1	1	9	9
2	2	10	A
3	3	11	B
4	4	12	C
5	5	13	D
6	6	14	E
7	7	15	F

HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	.....	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	16^{n-1}	....	16^2	16^1	16^0
Ağırlık	16^{n-1}	....	256	16	1

Örnek:
$(39)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştiriniz.
$(39)_{16} = 3x16^1+9x16^0$
$(39)_{16} = 48+9$
$(39)_{16} = (57)_{10}$

Örnek:
$(1A3)_{16} = (?)10$ dönüşümünü gerçekleştirin?
$(1A3)_{16} = 1x16^2+Ax16^1+3x16^0$
A=10 ise
$(1A3)_{16} = 1x256+10x16+3x1$
$(1A3)_{16} = 256+160+3$
$(1A3)_{16} = (419)10$

Örnek:
Aşağıda verilen Hexadecimal(Onaltılık) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.
a-$(13)_{16}$ = ($)_{10}$
b-$(B8)_{16}$ = ($)_{10}$
c-$(1C9)_{16}$ = ($)_{10}$
d-$(ABF)_{16}$ = ($)_{10}$

DECİMAL(ONLU) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onlu) sistemden Hexadecimal(Onaltılık) sisteme dönüşüm "Bölme-16 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(1357)_{10} = (?)_{16}$

Bölünen	Bölüm	Kalan	
1357÷16	84	13(D)	LSB
84÷16	5	4	
5÷16	0	5	MSB → $(54D)_{16}$

$(1357)_{10} = (54D)_{16}$

Örnek:
Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıklarını bulunuz.
a-$(13)_{10}$ = ($)_{16}$
b-$(78)_{10}$ = ($)_{16}$
c-$(239)_{10}$ = ($)_{16}$
d-$(1512)_{10}$ = ($)_{16}$

BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary(İkilik) sayıları Hexadecimal(Onaltılık) sayılara dönüştürürken,Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru dörderli gruplara ayrılır. Her grubun Hexadecimal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:
$(100111000011)_2 = (?)_{16}$

İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru dörderli gruplara ayrılır:

1001	1100	0011
↓	↓	↓
9	C	3

Bu dörderli grupların Hexadecimal karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.
$(100111000011)_2 = (9C3)_{16}$

HEXADECİMAL(ONALTILI) SAYILARIN BİNARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılı) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Hexadecimal (Onaltılı) sayının dört bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:
$(F7C)_{16} = (?)_2$
Her Hexadecimal Sayıyı dört bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.

F	7	C
↓	↓	↓
1111	0111	1100

$(F7C)_{16} = (111101111100)_2$ şeklinde bulunur.

Örnek:

Aşağıdaki Hexadecimal(Onaltılı) Binary(İkilik) Dönüşümlerini gerçekleştirin.

a-$(16)_{16}$ = $(\quad)_2$
b-$(CB1)_{16}$ = $(\quad)_2$
c-$(1763)_{16}$ = $(\quad)_2$
d-$(FA18)_{16}$ = $(\quad)_2$

Aşağıda 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) , Octal(Sekizlik) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

KODLAR VE KODLAMA

Sayısal sistemler için oluşturulmuş birçok farklı kod vardır ve her biri tasarlanmış oldukları işler için en ideal çözümleri sunmaktadırlar. Temel olarak kodlama iki küme arasında karşılığı tanımlanmış temel kurallar dizini olarak tanımlanır.

BCD KODU (BİNARY CODED DECİMAL CODE):

İkilik kodlanmış onluk sayı demektir. Onluk sayının her basamağının ikilik sistemdeki karşılığı dört bit halinde yazılır. Onluk sistemdeki rakamlar 0-9 arasında olduğundan sadece bu rakamların ikilik karşılığı yazılır.

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının BCD kod karşılığını bulun.

$(19)10 = (\quad)_{BCD}$

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik BCD karşılığı yazılarak bulunur.

$1 \rightarrow 0001 \qquad 9 \rightarrow 1001$

$(19)_{10} = (00011001)_{BCD}$

GRAY KODU

Yansımalı kodlar adıyla anılan Gray kodunda sayılar arasındaki geçişte sadece bir bit değişir. Bu kodlamanın basamak ağırlığı olmadığından aritmetik işlemlerde kullanılması mümkün değildir.

Ancak hatayı azaltığından özellikle Analog-Sayısal dönüştürücülerde, bilgisayar kontrollü cihazlarda oldukça tercih edilen bir kodlamadır.

BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN GRAY KODUNA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Binary(İkilik) sayıları Gray Koduna dönüştürürken;

a) En yüksek değerlikli (MSB) bit aşağı indirilir .
b) Her bit sağındaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır.
c) Bu işlem en düşük değerlikli (LSB) bite kadar devam eder.
d) Elde edilen sayı, Binary sayının Gray kod karşılığıdır.

Not: Decimal Sayıların Gray koduna dönüştürülmesi istenirse Decimal Sayının öncelikle Binary karşılığı bulunur.

Örnek:

Aşağıdaki Decimal sayıları Gray koduna dönüştürün.

Çözüm:

$(45)_{10} = (\ )_{GRAY}$ sayısının Binary karşılığı

$(45)_{10} = (101101)_2$ olacaktır.

I.Adım En yüksek değerlikli bit MSB Gray Kodunun 1. Basamağını oluşturur.

1 0 1 1 0 1 Binary
↓
1 Gray

II.Adım En yüksek değerlikli bit sağındaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır.

1 + 0 1 1 0 1 Binary
↓
1 1 Gray

III. Adım toplama işlemi bir sonraki bitler için devam eder
1 0 + 1 1 0 1 Binary
↓
1 1 1 Gray

IV. Adım toplama işlemi bir sonraki bitler için devam eder
1 0 1 + 1 0 1 Binary
↓
1 1 1 0 Gray

V. Adım toplama işlemi bir sonraki bitler için devam eder
1 0 1 1 + 0 1 Binary
↓
1 1 1 0 1 Gray

VI. Adım toplama işlemi en düşük değerlikli bite kadar devam eder
1 0 1 1 0 + 1 Binary
↓
1 1 1 0 1 1 Gray

Dönüşüm işlemi tamamlanmış oldu
$(45)_{10} = (111011)_{GRAY}$

Örnek:
Aşağıdaki sayıların Gray karşılıklarını bulunuz
a- $(31)_{10}$ = ($)_{GRAY}$
b- $(456)_{10}$ = ($)_{GRAY}$
c- $(1001011)_2$= ($)_{GRAY}$

GRAY KODLU SAYILARIN BİNAY(İKİLİK) SAYILARA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Gray Kodlu Sayıları Binay(İkilik) Sayılara dönüştürürken;
a) En soldaki bit bir sonraki basamaktaki sayı elde dikkate alınmaksızın toplanır.
b) Toplam sonucu ile bir sonraki basamaktaki sayı elde dikkate alınmaksızın toplanır.
c) Bu işleme en sağdaki basamağa kadar devam edilir.

