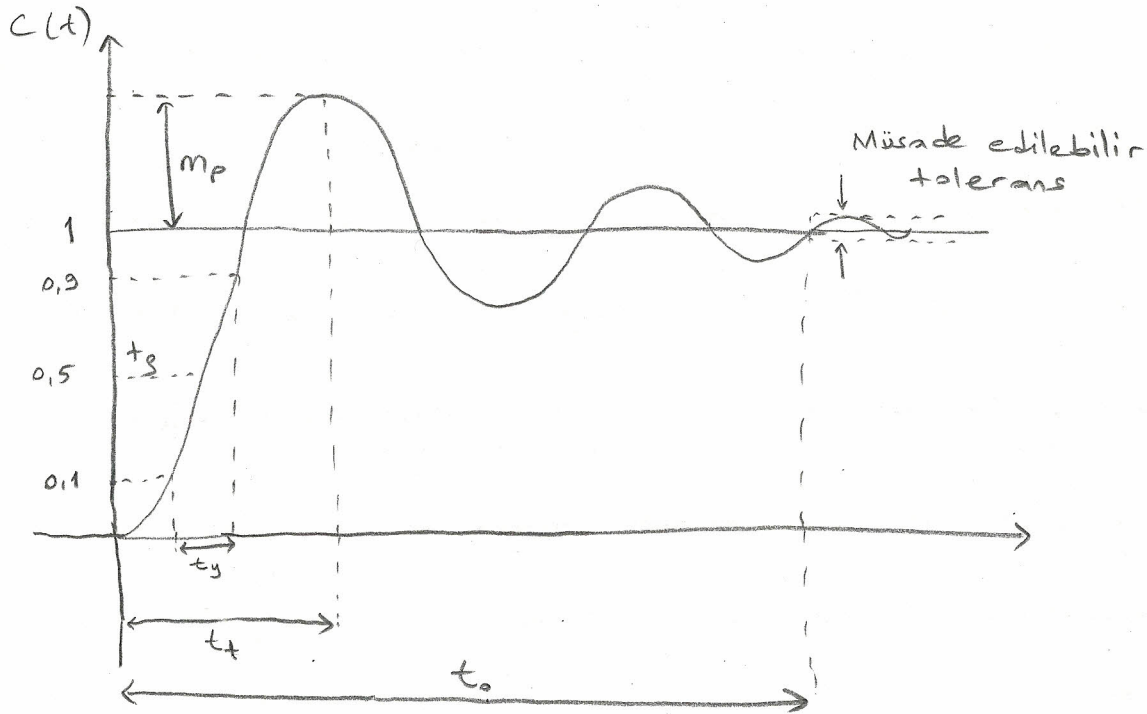


Sistemlerin Geçici ve Kalıcı Durum Davranışlarının

Analizi

Geçici Durum Davranış ile İlgili Tanımlar:

Bir sistemin geçici durum davranışının en genel hali kalıcı duruma erişene kadar sönümlü salınımlı bir davranış şeklindedir. Kararlı bir denetim sisteminin birim basamak girişine gösterdiği geçici durum cevabı davranış karakteristiği aşağıdaki şekilde gösterilen ve aşağıda belirtilen parametreler yardımıyla tanımlanır. Bu parametreler sistemin geçici durum davranışını belirleyen temel parametrelerdir.

a-) Gecikme Zamanı (t_g):

Gecikme Zamanı cevabın nihai değerinin yarısına ilk defa ulaşması için geçen zamandır.

b-) Yükselme Zamanı (t_y):

Yükselme zamanı cevabın nihai değerinin %10'dan %90'a kadar gerçekleşmesi için geçen süredir.

c-) Tepe Zamanı (t_p):

Tepe zamanı cevabın nihai değerini ilk defa aşarak bir tepe yaptığı noktaya erişmesi için gerekli zamandır.

d-) Maksimum Aşma (M_p):

Maksimum aşma cevap eğrisinin nihai değerinde erişmesi gerektiği birim değerden ölçülen maksimum tepe değeridir.

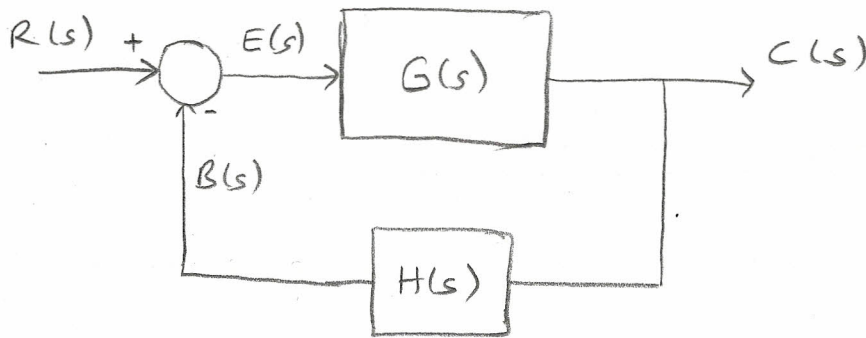
e-) Oturma Zamanı (t_o)

Oturma zamanı cevap eğrisinde titreşim geriliklerinin müade edilebilir tolerans değeri sınırlarına erişmesi için geçen zamandır. Müade edilebilir tolerans değerleri ise genellikle nihai değerin %5'i veya %2'lik aşma değerleri olarak tanımlanır.

