

Durum denklemlerini yazınız.

* Durum denklemlerini yazmak için zamanla değişen ifadelerin lablace'sı alınır. Bu devrede C ve L'nin gerilimi zamanla değişir.

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$C \frac{dV_c}{dt} = -i_L + i_1, \quad R_1 i_1 + V_c = V_g$$

$$i_1 = \frac{V_g - V_c}{R_1}$$

$$1-) L \frac{di_L}{dt} = V_c - R_1 i_L$$

$$2-) \frac{dV_c}{dt} = -\frac{1}{CR_1} V_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{CR_1} V_g$$

$$3-) \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} V_c - \frac{R_1}{L} i_L$$

$$s V_c(s) = -\frac{1}{CR_1} V_c(s) - \frac{1}{C} I_L(s) + \frac{1}{CR_1} V_g(s)$$

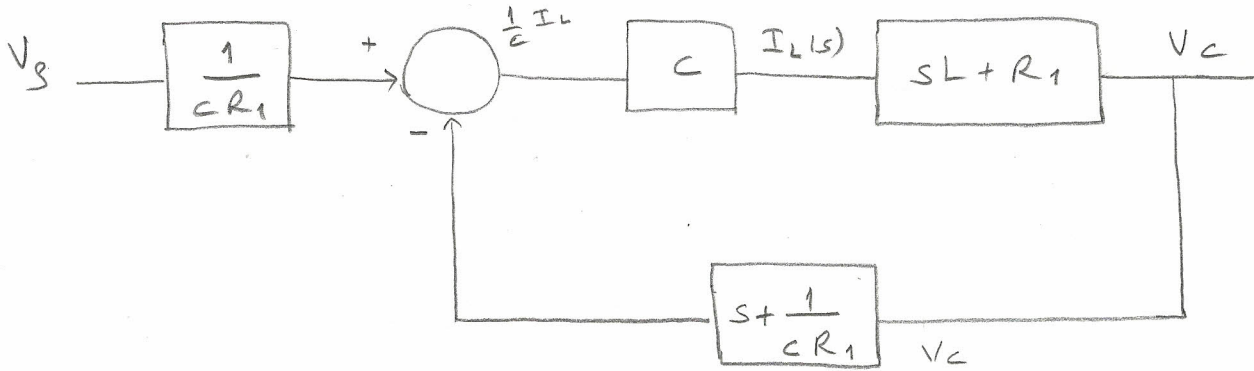
$$s I_L(s) = \frac{1}{L} V_c(s) - \frac{R_1}{L} I_L(s)$$

* Diyagram çizilirken ilk başta girişin olduğu denklemlere bakılır. " $V_g(s)$ "

1 → denkleminde $I_L(s)$ yalnız bırakılırsa;

$$\frac{1}{C} I_L(s) = -V_C \left(s + \frac{1}{CR_1} \right) + \frac{1}{CR_1} V_g(s)$$

2. ve 3. denklemlerden V_g 'nin olduğu denklemden başlamak üzere;



$$\begin{bmatrix} \frac{dV_L}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{CR_1} & \frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & \frac{R_1}{L} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} V_C \\ i_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{CR_1} \\ 0 \end{bmatrix}}_B V_g$$

Frekans Cevabı Yöntemi

Frekansın bir kompleks fonksiyonu olan sinüzoidal transfer fonksiyonu genlik, faz açısı ve frekans ile karakterize edilir. Sinüzoidal transfer fonksiyonu gösteriminde yaygın olarak kullanılan 3 temel yöntem vardır. 3 temel çizim tekniği vardır;

- i-) Logaritmik eğriler veya Bode diyagramları
- ii-) Kutupsal eğriler veya Nyquist eğrileri
- iii-) Log modül - faz açısı veya Nichols diyagramları

Bode Diyagramları

ÖR $G(s) = \frac{1}{s+1}$ olsun. Genlik ve faz grafiğini çizelim.
($G(s) = |G(s)| \angle \phi$ sekline dönüştürelim.)