Örnek:
Aşağıdaki Decimal sayıları Gray koduna dönüştürün.
a-$(11011)_{GRAY}$ = ($)_{10}$

I.Adım En soldaki basamak Binary sayının en yüksek değerlikli bitini (MSB) oluşturur.
1 1 0 1 1 Gray
1 Binary

II.Adım En soldaki basamak bir sonraki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır
1 1 0 1 1 Gray
+
1 0 Binary

III.Adım Toplam sonucu bir sonraki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır
1 1 0 1 1 Gray
+
1 0 0 Binary

IV.Adım Toplam sonucu bir sonraki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır
1 1 0 1 1 Gray
+
1 0 0 1 Binary

IV.Adım İşlem en son basamağa kadar devam eder.
1 1 0 1 1 Gray
+
1 0 0 1 0 Binary

$(11011)_{GRAY} = (10010\ )_2$
$(11011)_{GRAY} = (18)_{10}$

Örnek:
Aşağıdaki Gray kodlu sayıların karşılıklarını bulunuz
a- $(1101)_{GRAY} = (\quad\quad)_2$
b- $(1110110)_{GRAY} = (\quad\quad)_{10}$
c- $(101011011)_{GRAY} = (\quad\quad)_{10}$

LOJİK KAPILAR

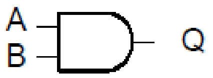
DOĞRULUK TABLOLARI (TRUTH TABLE)

Doğruluk tabloları sayısal devrelerin tasarımında ve analizinde kullanılan en basit ve faydalı yöntemdir. Doğruluk tablosu giriş değişkenlerinin alabileceği olası bütün durumlar için çıkış ifadesinin ne olduğunu gösteren tablodur. Bir doğruluk tablosunda eğer n sayıda giriş değişkeni varsa bu değişkenler olası 2n sayıda değişik durum alabilirler. Örneğin bir sayısal devrenin iki (n=2) giriş değişkeni varsa bu değişkenlerin alabileceği durum sayısı 22=4 iken, üç giriş değişkeni (n=3) için 2^3=8 farklı durum yazılabilir.

MANTIK KAPILARI (LOGIC GATES)

VE KAPISI(AND GATE)

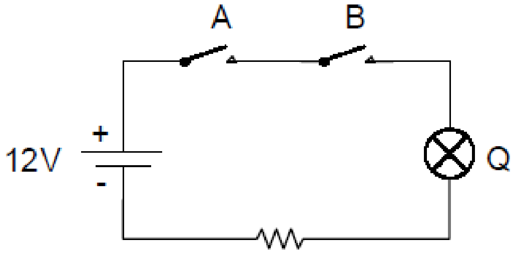
VE kapısının bir çıkış, iki veya daha fazla giriş hattı vardır. Şekil 3.1'de iki giriş, bir çıkışlı VE kapısının sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



(a) Sembolü

Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

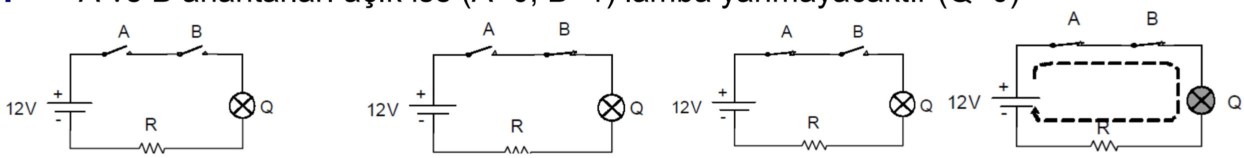
(b) Doğruluk Tablosu



(c) Denk anahtar devresi

Bir VE kapısının çalışmasını eşdeğer anahtar devresi yardımı ile açıklayalım

I- A ve B anahtarları açık ise (A=0, B=1) lamba yanmayacaktır (Q=0)



(I) (II) (III) (IV)

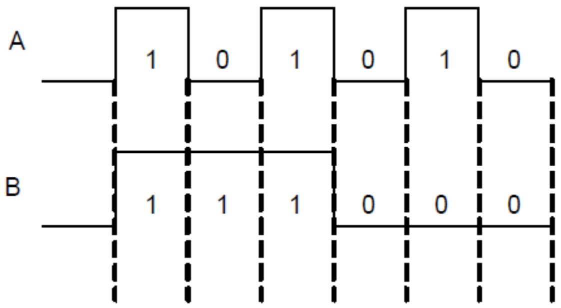
II- Eğer A anahtarı açık (A=0), B anahtarı kapalı(B=1) ise, lamba yanmayacaktır Q=0)
III- Eğer A anahtarı kapalı (A=1),B anahtarı açık(B=0) ise, lamba yanmayacaktır (Q=0) .
IV- Eğer A ve B anahtarları kapalı (A=1,B=1) ise,lamba yanacaktır (Q=1).

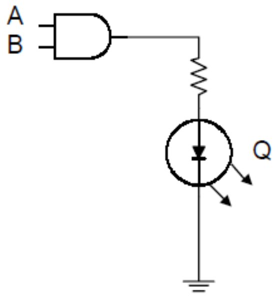
Çıkış Boolen ifadesi şeklinde *Q= A. B* yazılır. *"Q eşit A VE B"* şeklinde okunur.
Buna göre bir VE kapısının çalışması şöyle özetlenebilir;
" Bir VE kapısının girişlerinin tamamı lojik-1 ise çıkışı lojik-1, eğer girişlerden biri veya tamamı lojik-0 ise çıkış lojik-0 olur."

Örnek:
Üç-girişli bir VE kapısına ait Lojik ifadeyi yazarak doğruluk tablosunu oluşturunuz.
Çözüm:
Girişlere A,B,C dersek (n=3) oluşturulacak doğruluk tablosunda $2^3 = 8$ farklı durumun yazılması gerekir

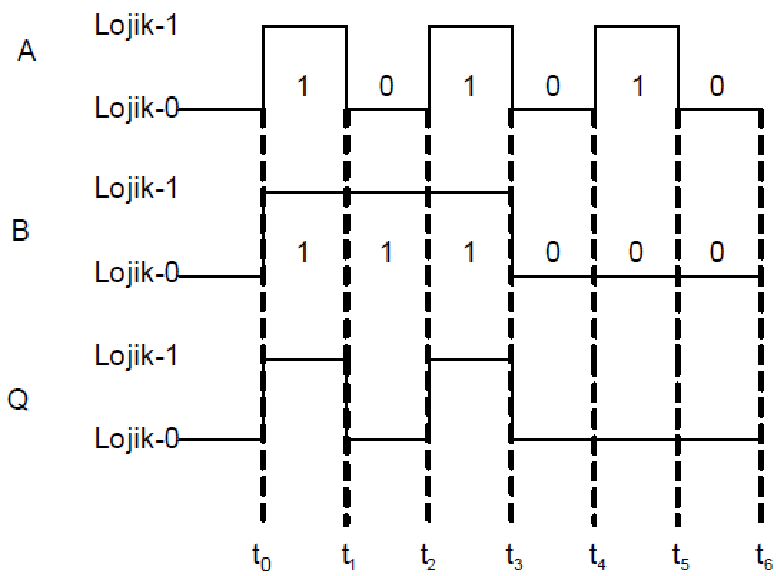
Girişler			Çıkış
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Örnek:
Aşağıda dalga şekilleri verilen A ve B işaretleri bir VE kapısı girişlerine uygulanırsa;
a) Çıkış dalga şekli nasıl olacaktır?
b) LED hangi zaman aralıklarında yanacaktır?





