6강. 표본분포 1

◈ 담당교수: 한국방송통신대 통계·데이터과학과 이긍희

연습문제

1. 확률변수 X가 $\mathrm{Exp}(\lambda)$분포를 따를 때 $Y=\lambda X$는 어떤 분포를 따르는가?

<해설> $f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ $\quad y=\lambda x \quad \dfrac{dx}{dy}=\dfrac{1}{\lambda}$

$$f_Y(y)=f_X[u^{-1}(y)]\left|\frac{dx}{dy}\right|$$

$$=\lambda e^{-\lambda\frac{y}{\lambda}}\frac{1}{\lambda}$$

$$=e^{-y}$$

2. X_1, X_2 서로 독립, 각각 $Poisson(\lambda_1)$, $Poisson(\lambda_2)$, X_1+X_2 의 확률분포는?

<해설> X_1+X_2*의 적률생성함수*

$$M(t)=M_{X_1}(t)\cdot M_{X_2}(t)$$

$$=\exp\left[\lambda_1(e^t-1)\right]\exp\left[\lambda_2(e^t-1)\right]$$

$$=\exp\left[(\lambda_1+\lambda_2)(e^t-1)\right]$$

적률생성함수 유일성에 따라 $X_1+X_2\sim Poisson(\lambda_1+\lambda_2)$

3. 확률변수 X_1, X_2가 각각 $B(5,0.5)$, $B(10,0.5)$으로부터의 확률표본 X_1, X_2는 서로 독립) 일 때 X_1+X_2의 확률분포는?

<해설> 이항분포의 가법성에 따라 X_1+X_2*의 확률분포는* $B(5+10,0.5)=B(15,0.5)$

정리하기

❖ 표본분포는 확률표본의 함수인 통계량의 분포이다.

❖ 확률변수의 함수에 대한 확률밀도함수는 변수변환법을 통해 구할 수 있다.

❖ $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$이 $N(\mu,\ \sigma^2)$의 확률표본일 때 표본평균 $\overline{X}$는 $N\left(\mu,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

❖ $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$이 $N(\mu,\ \sigma^2)$의 확률표본일 때 $\overline{X}$와 $S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$은 서로 독립이며, $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$이다.