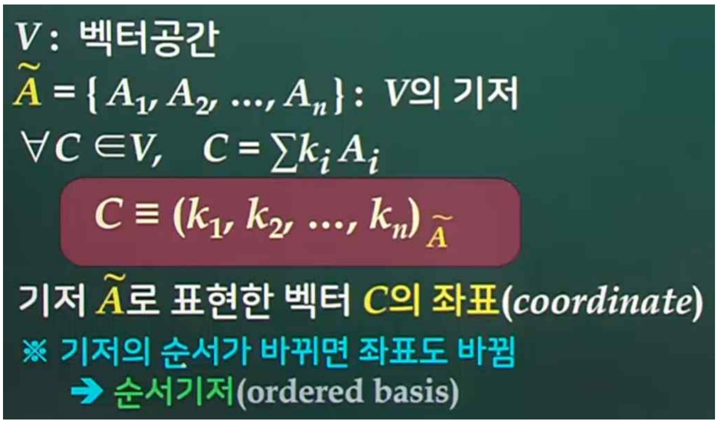
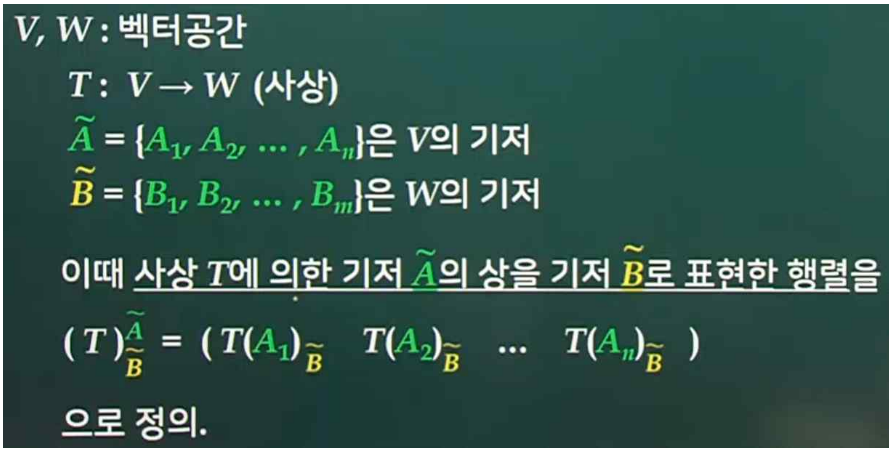
# 제11장 선형변환과 행렬

## 11.1 좌표계

[정의 11.1] 일반벡터의 좌표




[정의 11.2] 사상의 행렬

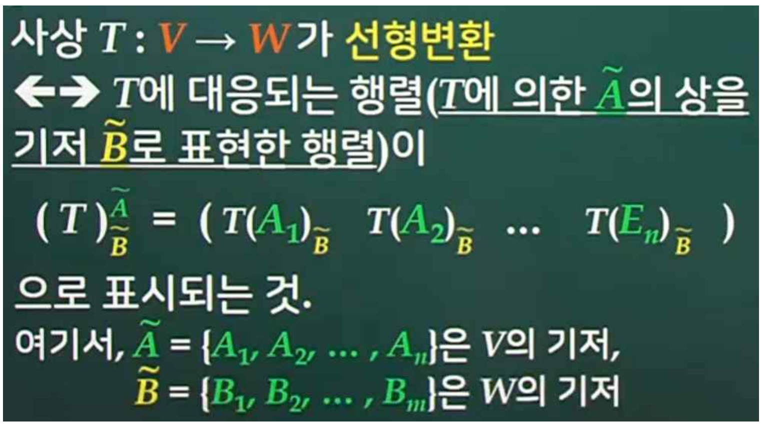



[복습]

사상 T: $R^m \to R^n$ 가 선형변환

⇦⇨ T에 대응되는 행렬 M이 M = ( $T(E_1)$ $T(E_2)$ ⋯ $T(E_m)$ )

[정리 11.1]



[정리 11.2]