Çözüm:
a- kapısının doğruluk tablosu yardımı ile çıkış;

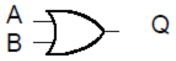


b- LED çıkış ifadesinin Lojik-1 olduğu zaman aralıklarında ışık verecektir.
t_0 - t_1 LED ışık verir (Q=1)
t_1 - t_2 LED ışık vermez (Q=0)

t_2 - t_3 LED ışık verir (Q=1)
t_3 - t_4 LED ışık vermez (Q=0)
t_4 - t_5 LED ışık vermez (Q=0)
t_5 – t_6 LED ışık vermez (Q=0)

VEYA KAPISI (OR GATE)

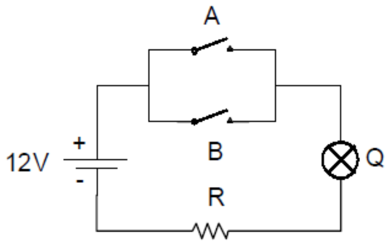
Bir VEYA kapısının iki veya daha fazla giriş, bir çıkış hattı vardır. Şekilde iki giriş bir çıkışlı VEYA kapısının lojik sembolü, doğruluk tablosu ve eşdeğer anahtar devresi verilmiştir.



(a) Sembolü

Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(b) Doğruluk Tablosu



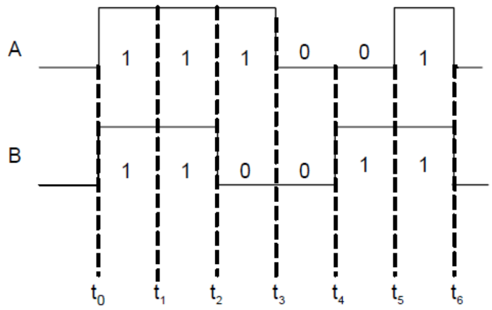
(c) Denk anahtar devresi

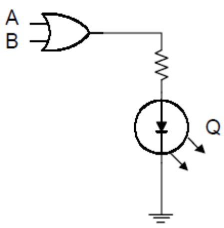
Örnek:

Aşağıda dalga şekilleri verilen A ve B işaretleri bir VEYA kapısı girişlerine uygulanırsa;

a) Çıkış dalga şekli nasıl olacaktır?

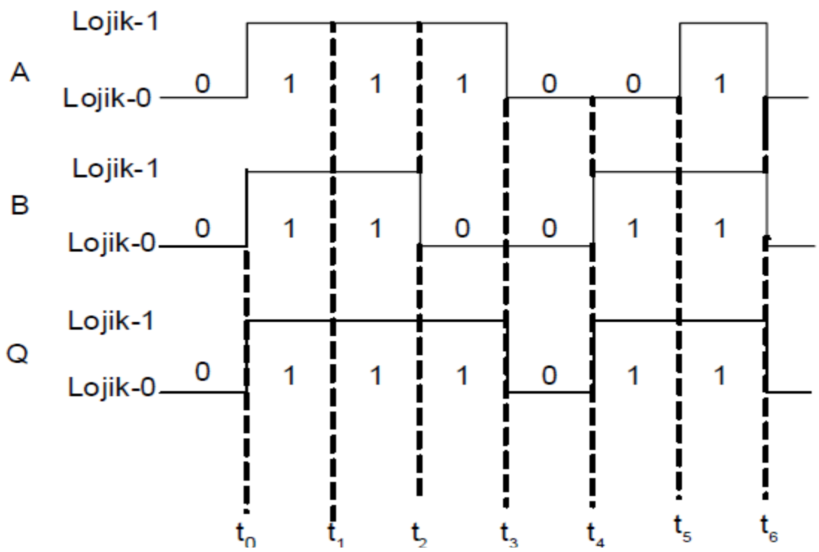
b) LED hangi zaman aralıklarında ışık verecektir?





Çözüm:

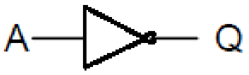
a- Doğruluk tablosu yardımı ile çıkış dalga şekli çizilirse;



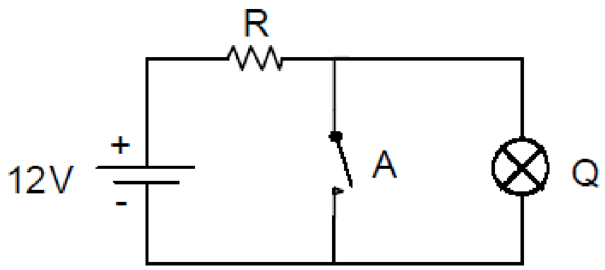
b- LED, çıkış dalga şeklinin Lojik-1 olduğu zamanlarda ışık verecektir.

DEĞİL KAPISI (NOT GATE- INVERTER)

DEĞİL kapısı bir giriş, bir çıkış hattına sahiptir. Çıkış işareti giriş işaretinin tersi (değili-tümleyeni) olur. Şekil 3.11'de standart değil kapısı sembolü,doğruluk tablosu ve eşdeğer anahtar devresi verilmiştir.



(a) Sembolü



(c) Eşdeğer anahtar devresi

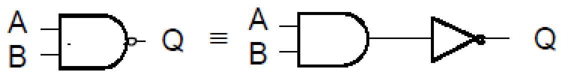
Giriş	Çıkış
A	Q
0	1
1	0

(b) Doğruluk Tablosu

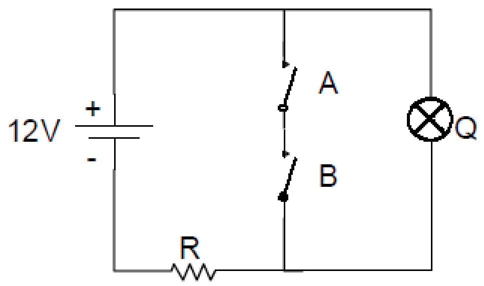
Çıkış Boolean ifadesi olarak **Q** = **A** olarak yazılır. **"Q eşit A'nın değili"** şeklinde okunur.

VE DEĞİL KAPISI (NAND GATE)

VE DEĞİL kapısının en az iki giriş ve bir çıkışı vardır. Lojik fonksiyon olarak VE fonksiyonunun DEĞİL'i olarak tanımlayabiliriz. Şekil de iki giriş, bir çıkışlı VEDEĞİL kapısının sembolü,doğruluk tablosu ve eşdeğer anahtar devresi verilmiştir.



(a) Sembolü



(c) Elektrik eşdeğer devresi

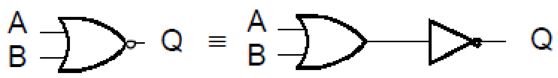
Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b) Doğruluk Tablosu

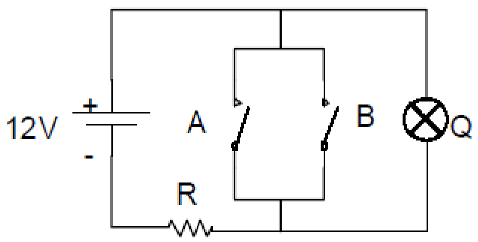
Çıkış Boolen ifadesi olarak **Q** = **A·B** yazılır. **"Q eşit A VEDEĞİL B"** şeklinde okunur.
"VEDEĞİL kapısının girişlerinden birisi veya tamamı Lojik-0 ise çıkış Lojik-1, her iki giriş birden Lojik-1 ise çıkış Lojik-0 olur."

