

# 선형대수, 생활속의경제

2019학년도 2학기

2학년 3교시

※ 정답 하나만을 골라 반드시 컴퓨터용 사인펜으로 OMR 답안지에 표기할 것.	학과	감독관	(①)
	학번	-	성명

1과목	선형 대수	(1~25)
출제위원 : 방송대 손진곤		
출제범위 : 교재전체 (해당 멀티미디어 강의 포함)		

※ (1~3) 다음 일차연립방정식에 대해 물음에 답하시오.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 5y + 6z = 3 \\ x + 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

1. 주어진 일차연립방정식의 확대행렬  $A$ 를 구하면? (3점)

$$\textcircled{1} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \textcircled{4} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

2. 문제 1에서 구한 행렬  $A$ 에  $R_{1,2}(-2)$ 와  $R_{1,3}(-1)$ 을 순서대로 적용시켜 얻는 행렬  $B$ 는 다음 중 어떤 행렬인가? (3점)

- ① 소거행제형 행렬
- ② 행제형 행렬
- ③ 대각행렬
- ④ 단위행렬

3. 문제 2에서 구한 행렬  $B$ 를 이용하여 주어진 방정식의 해  $(x, y, z)$ 를 구하면? (3점)

- ① (4, -2, 1)
- ② (3, 2, -2)
- ③ (2, 1, -1)
- ④ (1, -3, 2)

4. 다음 행렬의 곱이 성립하도록 실수  $a$ 와  $b$ 를 구하면? (3점)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 21 \end{pmatrix}$$

- ①  $a = 1, b = 2$
- ②  $a = 4, b = 3$
- ③  $a = 7, b = 3$
- ④  $a = 4, b = 9$

※ (5~8) 다음 행렬  $A$ 와  $B$ 에 관련하여 물음에 답하시오.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. 행렬  $A$ 에 대한 설명으로 부적절한 것은? (3점)

- ① 정방행렬이면서 행제형 행렬이다.
- ② 대칭행렬이면서 상삼각행렬이다.
- ③ 대각행렬이면서 하삼각행렬이다.
- ④ 스칼라행렬이면서  $AB = 3B$ 를 만족한다.

6. 행렬  $A$ 의 역행렬을 구하면? (3점)

- ①  $A^{-1} = A$
- ②  $A^{-1} = 3A$
- ③  $A^{-1} = 3I_3$
- ④  $A^{-1} = 3^{-1}I_3$

7. 행렬  $A$ 와  $B$ 의 행렬식을 순서대로 적은 것은? (3점)

- ① 9, 14
- ② 9, 1
- ③ 27, -1
- ④ 27, 1

8. 다음 중 행렬  $B$ 의 역행렬은? (3점)

$$\textcircled{1} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \textcircled{4} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 6 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

9. 다음 행렬  $A$ 가 대칭행렬이 되기 위한 조건은? (3점)

$$A = \begin{pmatrix} x+y & y & 3x \\ x+2 & 1 & -1 \\ y & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- ①  $x = 1, y = 3$
- ②  $x = 3, y = 1$
- ③  $x = 0, y = 2$
- ④  $x = 2, y = 4$

10. 행렬  $A, B, C$ 에 관한 다음 서술 중 옳은 것은? (3점)

- ①  $AB = BA$ 가 항상 성립한다.
- ②  $(A+B)^T = A^T + B^T$ 가 항상 성립한다.
- ③  $A \neq O, B \neq O$ 이면 항상  $AB \neq O$ 이 성립한다.
- ④  $A \neq O, B \neq C$ 이면 항상  $AB \neq AC$ 이 성립한다.

11.  $c$ 가 임의의 실수이고  $A$ 와  $B$ 가  $n$ 차 정칙행렬일 때 다음 중 부적절한 것은? (3점)

- ①  $A^{-1}$ 도 정칙행렬이며  $(A^{-1})^{-1} = A$ 이다.
- ②  $cA$ 도 정칙행렬이며  $(cA)^{-1} = c^{-1}A^{-1}$ 이다. (단,  $c \neq 0$ )
- ③  $AB$ 도 정칙행렬이며  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ 이다.
- ④  $A^T$ 도 정칙행렬이며  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ 이다.

12. 행렬  $A$ 에 대한 설명으로 부적절한 것은? (3점)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ① 정방행렬이면서 상삼각행렬이다.
- ② 정칙행렬이면서 하삼각행렬이다.
- ③ 3차 단위행렬에 기본행연산  $R_{1,3}(5)$ 을 적용한 결과이다.
- ④ 3차 기본행렬  $E_{1,3}(5)$ 이다.

13.  $A$ 가  $n$ 차 정칙행렬이라는 것과 동치가 아닌 것은? (3점)

- ①  $A$ 는  $I_n$ 과 행상등하다.
- ②  $A$ 는 유한개의  $n$ 차 기본행렬들의 곱이다.
- ③ 동차방정식  $AX = O$ 는 영이 아닌 해를 갖는다.
- ④  $n \times 1$  행렬  $B$ 에 대해  $AX = B$ 는 유일한 해를 갖는다.

