제4장 이원배치법

4.1 이원배치법 개요

- 2개의 요인 A, B(독립변수)와 반응변수(종속변수)간의 관계를 살펴보기 위한 실험계획이다.
- 독립변수는 불연속적인 값을 갖고, 종속변수는 연속적인 값을 갖는다.
- 반복이 없는 경우와 있는 경우가 있다.
- 반복이 있는 경우에는 두 요인 간 상호작용효과를 검출할 수 있다.

주효과(main effect): 요인 A의 수준 간 차이가 있는가?

상호작용효과(interaction effect): 요인 A의 서로 다른 수준에서 요인 B의 주효과가 다른가?

4.2 실험의 랜덤화

완전확률화 계획법

- 랜덤한 순서대로 두 요인의 수준의 조합조건에서 시험함

4.3 고정모형(A, B 고정요인)

요인의 조합별로 반복이 있는 경우 장점

- 인자 조합의 효과(교호작용, 상호작용)를 실험오차와 분리하여 구할 수 있다.

- 교호작용을 분리하여 검출할 수 있으므로 인자의 효과(주효과)에 대한 검출이 좋아진다.

- 실험오차를 단독으로 구할 수 있다.

반복이 있는 이원배치 모수모형(A, B 두 인자 모두 모수인자인 경우)

- 데이터의 구조 모형 : $x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$
- μ : 전체 모평균
- α_i : 인자 A의 효과로서 $\sum\alpha_i = 0$
- β_j : 인자 B의 효과로서 $\sum\beta_j = 0$
- $(\alpha\beta)_{ij}$: 인자 A, B의 교호작용효과로서

$$\sum_i(\alpha\beta)_{ij} = \sum_j(\alpha\beta)_{ij} = 0, \quad \varepsilon_{ijk} \sim N(0, \ {\sigma^2}_E)$$

검정하고자 하는 가설

(1) 인자 A에 대한 가설

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_a = 0$ (인자 A의 효과 간 차이가 없다)

H_1 : 적어도 하나의 α_i는 0 이 아니다. (인자 A의 효과 간 차이가 있다)

(2) 인자 B에 대한 가설

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$ (인자 B의 효과 간 차이가 없다)

H_1 : 적어도 하나의 β_i는 0 이 아니다. (인자 B의 효과 간 차이가 있다)

(3) 인자 A와 B의 교호작용에 대한 가설

H_0 : 모든 $(\alpha\beta)_{ij} = 0$ (교호작용이 없다)

H_1 : 적어도 $(\alpha\beta)_{ij}$ 중 하나는 0 이 아니다. (교호작용이 존재한다)

반복이 있는 이원배치법의 분산분석표

요 인	제곱합	자유도	평균제곱	F_0
요인 A	SS_A	$a-1$	MS_A	MS_A/MS_E
요인 B	SS_B	$b-1$	MS_B	MS_B/MS_E
상호작용 $A\times B$	$SS_{A\times B}$	$(a-1)(b-1)$	$MS_{A\times B}$	$MS_{A\times B}/MS_E$
E	SS_E	$ab(r-1)$	MS_E	
T	SS_T	$abr-1$		

인자 A에 대한 가설 검정

검정통계량 $F_0 = MS_A/MS_E > F(a-1,\ ab(r-1),\ \alpha)$

➡ 유의수준 α 에서 귀무가설 기각

(인자 A가 반응치에 유의한 영향을 준다)

인자 B에 대한 가설 검정

검정통계량 $F_0 = MS_B/MS_E > F(b-1,\ ab(r-1),\ \alpha)$

➡ 유의수준 α 에서 귀무가설 기각

(인자 B가 반응치에 유의한 영향을 준다)

교호작용 A×B에 대한 가설 검정

검정통계량 $F_0 = MS_{A\times B}/MS_E > F((a-1)(b-1),\ ab(r-1),\ \alpha)$

➡ 유의수준 α 에서 귀무가설 기각

(두 인자 A와 B 사이에 교호작용이 존재한다)

이원배치에서 반복이 없는 경우

모형: $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

총변동의 분해: $SS_T = SS_A + SS_B + SS_E$

반복수가 1인 이원배치법의 분산분석표

요인	제곱합	자유도	평균제곱	F_0
요인 A 요인 B E	SS_A SS_B SS_E	a-1 b-1 (a-1)(b-1)	MS_A MS_B MS_E	MS_A/MS_E MS_B/MS_E
T	SS_T	ab-1		

4.4 혼합모형(A: 고정요인, B: 랜덤요인)

데이터의 구조모형(반복이 없는 경우)

- $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$
- μ : 전체 모평균
- α_i : 인자 A의 효과로서 $\sum\alpha_i = 0$,
- β_j : 인자 B의 효과로서 $N(0,\ \sigma^2{}_B)$ $(\sum\beta_j \neq 0)$
- $\varepsilon_{ij} \sim N(0,\ \sigma^2{}_E)$

우리의 관심사

(1) 인자 B는 블록인자이므로 $\sigma^2{}_B$를 추정한다.

$\widehat{\sigma^2}_B = \frac{MS_B - MS_E}{a}$, a : 인자 A의 수준수

(2) A 인자는 모수인자이므로 각 수준에서 모평균?

데이터의 구조모형(반복이 있는 경우)

- $x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$
- μ : 전체 모평균
- α_i : 인자 A의 효과로서 $\sum\alpha_i = 0$,
- β_j : 인자 B의 효과로서 $N(0,\ \sigma^2{}_B)$을 따름 $(\sum\beta_j \neq 0)$,
- $(\alpha\beta)_{ij}$: 인자 A, B의 교호작용효과로서 서로 독립인 $N(0,\ \sigma^2{}_{A\times B})$ 을 따름
- $\sum_i(\alpha\beta)_{ij} = 0$, $\sum_j(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$

분산분석표

요인	제곱합	자유도	평균제곱	$F-$값
인자 $\boldsymbol{A}$	SS_A	$a-1$	MS_A	$MS_A/MS_{A\times B}$
인자 $\boldsymbol{B}$	SS_B	$b-1$	MS_B	MS_B/MS_E
교호작용 $\boldsymbol{A\times B}$	$SS_{A\times B}$	$(a-1)(b-1)$	$MS_{A\times B}$	$MS_{A\times B}/\mathrm{MS}_E$
잔차 $\boldsymbol{E}$	SS_E	$ab(r-1)$	MS_E	
합 $\boldsymbol{T}$	SS_T	$abr-1$		