VEYA DEĞİL KAPISI (NOR GATE)

VEYA DEĞİL kapısının en az iki giriş ve bir çıkış hattı vardır. Lojik fonksiyon olarak VEYA fonksiyonunun DEĞİL'i olarak tanımlayabiliriz. Şekil iki giriş, bir çıkışlı VEYA DEĞİL kapısının sembolü,doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



(a) Sembolü



(c) Elektrik eşdeğer devresi

Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

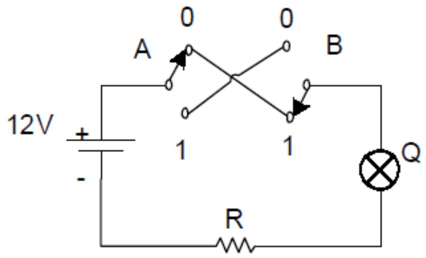
(b) Doğruluk Tablosu

Çıkış Boolen ifadesi olarak **Q** = **A** +**B** yazılır. **"Q eşit A VEYA DEĞİL B"** şeklinde okunur.
"VEYA DEĞİL kapısının girişlerinden birisi veya tamamı Lojik-1 ise çıkış Lojik-0, her iki giriş birden Lojik-0 ise çıkış Lojik-1 olur."

ÖZEL VEYA KAPISI (XOR GATE)

Bir ÖZEL VEYA kapısının iki veya daha fazla giriş, bir çıkış hattı vardır. Şekil de iki giriş bir çıkışlı ÖZELVEYA kapısının lojik sembolü, doğruluk tablosu ve eşdeğer anahtar devresi verilmiştir.

(a) Sembolü



(c) Elektrik eşdeğer devresi

Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

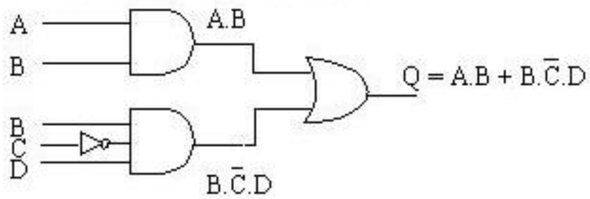
(b) Doğruluk Tablosu

Çıkış Boolen ifadesi olarak ;**Q** = **A** ⊕**B** veya şeklinde yazılır. **"Q eşit A ÖZEL VEYA B"** şeklinde okunur.
ÖZEL VEYA kapısı DEĞİL-VE-VEYA kapıları ile ifade edilebilir. Bu durumda bir ÖZEL VEYA fonsiyonunu;
Q = **A**·**B** + **A**·**B** şeklinde tanımlayabiliriz.

LOJİK DİYAGRAMLARIN TASARIMLARI:

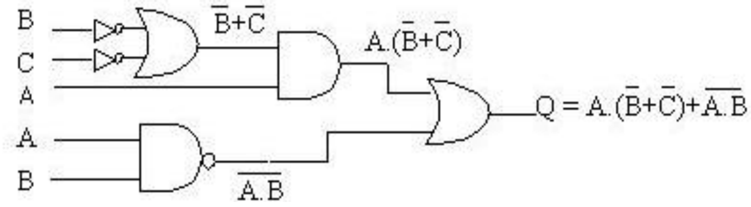
Örnek:

$Q = A.B + B.\overline{C}.D$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.



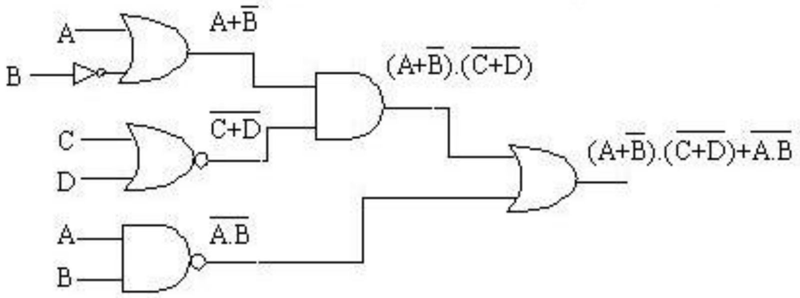
Örnek:

$Q = [A.(\overline{B} + \overline{C})]+\overline{A.B}$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.



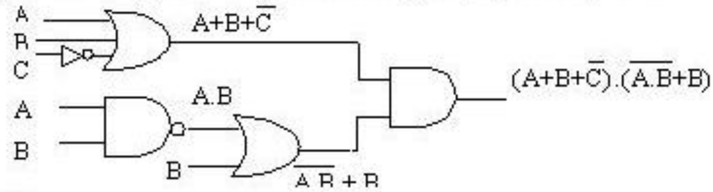
Örnek:

$Q= (A + \overline{B}) . (\overline{C + D}) + \overline{A.B}$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.



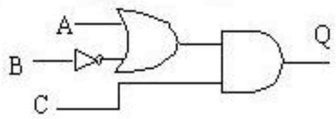
Örnek:

$Q= (A + B + \overline{C}).(\overline{A.B} + B)$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.

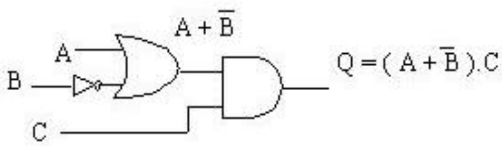


LOJİK DİYAGRAMLARDAN LOJİK İFADELERİN BULUNMASI:

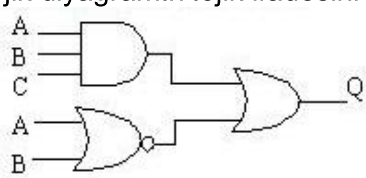
Örnek: Aşağıdaki lojik diyagramın lojik ifadesini yazınız.

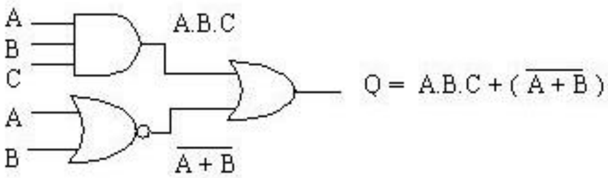


Çözüm:



Örnek: Aşağıdaki lojik diyagramın lojik ifadesini yazınız.





BOOLEAN MATEMATİĞİ:
BOOLEAN KURALLARI ve TEOREMLERİ:

$0.0 = 0$
$0+0 = 0$
$1.1 = 1$
$1+1 = 1$
$1.0 = 0$
$0.1 = 0$
$0+1 = 1$
$1+0 = 1$

1-	a)	$A + 0 = A$
	b)	$A.1 = A$
2-	a)	$A + 1 = 1$
	b)	$A.0 = 0$
3-	a)	$A + A = A$
	b)	$A.A = A$
4-	a)	$A + \overline{A} = 1$
	b)	$A . \overline{A} = 0$
5-	a)	$\overline{\overline{A}} = A$
	b)	$(\overline{A}) = \overline{A}$

6-	a) $A.B = B.A$ b) $A+B = B+A$	Yer değiştirme Kanunu
7-	a) $(A+B)+C = A+(B+C)$ b) $(A.B).C = A.(B.C)$	Birleşme Kanunu
8-	a) $A.(B+C) = A.B+A.C$ b) $A+BC = (A+B).(A+C)$	Dağılma Kanunu
9-	a) $A+A.B = A$ b) $A.(A+B) = A$	Gereksizlik Kanunu
10-	a) $A+\overline{A}.B = A+B$ b) $A.(\overline{A}+B) = A.B$	Benzetme Kanunu

4.3. DE MORGAN TEOREMLERİ

a) $\overline{A + B} = \overline{A} . \overline{B}$	Toplamın değili, çarpımın ayrı ayrı değiline eşittir.
b) $\overline{A . B} = \overline{A} + \overline{B}$	Çarpımın değili, toplamın ayrı ayrı değiline eşittir.

