Лабораторaная работа 2

”Приближение функций (интерполяция)”

Глеб Бузин - Б03-907

2021-11-09

Содержание

1 Теория

1.1 Интерполяционный полином в форме Лагранжа

$$W(x) \overset{\text{def}}{=} (x - x_1) \times ... \times (x - x_n), degW = n$$
$$W_j(x) \overset{\text{def}}{=} \frac{W(x)}{x - x_j}$$
$$f(x) \equiv \sum_{j=1}^{n} \frac{y_j W_j(x)}{W_j x_j}$$

1.2 Интерполяционный полином в форме Ньютона

$$P_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0; x_1) + ... + (x - x_0)...(x - x_{n-1})f(x_0; ...; x_n)$$

где $f(x_0; ...; x_n)$ - разделённая разность порядка n:

$$f(x_0; x_1; ...; x_n) = \sum_{j=0}^{n} \frac{f(x_j)}{\prod_{i=0, i\neq j}^{n}(x_j - x_i)}$$

2 Вариант 7

2.1 Постановка задачи

Для функции, заданной таблично, найти значение производной в указанной точке с максимально возможной точностью с помощью интерполяции.

$f''(0.3) = ?$	x	$x_1 = 0$	$x_2 = 0.1$	$x_3 = 0.2$	$x_4 = 0.3$	$x_5 = 0.4$
	$f(x)$	5	2.5	3	-2.5	-0.2

2.2 Полином Лагранжа

$$\begin{aligned}
P(x) = &\frac{6250}{3}(x - 0.1)(x - 0.2)(x - 0.3)(x - 0.4) + \\
&+ \frac{-12500}{3}(x - 0)(x - 0.2)(x - 0.3)(x - 0.4) + \\
&+ \frac{7500}{1}(x - 0)(x - 0.1)(x - 0.3)(x - 0.4) + \\
&+ \frac{12500}{3}(x - 0)(x - 0.1)(x - 0.2)(x - 0.4) + \\
&+ \frac{-250}{3}(x - 0)(x - 0.1)(x - 0.2)(x - 0.3) = \\
&= 9500x^4 - 7200x^3 + 1645x^2 - 127x + 5 \\
P'(x) = &\ 38000x^3 - 21600x^2 + 3290x - 127 \\
P''(x) = &\ 114000x^2 - 43200x + 3290x \\
P''(0.3) = &\ 590
\end{aligned}$$

Полином Ньютона имеет такою же форму. Разделенные разности:

$$
\begin{aligned}
f(x_0; x_1) &= -25 \\
f(x_0; x_1; x_2) &= 150 \\
f(x_0; x_1; x_2; x_3) &= -1500 \\
f(x_0; x_1; x_2; x_3; x_4) &= 9500
\end{aligned}
$$

3 Вывод

Был изучено построение интерполяционного полинома в форме Лагранжа и найдено экстраполированное значение в точке.