

Kontrol-1 Örnek Sorular:

1- Aşağıda verilen kapalı çevrim transfer fonksiyonlarının sıfırları ve kutuplarını s-düzleminde gösteriniz. Girişine birim basamak uygulandığında sistemlerin çıkış cevabının genel halde katsayıları hesaplamadan yazınız ve her sistemin davranışı hakkında bilgi veriniz.(aşırı-sönümlü, sönümlü, sönümsüz, kritik-sönümlü gibi)

a. $T(s) = \frac{2}{s+2}$

c. $T(s) = \frac{10(s+7)}{(s+10)(s+20)}$

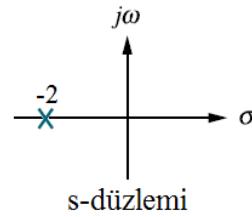
e. $T(s) = \frac{s+2}{s^2+9}$

b. $T(s) = \frac{5}{(s+3)(s+6)}$

d. $T(s) = \frac{20}{s^2+6s+144}$

f. $T(s) = \frac{(s+5)}{(s+10)^2}$

a)



kutup -2; $c(t) = A + Be^{-2t}$; birinci-mertebe sistem

b)

kutuplar -3, -6; $c(t) = A + Be^{-3t} + Ce^{-6t}$; aşırı-sönümlü sistem

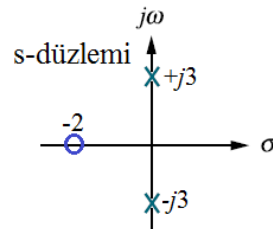
c)

kutuplar -10, -20; sıfır -7; $c(t) = A + Be^{-10t} + Ce^{-20t}$; aşırı-sönümlü sistem

d)

kutuplar $(-3+j3\sqrt{15})$, $(-3-j3\sqrt{15})$; $c(t) = A + Be^{-3t} \cos(3\sqrt{15}t + \phi)$; sönümlü

e)



kutuplar $j3$, $-j3$; sıfır -2; $c(t) = A + B \cos(3t + \phi)$; sönümsüz

f)

kutuplar -10, -10; sıfır -5; $c(t) = A + Be^{-10t} + Cte^{-10t}$; kritik-sönümlü

2- 1. soruda verilen sistemlerin girişine birim basamak fonksiyonu uygulandığında çıkış fonksiyonunu ters-laplace dönüşümü kullanarak bulunuz.

a) $C(s) = A/s + B/(s+2)$ gibi çarpanlarına ayrılarak yazılır buradan A ve B katsayıları hesaplanır. Ara işlemlerin yapılması gerekmektedir.

$$C(s) = \frac{2}{s(s+2)} \quad C(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} \quad c(t) = 1 - e^{-2t}$$

b)

$$C(s) = \frac{5}{s(s+3)(s+6)} \quad C(s) = \frac{5}{18} \frac{1}{s} - \frac{5}{9} \frac{1}{s+3} + \frac{5}{18} \frac{1}{s+6}$$

$$c(t) = \frac{5}{18} - \frac{5}{9} e^{-3t} + \frac{5}{18} e^{-6t}$$

c)

$$C(s) = \frac{10(s+7)}{s(s+10)(s+20)} \quad C(s) = \frac{7}{20} \frac{1}{s} + \frac{3}{10} \frac{1}{s+10} - \frac{13}{20} \frac{1}{s+20}$$

$$c(t) = \frac{7}{20} + \frac{3}{10} e^{-10t} - \frac{13}{20} e^{-20t}$$

d) $C(s) = A/s + (Bs+C)/(s^2+6s+144)$ gibi çarpanlara ayrılır ve A, B, C katsayıları hesaplanır. Ara işlemleri yapmanız gerekmektedir.

$$C(s) = \frac{20}{s(s^2+6s+144)} \quad C(s) = \frac{5}{36} \frac{1}{s} - \frac{5}{36} \frac{s+6}{s^2+6s+144}$$

$$C(s) = \frac{5}{36} \frac{1}{s} - \frac{5}{36} \frac{(s+3) + \frac{3}{\sqrt{135}} \sqrt{135}}{(s+3)^2 + 135}$$

$$c(t) = \frac{5}{36} - \frac{5}{36} e^{-3t} \left(\cos[\sqrt{135}]t + \frac{3}{\sqrt{135}} \sin[\sqrt{135}]t \right)$$

e)

$$C(s) = \frac{s+2}{s(s^2+9)} \quad C(s) = \frac{2}{9} \frac{1}{s} + \frac{1}{9} \frac{-2s+9}{s^2+9} \quad C(s) = \frac{2}{9} \frac{1}{s} + \frac{1}{9} \frac{-2s+3 \times 3}{s^2+9}$$

$$c(t) = \frac{2}{9} - \left(\frac{2}{9} \cos.3t - \frac{1}{3} \sin.3t \right)$$

f)