Örnek: Q = B.C+B.(C+ A) +C.(B + A) ifadesini Boolean teoremleri yardımı ile indirgeyiniz.
Çözüm:
Sadeleştirme işlemini çeşitli adımlarla gösterelim
I.Adım: Dağılma kanununu ikinci ve üçüncü terimlere uygularsak ifade aşağıdaki gibi olacaktır.
Q = B.C+B.C+ A.B + B.C+ A.C
II.Adım: Birinci ve ikinci terimi "B" değişkeni ortak parantezine alırsak ifade
Q = B.(C+C) + A.B + B.C+ A.C
III.Adım: VEYA özdeşlikleri ile (C+C=C)
Q = B.C + A.B + B.C + A.C
IV.Adım: Birinci ve üçüncü terimi "C" değişkeni ortak parantezine alırsak
Q = C(B + B) + A.B + A.C
V.Adım: VEYA özdeşlikleri ile (B + B = 1)
Q= C + A.B + A.C

VI.Adım: Birinci ve üçüncü terimi “C” ile ortak paranteze alırsak

Q= C(1 + A) + A.B

VII.Adım: VEYA özdeşlikleri yardımı ile (1+A=1)

Q= C + A.B

KARNOUGH HARİTALARI:

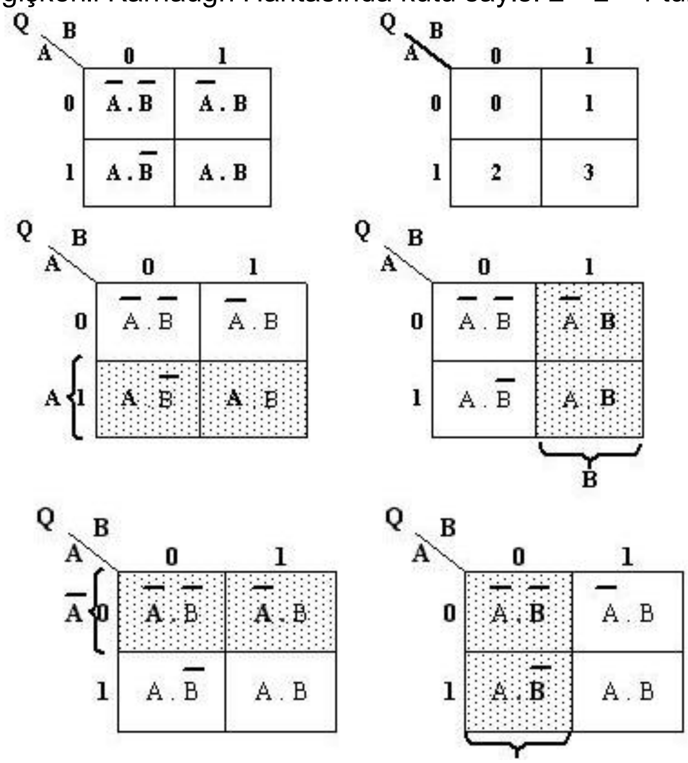
Lojik ifadelerin sadeleştirilmesinde Boolean Matematiği ve Karnaugh Haritaları kullanılır.

KARNOUGH HARİTALARININ KURALLARI:

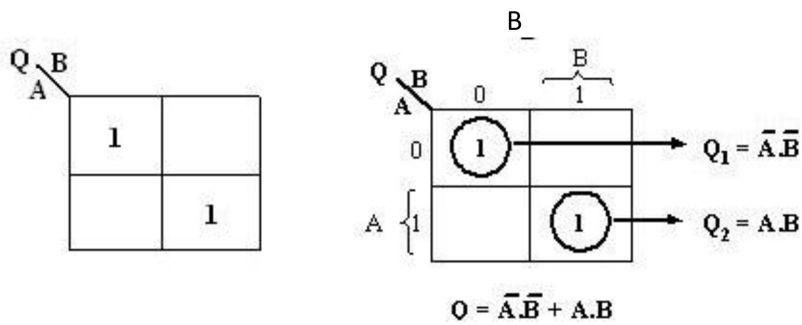
1- Karnaugh Haritaları giriş değişkeni sayısına bağlı olarak standart sayıda kutudan oluşur. n=giriş değişkeni sayısı olmak üzere 2^n formülüyle kutu sayısı belirlenir. 2,4,8,16… olmak üzere 2’ye katlanarak devam eder.
2- Karnaugh Haritalarında hedef ençok “1” i gruplamaktır. Kutuların içindeki “1” ler dikkate alınır. Boş olan kutu “0” demektir, dikkate alınmaz.
3- Gruplamalardaki kutu sayısı 1,2,4,8,16…. Şeklinde olmalıdır.
4- Her bir grup çıkış ifadesinde giriş değişkenleri çarpım (AND) şeklinde ifade edilir. Birden fazla gruba sahip Karnaugh Haritasının çıkış ifadesinde gruplar toplama (OR) işlemine tabi tutulur.
5- Karnaugh Haritasında tüm kutular “1” ise çıkış “1” , tüm kutular “0” ise çıkış “0” dır.

İKİ DEĞİŞKENLİ KARNAUGH HARİTALARI:

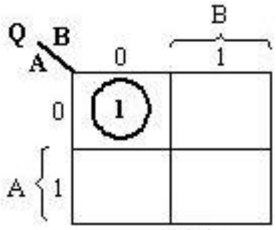
İki değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n=2^2=4$ tür.



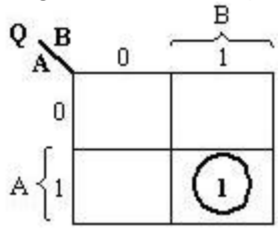
Örnek:



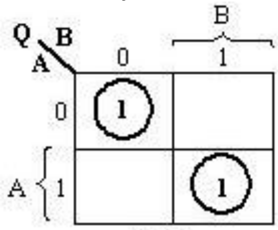
Örnekler: Aşağıdaki Karnaugh Haritalarının çıkış ifadelerini yazınız.