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1} \rightarrow \text{Genlik için } |G(j\omega)| \text{ bulunur.}$$

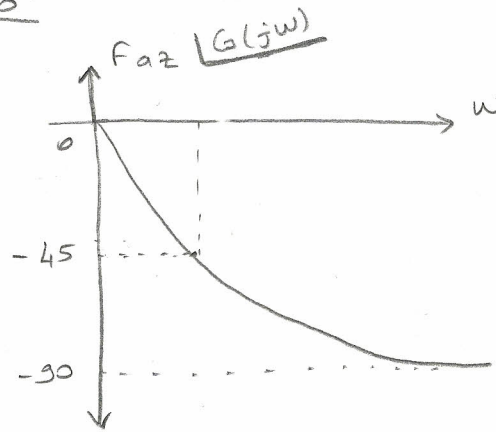
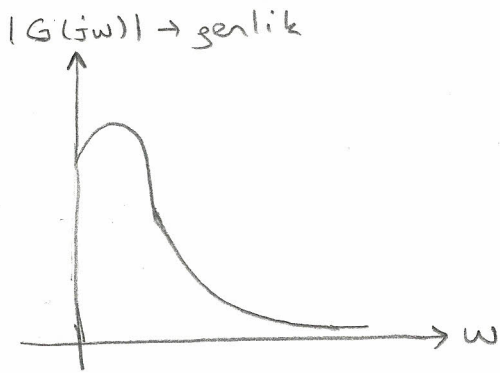
$$\begin{array}{cc} |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 1}} & \angle G(j\omega) = -\tan^{-1}(\omega) \\ \downarrow & \downarrow \\ \text{genlik} & \text{ağırlık} \end{array}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1} = \frac{1}{1 + \omega^2} - j \frac{\omega}{1 + \omega^2} = a - jb$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 1}}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 1}} \angle -\tan^{-1}(\omega)$$

ω	$G(j\omega)$
0	1 $\angle 0^\circ$
0,5	0,834 $\angle -24,6^\circ$
1	0,707 $\angle -45^\circ$
1,5	0,555 $\angle -56,3^\circ$
2	0,447 $\angle -63,4^\circ$
3	0,316 $\angle -71,6^\circ$
5	0,196 $\angle -73,7^\circ$
10	0,1 $\angle -84,3^\circ$
∞	0 $\angle -90^\circ$



Bode diyagramlarında kullanılan kavramlar;

Desibel: Bir logaritmik sayının 20 katıdır.

$$20 \log(x)$$

Dekode: $f_2/f_1 = 10$ ise f_2 f_1 'den 1 dekode fazladır denir. Ya da f_1 'den f_2 'ye giderken 1 dekodelik artış vardır.

Oktav: $\frac{\log(f_2/f_1)}{\log 2} = 3,32 \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ (oktav)

$\frac{f_2}{f_1} = 2$ örneğin 1 Hz - 2 Hz 'e anlık 1 oktavlık fark vardır.
 oran kadar oktavlık fark vardır.

$$G(j\omega) H(j\omega) = \frac{K(1+j\omega T_1) \cdot (1+j\omega T_2)}{(j\omega)^N (1+j\omega T_0) \left[1 + \frac{(2\zeta)}{\omega_n} j\omega + \frac{1}{\omega_n^2} (j\omega)^2 \right]}$$

Genlik :

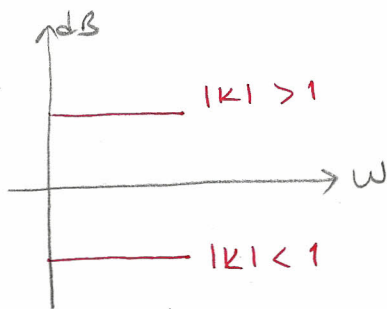
$$|GH(j\omega)| = 20 \log K + 20 \log |1+j\omega T_1| + 20 \log |1+j\omega T_2| - N 20 \log |j\omega| - 20 \log |1+j\omega T_0| - 20 \log \left| 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} j\omega + \frac{1}{\omega_n^2} (j\omega)^2 \right|$$