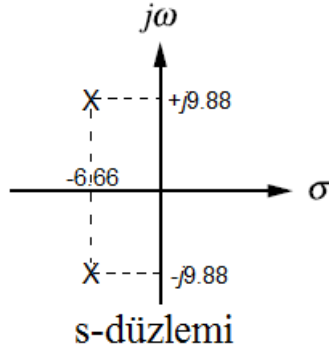
$$C(s) = \frac{s+5}{s(s+10)^2} \quad C(s) = \frac{1}{20} \frac{1}{s} - \frac{1}{20} \frac{1}{s+10} + \frac{1}{2} \frac{1}{(s+10)^2}$$

$$c(t) = \frac{1}{20} - \frac{1}{20} e^{-10t} + \frac{1}{2} t e^{-10t}$$

3- Girişine birim basamak uygulanan ikinci derece bir sistemin yüzde aşım zamanı %OS=%12 ve yerleşme zamanı 0.6 s olduğu biliniyor. Kutuplarını bularak s-düzleminde gösteriniz. Sistemin transfer fonksiyonunu yazınız.

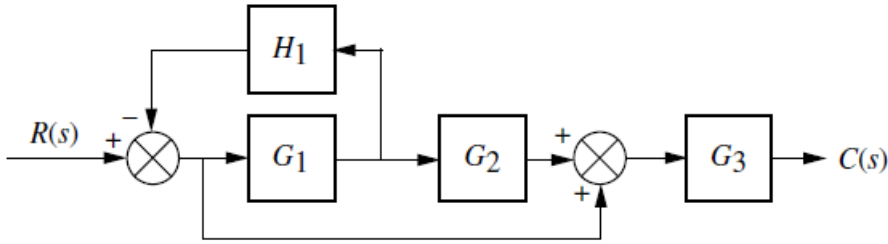
$$\zeta = \frac{-\ln\left(\frac{\%OS}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\%OS}{100}\right)}} = 0.56, \omega_n = \frac{4}{\zeta T_s} = 11.9 \quad \text{kutuplar} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$= -6.66 \pm j9.88.$$

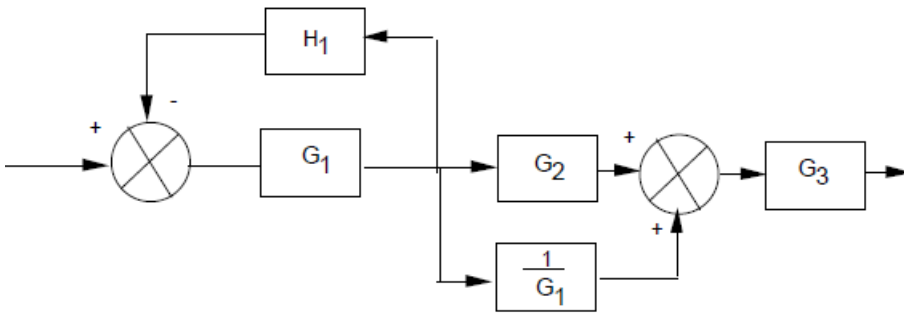


$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{141.61}{s^2 + 13.33s + 141.61}$$

4- Aşağıdaki şekilde verilen sistemin kapalı-çevrim transfer fonksiyonunu bulunuz. ($T(s)=C(s)/R(s)$)



Çözüm: $G_1(s)$ 'i dallanma noktasının soluna taşıyıp $H_1(s)$ ile geribeslemeli alt-sistem sadeleştirilir.

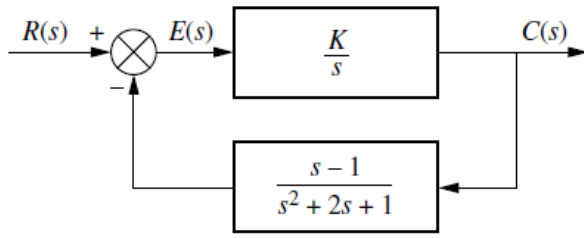


Böylece,

$$T(s) = \left(\frac{G_1}{1 + G_1 H_1} \right) \left(G_2 + \frac{1}{G_1} \right) G_3 = \frac{(G_1 G_2 + 1) G_3}{(1 + G_1 H_1)}$$

olarak elde edilir.