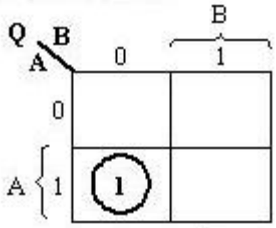
$Q = \overline{A} . \overline{B}$



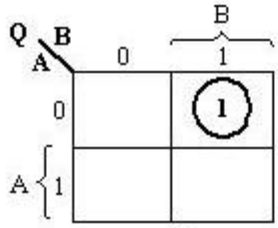
$Q = A . B$



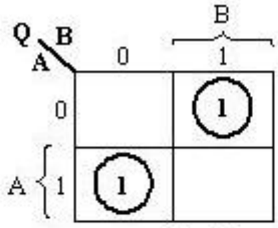
$Q = \overline{A} . \overline{B} + A . B$



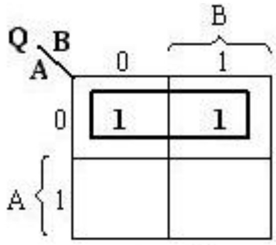
$Q = A . \overline{B}$



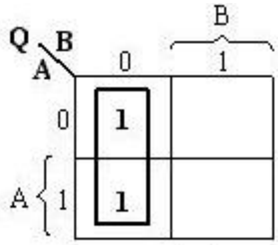
$Q = \overline{A} . B$



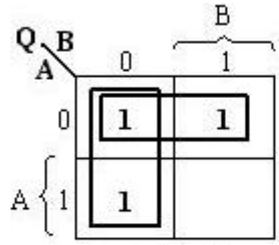
$Q = A . \overline{B} + \overline{A} . B$



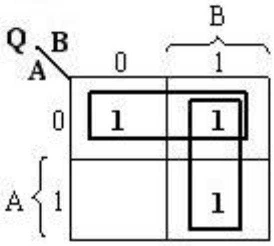
$Q = \overline{A}$



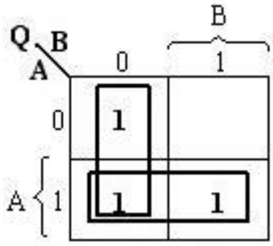
$Q = \overline{B}$



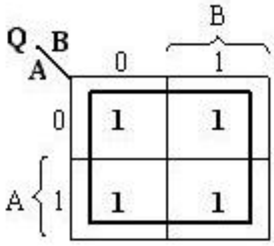
$Q = \overline{A} + \overline{B}$



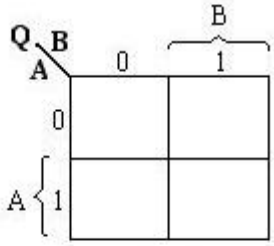
$Q = \overline{A} + B$



$Q = A + \overline{B}$



$Q = 1$

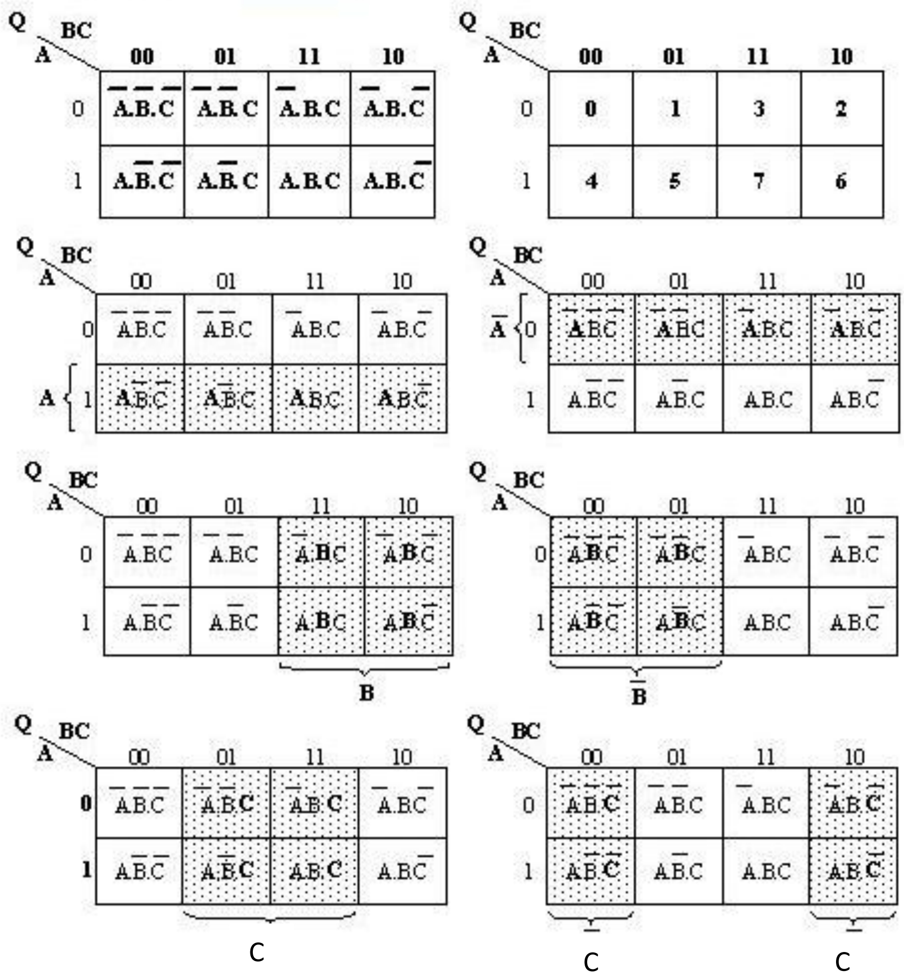


$Q = 0$

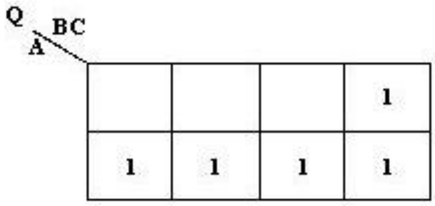
NOT: Bir grupta birden fazla "1" varsa her biri için değişmeyen aynı kalan giriş değişkenlerine çıkış ifadesinde yer veriyoruz.
Ör: Grupta iki adet bir varsa: A girişi "1"lerden biri için "0" diğeri için "1" durumunda ise çıkış ifadesinde yer almaz. Ancak ikisi içinde "1" veya "0" ise çıkışta yer veriyoruz.

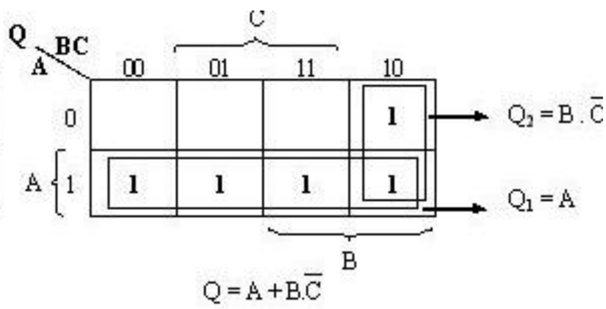
ÜÇ DEĞİŞKENLİ KARNAUGH HARİTALARI:

Üç değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n=2^3=8$ tür.

