DİNAMİK (8.hafta)

1) RİJİT CİSMİN DÜZLEMSEL HAREKETİ

Bir rijit cismin (noktasal ve şekil sabit değişmeyen olarak alınan) izlediği hareket yapar.

a) Öteleme: Hareket esnasında cismin üzerindeki her nokta aynı yörüngeyi izler. Eğer yörünge düz ise öteleme, eğri ise eğrisel öteleme olur.

b) Dönme: Sabit olan etrafında cismin üzerindeki her noktanın dairesel hareket ettiği.

c) Dönme + Öteleme: Hem dönme hareketi hem de öteleme hareketi yapan cisimlerin hareketidir.
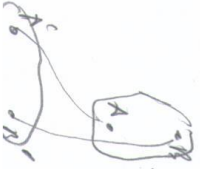
2) İki hareketin kapsamını karışık işlem mekanizmalarda görebiliriz (Dönme + Öteleme hareketi)

$$x = r\cdot\theta$$
$$v = r\cdot\omega$$
$$a = r\cdot\alpha$$
$$a_n = r\cdot\omega^2 \qquad a_n = \frac{v^2}{r}$$
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\alpha = \text{sabit değil}$$
$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$
$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\alpha\cdot d\theta = \omega\cdot d\omega$$
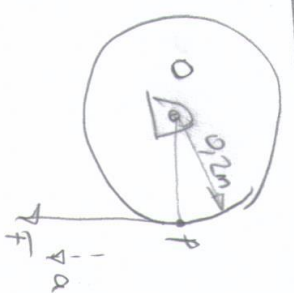
$$\alpha = \text{sabit}$$
$$\omega = \omega_0 + \alpha\cdot t$$
$$\theta = \theta_0 + \omega_0\cdot t + \frac{1}{2}\alpha\cdot t^2$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Örnek 3

İpe $a = 4t \ m/s^2$ (t: saniye) ivmesi ile bu hareket uygulanıyor.

a) tekerleğin açısal hızı?

b) OP çizgisinin açısal konumunu zamanın fonksiyonu olarak radyan cinsinden bulunuz.

a) $a_t = \alpha \cdot r$

a_t ivmesi olur. Birim analizi

$$\left[\frac{m}{s^2}\right] = \alpha \cdot m$$

$$\alpha = \frac{1}{s^2} = \frac{rad}{s^2}$$

α ivmesi sabit değil, zamana bağlı olarak değişiyor.

a) P tekerleğe bağlı olduğundan a ivmesi, aynı zamanda tekerin üzerindeki P noktasının da ivmesi olur.

$$a_t = \alpha \cdot r$$

$$4t = \alpha \cdot 0,2$$

$$\alpha = 20 t \ \frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha = \frac{dw}{dt} \implies \int_0^w dw = \int_0^t \alpha \cdot dt \implies w = \int_0^t 20 t \cdot dt$$

$$w = 20 \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^t$$

$$\boxed{w = 10 t^2 \ rad/s}$$

4

! Burada a ivmesi sabit değildir bu nedenle $w = w_0 + \alpha t$ formülü kullanılamaz.
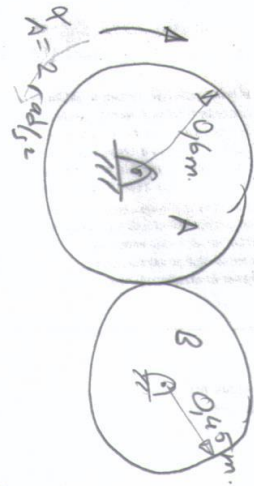
b) Açısal konumu

$$w = \frac{d\theta}{dt} \implies \int_0^\theta d\theta = \int_0^t w \ dt$$

$$\theta = \int_0^t 10 t^2 \ dt = 10 \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^t$$

$$\boxed{\theta = 3,33 \ t^3 \ rad}$$

⑤ Örnek

İki disk kaymayacak şekilde birbirine sürterek...

A diski ω = 2 rad/s...

$r = 0,6$ m   A
B $0,45$ m

$\alpha = 2$ rad/s²
$\alpha_A = 2$ rad/s²

A diski ω = 2 rad/s ivme ile durağan...
durumdan hızlanırsa

10 devir sonra
B diskinin açısal
hızı ve açısal ivmesi
ne olur?