Kalıcı Durum Hatası ve Sistemlerin Sınıflandırılması

Kararlı bir denetim sisteminin kalıcı durum başarımı genellikle sistemin basamak, ramp veya ivme giriş sinyali karşısında gösterdiği kalıcı durum hatasına göre belirlenir. Belli tipte giriş sinyalleri karşısında kalıcı durum hatası göstermeyen bir sistem ramp giriş sinyali karşısında 0'dan farklı bir kalıcı durum hatası gösterebilir. Böyle bir kalıcı durum hatası ise ancak sistem yapısında yapılan bir değişiklik ile giderilebilir.

Verilen bir sistemin belli bir giriş sinyali karşısında kalıcı durum hatası gösterip göstermeyeceği sistemin açık döngü transfer fonksiyonunun tipine bağlıdır.



$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - C(s)H(s)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

$$e_{kd} = \lim_{t \rightarrow \infty} (t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot R(s)$$

$$G(s)H(s) = \frac{K (T_a s + 1) (T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1) (T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}$$

N sayısı $N=0, 1, 2, 3, \dots$ değişen tamsayılardan oluşur.

N sayısı sistemin tip numarasını belirlemek için kullanılır. Buna göre $N=0$, $N=1$, $N=2$, $N=3$ değerleri için sistem sırasıyla

Tip 0, Tip 1, Tip 2, Tip 3 adını alır. Burada sistemin tip sayısı ile sistemin derecesinden birbirinden farklı olduğunu belirtmek gerekir.

Tip sayısı artınca sistemin kalıcı durum hatası azalır veya sıfır olur. Fakat diğer taraftan Tip sayısı artınca sistemin kararlılığı kötüye gider. Bu nedenle sistemlerin kalıcı durum hatası ile bağlı kararlılık arasında bir uyuma sağlanmalıdır.

Statik Hata Katsayıları ve Hataları

Denetim sistemlerinin basamak, ramp ve parabolik giriş fonksiyonları izleyebilme yeterliliklerine göre bir takım hata katsayıları tanımlanmıştır. Bunlar basamak giriş fonksiyonundan konum hata katsayısı, ramp giriş fonksiyonundan hız hata katsayısı ve parabolik giriş fonksiyonundan ivme hata katsayısı olarak tanımlanırlar.

Statik Konum Hatası ve Konum Hata Katsayısı, K_p :

$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (R(s) = \frac{1}{s})$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)$$

$$e_{kd} = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \cdot H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_3 s + 1)}$$

Tip 0 için ($N=0$) $K_p = K$

Tip 1 ve daha yukarı için ($N=1, 2, 3, \dots$) $K_p = \infty$

Tip 0 için $e_{kd} = \frac{1}{1 + K}$

Tip 1 ve daha yukarısı için $e_{kd} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$

Hız Hatası ve Hız Hata Katsayısı, K_v :

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)H(s)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)H(s)}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{statik hız} \\ \text{hata katsayısı} \end{array} \right) K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)$$

$$e_{kd} = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}$$

$$\text{Tip 0 için } K_v = 0 \quad \text{ve } e_{kd} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\text{Tip 1 için } K_v = K \quad \text{ve } e_{kd} = \frac{1}{K}$$

$$\text{Tip 2 için } K_v = \infty \quad \text{ve } e_{kd} = \frac{1}{\infty} = 0$$

İvme Hatası ve İvme Hata Katsayısı, K_a :

$$r(t) = \frac{t^2}{2} \quad R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 G(s)H(s)}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{statik ivme} \\ \text{hata katsayısı} \end{array} \right) K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)$$

$$e_{kd} = \frac{1}{K_a}$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K (T_a s + 1) (T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1) (T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}$$

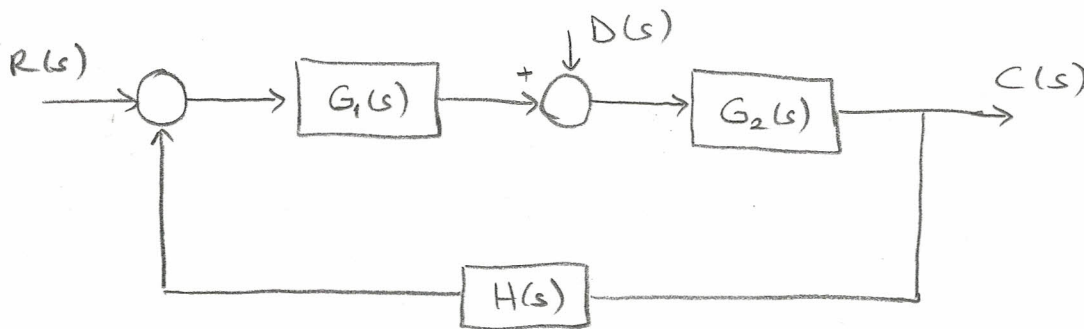
Tip 0 için $K_a = 0$ ve $e_{kd} = \frac{1}{0} = \infty$