Açı : Tek tek bileşenlerin açısı yazılır.

$$\angle GH(j\omega) = 0^\circ + \tan^{-1}(\omega T_1) + \tan^{-1}(\omega T_2) - N 90^\circ - \tan^{-1}(\omega T_0) - \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta \omega / \omega_n}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \right)$$

i-) Sabit kazanç

Transfer fonksiyon sabit bir değere sahipse;



ii-) $20 \log |j\omega| = 20 \log \omega \quad [dB]$

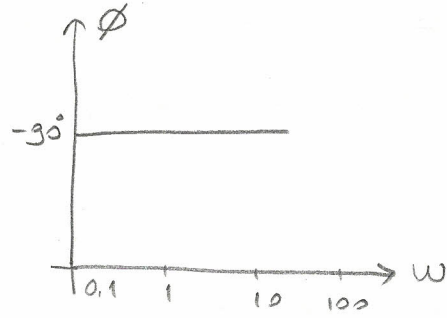
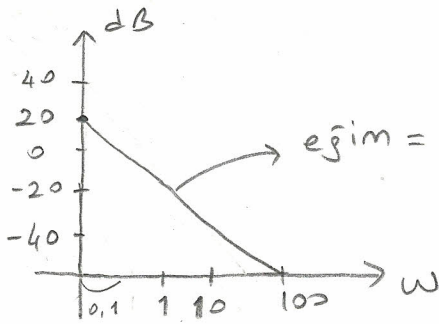
faz açısı sabit ve $\phi = 90^\circ$

$$20 \log \left| \frac{1}{j\omega} \right| = -20 \log \omega \quad [dB] \rightarrow \phi = -90$$

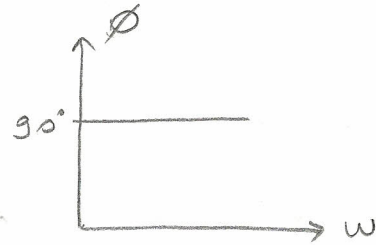
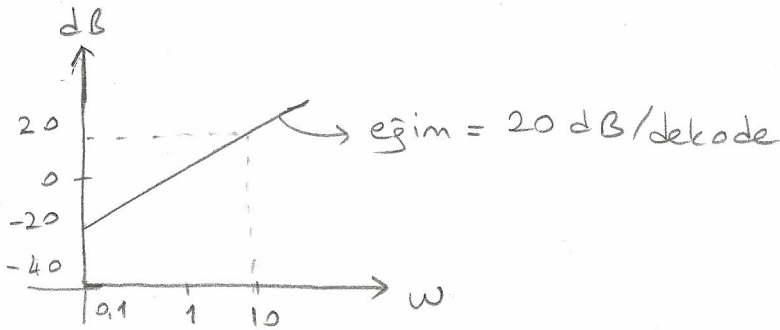
Sabit Transfer Fonksiyonu $(\frac{1}{j\omega})^N$ veya $(j\omega)^N$

$$20 \log |(j\omega)^N| = 20 \log \omega^N = 20N \log \omega \quad (dB)$$

$$20 \log \left| \frac{1}{(j\omega)^N} \right| = -20N \log (\omega) \quad (dB)$$



$(G(j\omega) = \frac{1}{j\omega})$ 'nin bode diyagramları



$(G(j\omega) = j\omega)$ 'nin bode diyagramları

$(1 + j\omega T)^{-1}$ için

$$20 \log \left| \frac{1}{1 + j\omega T} \right| = -20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \quad (dB)$$