İki diskin değme noktasındaki çevresel
(teğetsel) hızları eşittir. B diskinin
hızını bulmaya çalışalım. A nın çevresel

1 devir 2π radyan
10 devir X

$X = \dfrac{1 \text{ devir } 2\pi \text{ radyan}}{10 \text{ devir } X}$

$W^2 = W_0^2 + 2\alpha_A(\theta - \theta_0)$

$W^2 = 0 + 2 \cdot 2 \cdot (20\pi - 0)$

$W^2 = 80\pi$

$W = \omega_A = 15,85$ rad/s

$V_A = \omega_A \cdot r_A$

$= 15,85 \cdot 0,6$ m

$V_A = 9,511$ m/s

⑥

A diski ile B diskleri çevresel...

A diski ile B disklerin çevresel
hızları aynıdır

$V_B = V_A = 9,511$ m/s

$V_B = \omega_B \cdot r_B$

$9,511 = \omega_B \cdot 0,45$ m
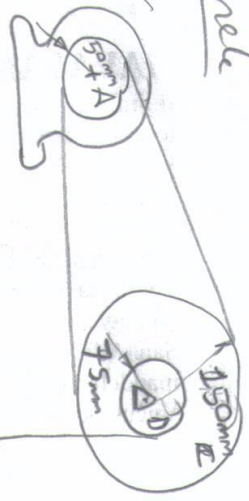
$\omega_B = 21,137$ rad/s

Temas noktasındaki teğetsel ivmeler
aynıdır.

$(a_B)_t = (a_A)_t$

$\alpha_B \cdot r_B = \alpha_A \cdot r_A$

$\alpha_B \cdot 0,45 = 2 \cdot 0,6$

$\alpha_B = 2,66$ rad/s²

3

Örnek (7)

A kasnağının açısal ivmesi

$\alpha_A = 6 \cdot \theta$ rad/s² [Bir] 5+6m

B 5lipu yerden

6m yükseldiğinde hızı ne olur?

B 5lipu yerden 6m yükseldiğinde A
kasnağı α kadar dönmüş olalım,

A ile C nin çevresel
olduğu yollar eşittir.

$S_A = S_C$

$r \cdot \theta_A = r \cdot \theta_C$

$0,050 \cdot \theta_A = 0,15 \cdot \theta_C$

$\theta_A = 240$ rad

$6S = \theta_D \cdot D$

$6m = \theta_D \cdot 0,075$

$\theta_D = 80$ rad $= \theta_C$

Örnek (8)

A nın açısal ivmesini bulalım.

$\int_0^{240} \alpha \cdot d\theta = \int_0^\omega \omega \cdot d\omega$

$\int_0^{240} 6 \cdot \theta \cdot d\theta = \int_0^\omega \omega \cdot d\omega$

$6 \cdot \frac{\theta^2}{2} \Big|_0^{240} = \frac{\omega^2}{2} \Big|_0^\omega$

$6 \cdot \frac{(240)^2}{2} \cdot 2 = \omega^2$

$\omega = 587,88$ rad/s

A ile C nin çevresel hızları eşittir. Ç1k
D nın açısal hızları aynı olur.

$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_C}{r_C}$

$r_A \cdot \omega_A = r_C \cdot \omega_C$

$0,050 \cdot 587,88 = 0,15 \cdot \omega_C$

$\omega_C = 195,96 = \omega_D$

$\frac{v_B}{r_B} = \frac{v_D}{r_D}$

$\frac{v_B}{r_B} = \frac{v_D}{r_D} = 6 \cdot \omega_D$

$v_B = 0,075 \cdot 195,96$

$v_B = 14,7$ m/s

9

Örnek: Seleleler gibi bir vites kutusunun 90 vites dişli bağlantı gözükmektedir. Kardan gelen mil arka tekerlere plu shaftına dala $573 d/d$ hızla dönüyo ise D devri ne olur?

$r_A = 90$ mm
$r_B = C = 80$ mm
$r_D = 50$ mm
$r_E = 70$ mm
$r_F = 60$ mm

$w = \dfrac{200}{60}$

$w_A = \dfrac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 573}{406}$
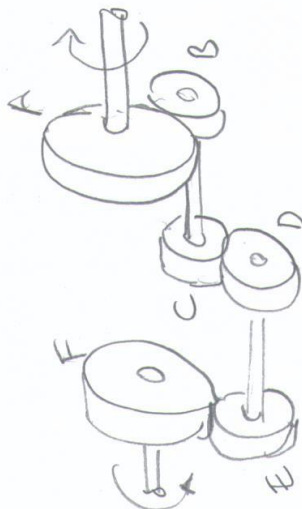
* A ile B nin çevresel hızı eşittir. $V_A = V_B$
$r_A \cdot w_A = r_B \cdot w_B$
$90mm \cdot 60 rad/s = 30 \cdot w_B$
$w_B = 180 \; rad/s = w_C$

* C ile D nin çevresel hızlar eşittir
$V_C = V_D \quad \rightarrow \quad 30 \cdot 180 = 50 \cdot w_D$
$r_C \cdot w_C = r_D \cdot w_D$
$w_D = 108 \; rad/s$

10

D ile E nin açısal hızları aynıdır.