14.  $n$ 차 정방행렬  $A$ 와  $B$ 의 행렬식을 각각  $|A|=a$ ,  $|B|=b$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (3점)

- ①  $|A^{-1}| = a$  (단,  $A$ 는 정칙행렬)
- ②  $|cA| = ca$  (단,  $c$ 는 0이 아닌 상수)
- ③  $|A+B| = a+b$
- ④  $|AB| = ab$

15. 크래머 공식을 이용하여 아래 일차연립방정식을 풀고자 한다. 방정식의 오른쪽은 미지수  $y$ 를 구하기 위한 식이다. 미지수  $y$ 의 값을 구하고자 할 때 다음 중 옳은 것은? (3점)

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z = 8 \\ x + y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}}{j}$$

①  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

③  $\begin{pmatrix} g \\ h \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$       ④  $j = 2$

※ (16~19)  $R^3$  벡터공간에서 벡터  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (1, 1, 0)$ ,  $C = (1, 1, 1)$ ,  $P = (3, 1, 2)$ 라고 할 때 다음 물음에 답하시오.

16. 두 점  $A$ 와  $P$ 를 지나는 직선의 방정식은? (3점)

①  $\frac{x-3}{2} = y-1 = z-2$

②  $\frac{x-1}{3} = y = \frac{z}{2}$

③  $\frac{x-2}{3} = y-1 = 2z$

④  $\frac{x-1}{2} = y = \frac{z}{2}$

17. 다음 중 틀린 것은? (3점)

- ①  $|A| = 1$
- ②  $A \cdot B = 2$
- ③  $A \times C = (0, -1, 1)$
- ④  $|P| = \sqrt{14}$

18. 다음 중  $A$ 와 서로 수직인 벡터는? (3점)

- ①  $B$
- ②  $C$
- ③  $A+B$
- ④  $A \times C$

19.  $P$ 를  $A, B, C$ 의 일차결합으로 나타낸 것은? (3점)

- ①  $P = A+2B-C$
- ②  $P = 2A+B+C$
- ③  $P = 2A-B+2C$
- ④  $P = A-2B+C$

※ (20~21) 다음 주어진 선형변환  $T$ 에 대하여 물음에 답하시오.

$$T : R^3 \rightarrow R^2, \quad T(x, y, z) = (x+2y, z)$$

20.  $R^3$  와  $R^2$  의 표준기저를 이용한  $T$ 의 행렬은? (3점)

①  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

③  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       ④  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

21.  $Ker(T)$ 를 구하면? (2점)

- ①  $\{(k, 2k, k) | k \in R\}$
- ②  $\{(k, -2k, k) | k \in R\}$
- ③  $\{(2k, -k, 0) | k \in R\}$
- ④  $\{(2k, -2k, 0) | k \in R\}$

22.  $R^2$  공간에서 기저  $\tilde{A} = \{(1, 0), (1, 1)\}$ 에 대한 벡터  $(3, 2)$ 의 좌표를 구한 것으로 옳은 것은? (2점)

- ①  $(3, 2) = (3, 2)_{\tilde{A}}$
- ②  $(3, 2) = (1, 2)_{\tilde{A}}$
- ③  $(3, 2) = (2, 1)_{\tilde{A}}$
- ④  $(3, 2) = (3, 0)_{\tilde{A}}$

23. 다음 행렬  $M$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? (2점)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- ①  $M$ 의 고유값은 1과 3이다.
- ②  $M$ 의 고유값은 0과 2이다.
- ③  $(1 \ 3)^T$ 는  $M$ 의 고유벡터이다.
- ④  $(0 \ 2)^T$ 는  $M$ 의 고유벡터이다.

24. 다음 서술 중 부적절한 것은? (2점)

- ①  $M^{-1} = M^T$ 인 행렬을 직교행렬이라고 한다.
- ② 직교행렬  $M$ 의 행벡터들은 단위직교집합을 이룬다.
- ③ 단위직교집합이란 길이가 1이면서 서로 직교인 벡터들의 집합이다.
- ④ 직교화 과정이란 주어진 벡터  $A$ 를  $A$ 의 길이로 나누어 방향은 변함없고 길이만 1이 되도록 하는 과정이다.

25. 내적공간  $\{R^2, \cdot\}$ 의 두 벡터를  $A_1 = (1, 0)$ ,  $A_2 = (1, 2)$ 이라 할 때 기저  $\tilde{A} = \{A_1, A_2\}$ 를 그램-슈미트(Gram-Schmidt)의 직교화 과정을 이용하면 직교기저  $\tilde{B} = \{B_1, B_2\}$ 로 바꿀 수 있다. 이때  $B_1, B_2$ 를 차례로 나열한 것은? (2점)

- ①  $B_1 = (1, 0)$ ,  $B_2 = (1, 2)$
- ②  $B_1 = (1, 0)$ ,  $B_2 = (0, 2)$
- ③  $B_1 = (1, 2)$ ,  $B_2 = (1, 0)$
- ④  $B_1 = (1, 2)$ ,  $B_2 = (0, 1)$