* Düşük frekanslar için $\omega \ll \frac{1}{T}$

Genlik ;

$$-20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \cong -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

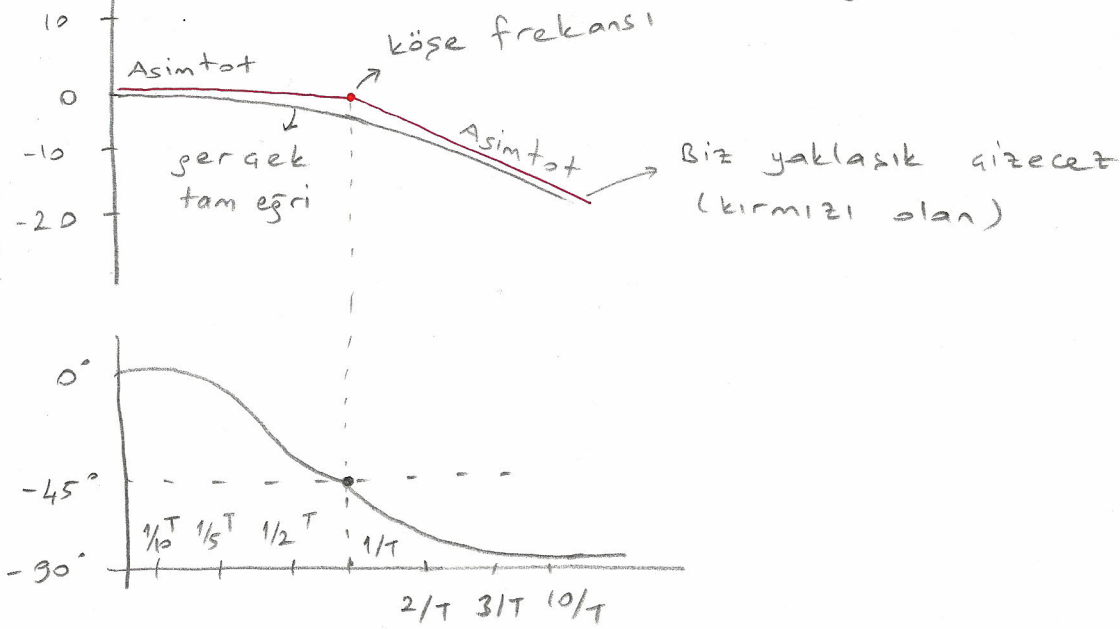
* Yüksek frekanslar için $\omega \gg \frac{1}{T}$

$$-20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \approx -20 \log \omega T \text{ [dB]}$$

↓
ihmal

$$\rightarrow \phi = -\tan^{-1}(\omega T)$$

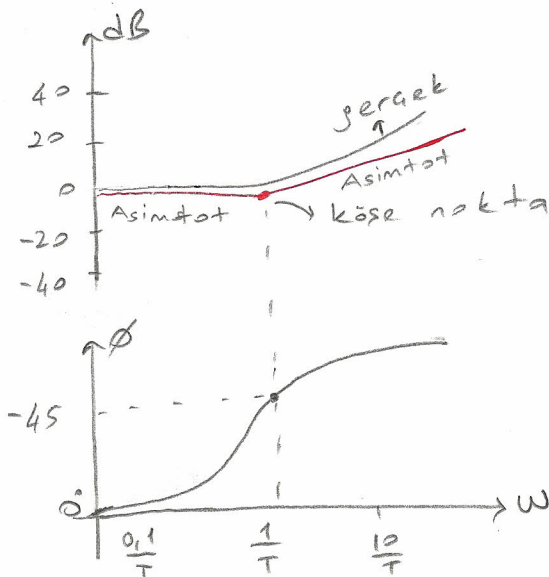
$\frac{1}{1+j\omega T}$ 'nin bode diyagramları