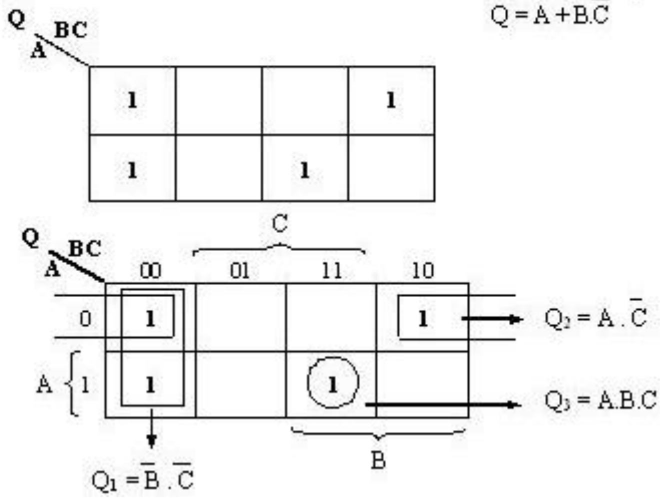


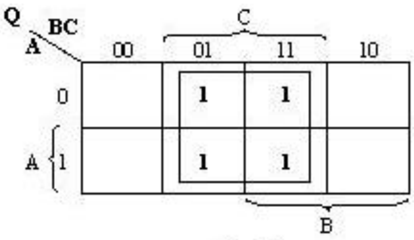
Örnekler:



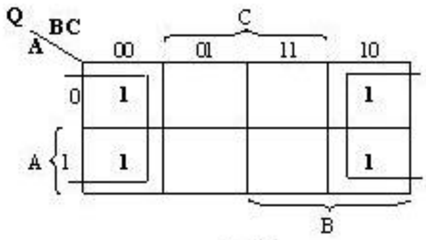


Örnek 5.20





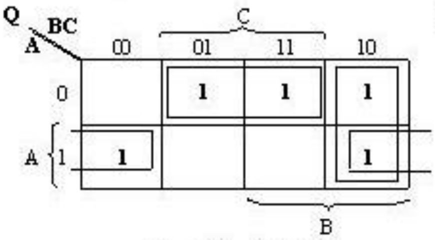
$Q = C$



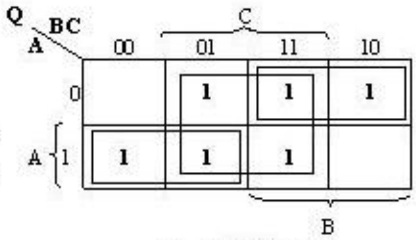
$Q = \overline{C}$

Yukardaki örnekte A bölgesi grup içindeki “1” lerin sadece ilkini kapsıyor, B bölgesi de aynı şekilde sadece ikisini kapsıyor ama C bölgesi bütün hepsini kapsadığı için çıkış ifadesinde C yer alır.

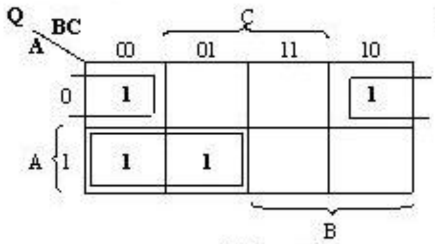
Bu örnekte ise A bölgesi grup içindeki “1” lerin sadece ilkini kapsıyor, B bölgesi de aynı şekilde sadece ikisini kapsıyor ama $\overline{C}$ bölgesi bütün hepsini kapsadığı için çıkış ifadesinde $\overline{C}$ yer alır.



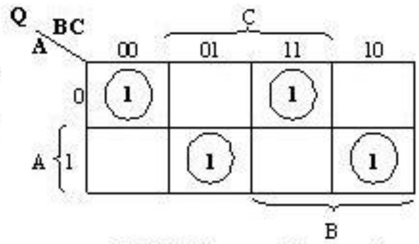
$Q = A.\overline{C} + \overline{A}.C + B.\overline{C}$



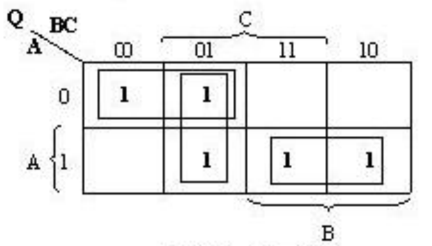
$Q = A\overline{B} + \overline{A}.B + C$



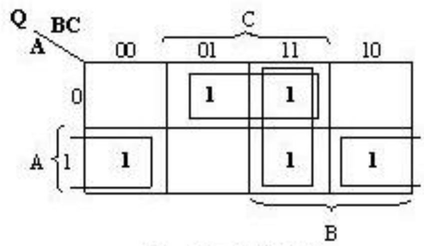
$Q = \overline{A}\,\overline{C} + A.\overline{B}$



$Q = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C}$



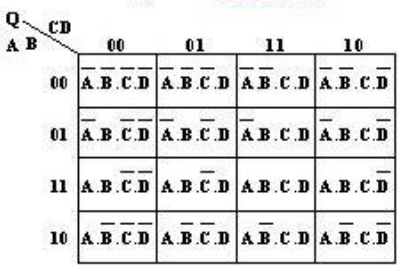
$Q = \overline{A}\,\overline{B} + AB + \overline{B}C$

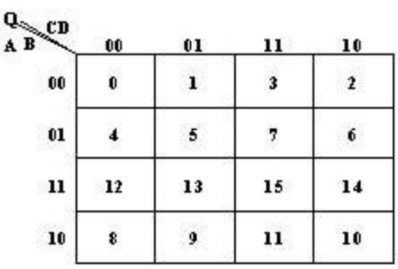


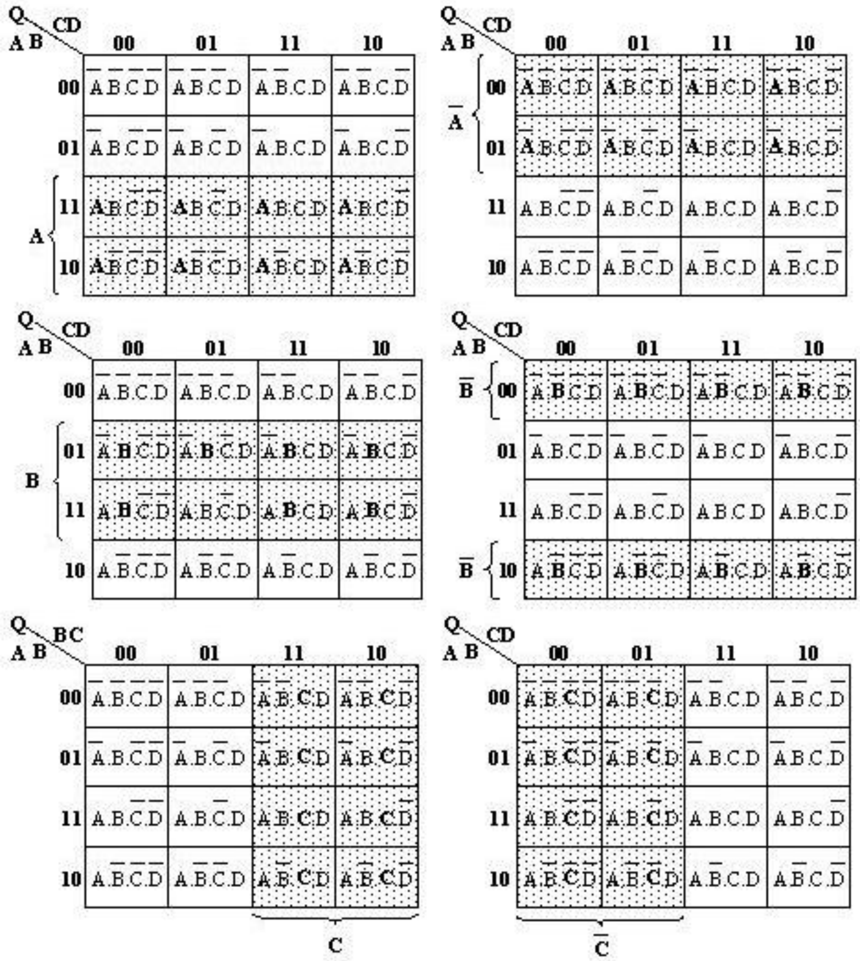
$Q = A.\overline{C} + \overline{A}.C + B.C$