$w_D = w_E = 108 \; rad/s$

E ile F nin çevresel hızları aynıdır.

$V_E = V_F$
$r_E \cdot w_E = r_F \cdot w_F$
$70 \cdot 108 = 60 \cdot w_F$
$w_F = 126 \; rad/s$

$n_F = \dfrac{60 \cdot w_F}{2\pi} = \dfrac{60 \cdot 126}{2 \cdot \pi}$

$n_F = 1203 \; d/d.$

The mechanism for a car window winder is shown in the figure. Here the handle turns the small cog C, which rotates the spur gear S, thereby rotating the fixed-connected lever AB which raises track D in which the window rests. The window is free to slide on the track. If the handle is wound with angular velocity ω_c, determine the speed of points A and E and the speed v_w of the window at the instant θ.

Given:

$$\omega_C = 0.5 \frac{rad}{s} \qquad r_C = 20 \text{ mm}$$

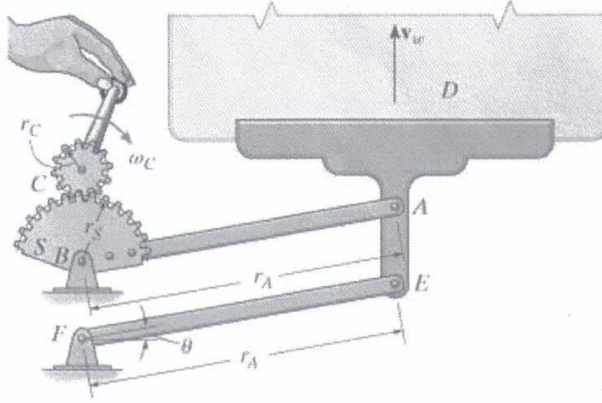$$\theta = 30 \text{ deg} \qquad r_S = 50 \text{ mm}$$

$$r_A = 200 \text{ mm}$$

Solution:

$$v_C = \omega_C r_C$$

$$v_C = 0.01 \frac{m}{s}$$

$$\omega_S = \frac{v_C}{r_S} \qquad \omega_S = 0.20 \frac{rad}{s}$$

$$v_A = v_E = \omega_S r_A$$

$$v_A = \omega_S r_A \qquad v_A = v_E = 40.00 \frac{mm}{s}$$

Points A and E move along circular paths. The vertical component closes the window.

$$v_w = v_A \cos(\theta) \qquad v_w = 34.6 \frac{mm}{s}$$

Örnek
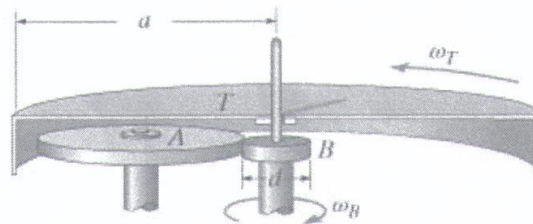
The turntable T is driven by the frictional idler wheel A, which simultaneously bears against the inner rim of the turntable and the motor-shaft spindle B. Determine the required diameter d of the spindle if the motor turns it with angular velocity ω_B and it is required that the turntable rotate with angular velocity ω_T.

Given:

$$\omega_B = 25 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_T = 2 \frac{rad}{s}$$

$$a = 9 \text{ in}$$

Solution:

$$\omega_B \frac{d}{2} = \omega_A \left(\frac{a - \dfrac{d}{2}}{2} \right) \qquad \omega_A = \frac{\omega_B d}{a - \dfrac{d}{2}} \qquad \omega_A \left(\frac{a - \dfrac{d}{2}}{2} \right) = \omega_T a \qquad \frac{\omega_B d}{2} = \omega_T a \qquad d = \frac{2 \omega_T a}{\omega_B}$$

$$d = 1.44 \text{ in}$$

6