Tip 1 için $K_a = 0$ ve $e_{kd} = \frac{1}{0} = \infty$

Tip 2 için $K_a = K$ ve $e_{kd} = 1/K$

Tip 3 için $K_a = \infty$ ve $e_{kd} = 1/\infty = 0$ ($N \geq 3$)

Bozucu Giriş Hataları



$R(s) = 0$ için

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)}$$

$$E(s) = R(s) - C(s) H(s) \quad \text{veya} \quad \frac{E(s)}{D(s)} = - \frac{C(s)}{D(s)} H(s)$$

$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(- \frac{C(s)}{D(s)} H(s) \right) D(s)$$

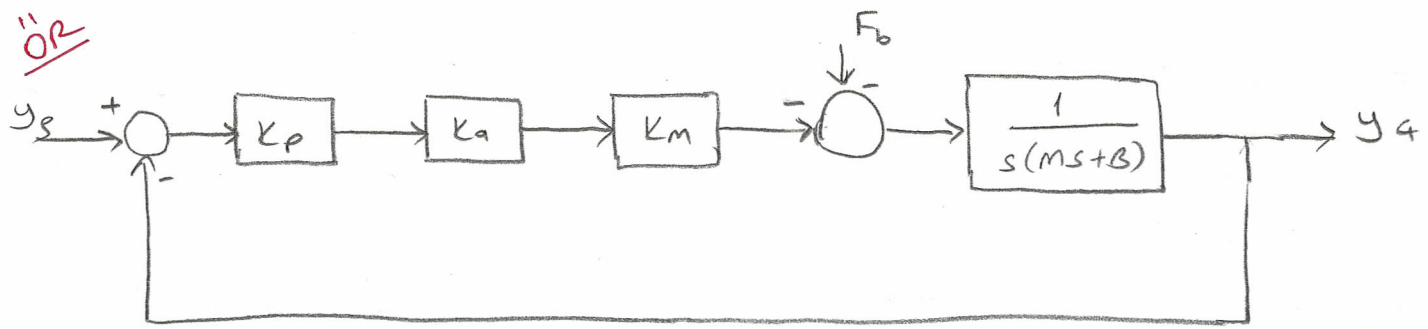
$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[- \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)} \right] D(s)$$

$$H(s) = 1$$

$$\frac{E(s)}{D(s)} = - \frac{C(s)}{D(s)}$$

$$e_{kd} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(- \frac{C(s)}{D(s)} \right) D(s)$$

ÖR



Şekilde bir takım tezgahında kesici takıma ait konum denetim servo mekanizmasının blok şeması verilmiştir. Sisteme ait sabitler $K = K_p K_a K_m = 360 \text{ N/m}$, $M = 10 \text{ kg}$, $B = 80 \text{ (N/(m/s))}$ olarak tespit ediliyor.

- a-) Sistemin doğal frekansını ve sönüm oranını bulunuz.
- b-) Sistemin birim basamak, birim ramp ve birim parabolik girişten doğan hata sabitlerini ve kalıcı durum hatalarını bulunuz.

Gözüm:

$$a-) Y_a(s) = \frac{K}{ms^2 + Bs + K} Y_s(s) - \frac{1}{ms^2 + Bs + K} F_b(s)$$

$$ms^2 + Bs + K, \quad s^2 + s \frac{B}{m} + \frac{K}{m} = s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2$$

$$\text{Doğal frekans: } \omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{360}{10}} = 6 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{Km}} = \frac{80}{2\sqrt{360 \cdot 10}} = 0,67$$

$$b-) GH(s) = \frac{K}{s(ms+B)} \quad (\text{konum hata})$$

$$R(s) = \frac{1}{s}, \quad K_p = \lim_{s \rightarrow 0} GH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s(ms+B)} = \infty \quad \text{ve} \quad e_{kd} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$R(s) = \frac{1}{s^2}, \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s GH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s(ms+B)} = \frac{K}{B} \quad \text{ve} \quad e_{kd} = \frac{1}{K_v} = \frac{B}{K}$$

(hız hatası)

$$R(s) = \frac{1}{s^3}, \quad K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 GH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \frac{K}{s(ms+B)} = 0 \quad \text{ve} \quad e_{kd} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{0} = \infty$$

(ivme hatası)