5강. 연속형 확률분포

◈ 담당교수: 한국방송통신대 통계·데이터과학과 이긍희

연습문제

※ (1~2) 확률변수 X가 $X \sim N(\mu,\ \sigma^2)$ 일 때 다음 물음에 답하시오.

1. 확률변수 $\frac{X}{\sigma}$는 어떤 분포를 따르는가?

<해설> X에서 표준편차를 나누면 $N(\frac{\mu}{\sigma},1)$이 된다.

2. $P(X < \mu)$의 값은?

<해설> 정규분포는 평균에 대해서 대칭이므로 $P(X < \mu)$=0.5이다.

3. 확률변수 X의 적률생성함수가 다음과 같을 때 확률변수 X의 분포는?

$$M(t) = \exp(t + t^2)$$

<해설> 확률밀도함수와 적률생성함수는 1-1로 대응하며 위의 적률생성함수가 정규분포형태를 따르므로 X는 정규분포 N(1,2) 를 따른다.

$$M(t) = \exp(\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2) \text{ 이므로 } M(t) = \exp(1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2)$$

(4-5) 연속형 확률변수 X의 확률밀도함수가 다음과 같을 때 물음에 답하시오.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

4. 확률변수 X의 적률생성함수는?

<해설> $M(t) = E(e^{tx}) = \int_0^\infty e^{tx} e^{-x} dx = \int_0^\infty e^{(1-t)x} dx = \frac{1}{1-t}$

$$M(t) = \frac{1}{1-t} \ ,\ t < 1$$

5. 다음의 조건부 확률을 구하시오.

$$P(X \geq 5 | X \geq 2)$$

<해설> 지수 분포의 망각성에 따라서$P(X \geq a+b | X \geq a) = P(X \geq b)$ *이므로*

$P(X \geq 5-2) = P(X \geq 3)$