$(1+j\omega T)$ 'nin Bode diyagramı

$$20 \log |1+j\omega T| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

↓
ihmal edilir,



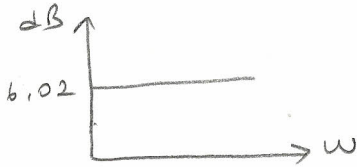
ÖR

$$G(s) = \frac{2(1+0,3s)}{1+0,1s}$$

$$\rightarrow G(j\omega) = \frac{2(1+0,3j\omega)}{1+0,1j\omega}$$

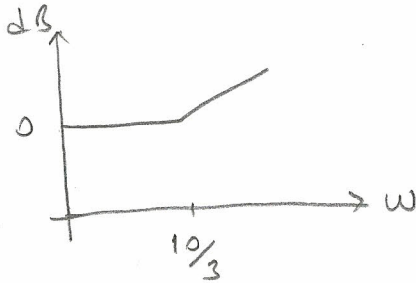
$$\Rightarrow 20 \log |2| + 20 \log \left| 1 + \frac{j\omega}{10/3} \right| - 20 \log \left| 1 + \frac{j\omega}{10} \right|$$

① $20 \log |2| = 6,02 \text{ dB}$



düşük frekans
Asimtot

② $20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10/3}\right)^2}$



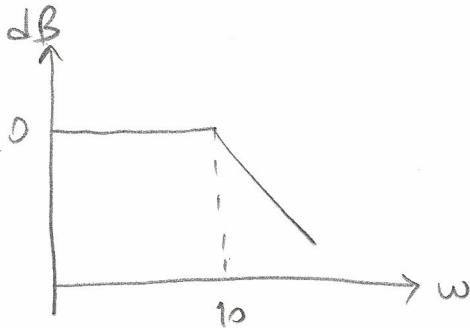
$$\begin{cases} \omega < \frac{10}{3} \Rightarrow 20 \log 1 = 0 \text{ dB} \\ \omega \gg \frac{10}{3} \Rightarrow 20 \log \left(\frac{\omega}{10/3}\right) \text{ dB} \end{cases}$$

yüksek frekans
Asimtot

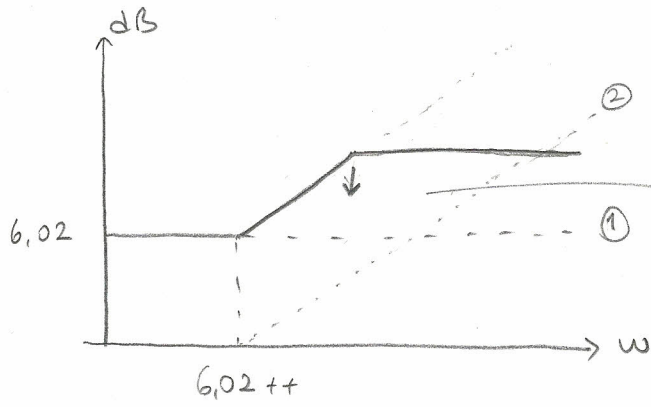
③ $-20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2}$

$\Rightarrow \omega < 10$ ise $-20 \log 1 = 0 \text{ dB}$ (Alçak frekans asimtot)

$\omega \gg 10$ ise $-20 \log \frac{\omega}{10} \text{ dB}$ (Yüksek frekans asimtot)



1., 2. ve 3. grafikleri birleştirelim.



2 ve 3 aynı genliğe sahip olduğundan

$$6.02 + 2 - 3$$

$$2 = 3 \text{ ise}$$

$$= 6.02 +$$

0' dan başlayarak üç grafikte soldan sağa doğru taranır. Değerler toplanarak grafiğe yansıtılır.

ÖP $G(j\omega) = \frac{j\omega + 1}{1 + j\frac{\omega}{10}}$

① $1 + j\frac{\omega}{1} \Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{1}\right)$

② $\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{10}\right)$