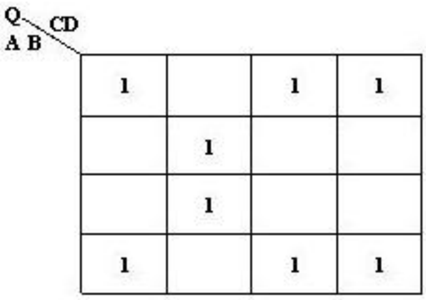
DÖRT DEĞİŞKENLİ KARNAUGH HARİTALARI:

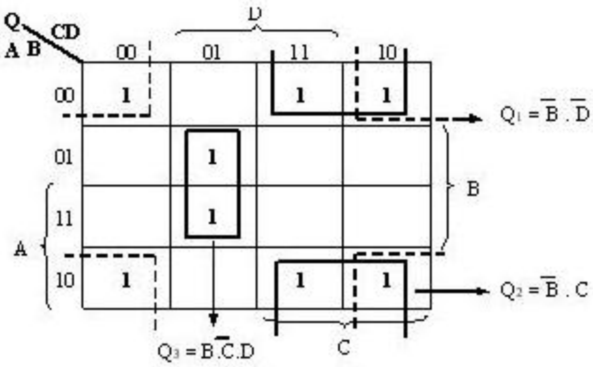
Dört değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n = 2^4 = 16$ dır.



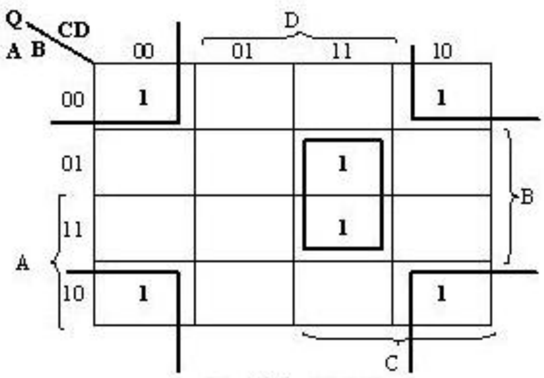




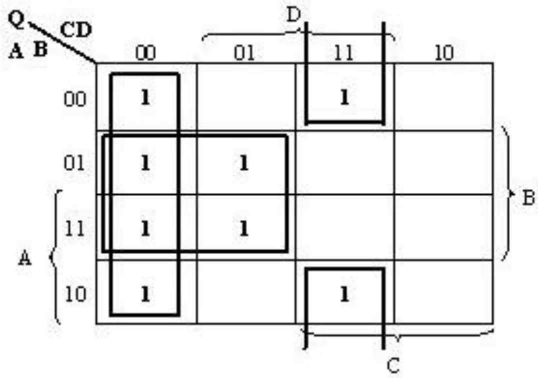




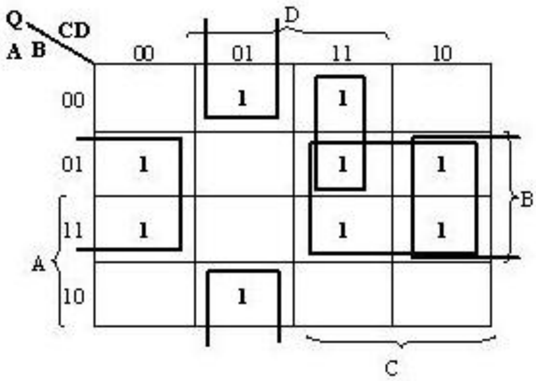
$$Q = \overline{B}.\overline{D} + \overline{B}.D + B.\overline{C}.D$$



$Q = \bar{B}.\bar{D} + B.C.D$



$Q = \bar{C}.\bar{D} + B.\bar{C} + \bar{B}.C.D$



$Q = B.C + B.\bar{D} + \bar{A}.C.D + \bar{B}.\bar{C}.D$

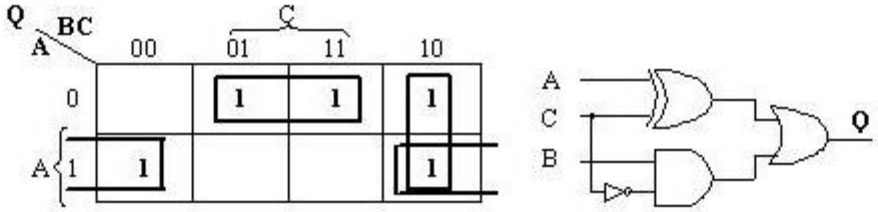
KARNAUGH HARİTALARI ile ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER:

1-) Oktal kodu için sırasıyla 0,1,1,1,1,0,1,0 çıkışlarını veren lojik devreyi en sade şekliyle düzenleyiniz.
Çözüm: Oktal kodunda taban 8 olduğundan en büyük sayı $(7)_{10}=(111)_2$ olacaktır. Üç basamaklı olduğundan giriş sayısı üçtür (A, B, C)

Önce verilen çıkışlara göre doğruluk tablosu düzenlenir.
Çıkışta "1" olan satırlar dikkate alınır. Bu satırlardaki girişlere bakılır ve Karnaugh Haritasına yerleştirilir.
Karnaugh Haritasının çıkışı yazılarak lojik diyagramı çizilir.

k 5.91

GİRİŞ			ÇIKIŞ
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



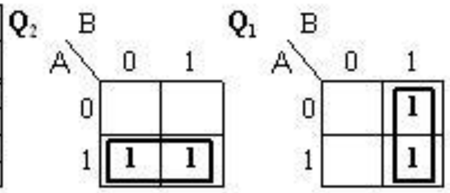
$Q = \bar{A}.C + A.\bar{C} + B.\bar{C} \qquad = (A \oplus C) + B.\bar{C}$

2-) İki bitlik binary sayının iki katını veren devreyi düzenleyiniz.

Çözüm: İki bitlik en büyük sayı $(3)_{10}=(11)_2$ dir. Bunun iki katı olan $(6)_{10}=(110)_2$ 3 basamaklı olduğuna göre devre 2 girişli 3 çıkışlı olacaktır. Her çıkış için ayrı ayrı ifade yazılarak her biri için Karnaugh Haritası düzenlenir.

GİRİŞ	ÇIKIŞ
0	0
1	2
2	4
3	6

GİRİŞ		ÇIKIŞ		
A	B	Q_2	Q_1	Q_0
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	1	1	0



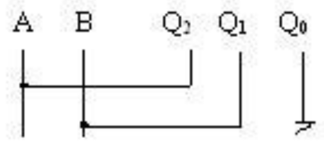
$Q_0 = 0$

$Q_1 = \bar{A}.B + A.B$

$Q_2 = A.\bar{B} + A.B$

$Q_2 = A$

$Q_1 = B$



Qo çıkışında bütün satırlar “0” olduğundan direkt şaseye bağlanır.