5- Aşağıda verilen sistemin kararlı olması için K sabiti hangi aralıkta olmalıdır?



Çözüm: Kapalı-çevrim transfer fonksiyonu bulunarak karakteristik denklemin Routh tablosu doldurulur. Routh-Hurwitz kriterini kullanarak sistem kararlılığı için K'nın değer aralığı bulunur.

$$T(s) = \frac{K(s^2 + 2s + 1)}{s^3 + 2s^2 + (K+1)s - K} \quad \text{kapalı-çevrim transfer fonksiyonu.}$$

Routh-tablosu:

s^3	1	$K+1$
s^2	2	$-K$
s^1	$\frac{3K+2}{2}$	0
s^0	$-K$	0

Tablonun ilk sütununda işaret değişimi olmaması için $-\frac{2}{3} < K < 0$ aralığında değerler almalıdır.

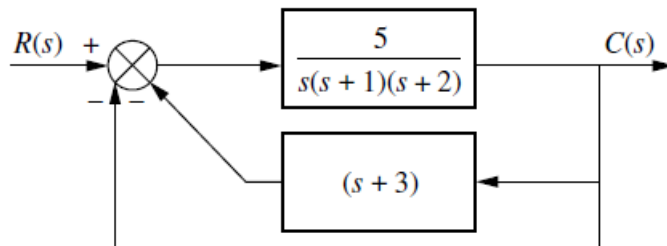
Bu durumda sistem kararlıdır.

6- Aşağıda verilen sistem için,

a) K_p , K_v , K_a değerlerini bulunuz.

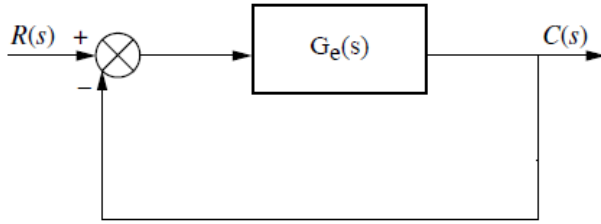
b) Sistemin girişine $50u(t)$, $50tu(t)$ ve $50t^2u(t)$ uygulandığında kararlı-hal hatası ne olur? hesaplayınız.

($u(t)$ birim basamak fonksiyonudur.)



Çözüm: Öncelikle sistemi birim geribeslemeli hale getirip $G_e(s)$ fonksiyonunu bulmamız gerekir.

$$G_e(s) = \frac{\frac{5}{s(s+1)(s+2)}}{1 + \frac{5(s+3)}{s(s+1)(s+2)}} = \frac{5}{s^3 + 3s^2 + 7s + 15}$$



Kararlı-hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1+G(s)} \text{ olarak hesaplanabilir.}$$

Birim basamak girişi için $u(t)$, kararlı-hal hatası:

$$e(\infty) = e_{\text{step}}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$$

Rampa girişi için, $tu(t)$,

$$e(\infty) = e_{\text{ramp}}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

parabolik giriş için, $\frac{1}{2}t^2u(t)$,

$$e(\infty) = e_{\text{parabola}}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)}$$

olarak hesaplanıyordu.

Bu hesaplamalarda paydadaki limit değerlerine konum sabiti, K_p ; hız sabiti, K_v ; ivme sabiti, K_a adı verilir.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)$$

a) $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$ hesaplanırsa $K_p = 1/3$ olarak bulunur.

$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$ hesaplanırsa $K_v = 0$ bulunur.

$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)$ hesaplanırsa $K_a = 0$ bulunur.

b) Burada $R(s)$ girişi $50u(t)$ için $50/s$ olur. Kararlı-hal hatası: $e(\infty) = \frac{50}{1 + K_p} = 37.5$ olur.

R(s) girişi $50tu(t)$ için $50/s^2$ olur. Bu durumda $e(\infty) = \frac{50}{K_v} = \infty$ olur.

R(s) girişi $50t^2u(t)$ için $50/s^3$ olur. Bu durumda $e(\infty) = \frac{50}{K_a} = \infty$ olur.