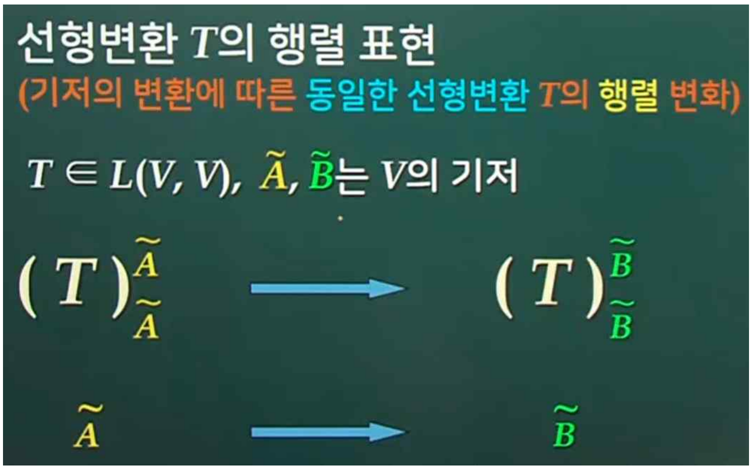
dim V = n, dim W = m

⇨ $L(V, W) \approx M_{mn}(R)$

→ (의미) 선형변환의 벡터공간과 행렬의 벡터공간은 동형공간

→ 선형변환 $T \in L(V, W)$의 성질을 알아 보는 것은,
행렬 $M \in M_{mn}(R)$의 성질을 알아보는 것과 같음

11.2 선형변환의 행렬표현

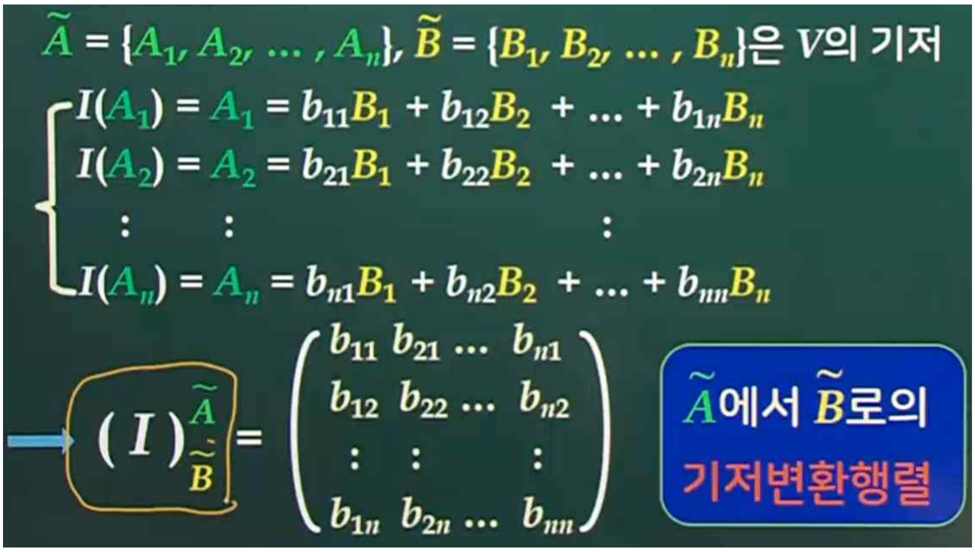



[정의] 항등변환 (identify transformation) I

$I \in L(V, V)$,

$\forall A \in V$, $I(A)=A$

[정의 11.3] 기저변환행렬 [ $I \in L(V, V)$의 행렬 ]



▪ 기저의 변환에 따른 $T$의 행렬 변화

$\tilde{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$, $\tilde{B} = \{A_2, A_1 - A_2, A_2 + A_3\}$은 $V$의 기저, $T, I \in L(V, V)$

$T(A_1) = A_1 + A_3$, $T(A_2) = A_1 - A_3$, $T(A_3) = A_1 + A_2 - A_3$

(1) 예제 11.5

$$(T)_{\tilde{A}}^{\tilde{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) 예제 11.6

$$(T)_{\tilde{B}}^{\tilde{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

(3) 예제 11.8

$$(I)_{\tilde{B}}^{\tilde{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(4) 예제 11.9

$$(I)_{\tilde{A}}^{\tilde{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(T)_{\tilde{B}}^{\tilde{B}} = (I)_{\tilde{B}}^{\tilde{A}} \; (T)_{\tilde{A}}^{\tilde{A}} \; (I)_{\tilde{A}}^{\tilde{B}}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[정리 11.3]

$I, T \in L(V, V)$ ($I$는 항등변환)

$\tilde{A}, \tilde{B}$ : $V$의 기저

$$(T)_{\tilde{B}}^{\tilde{B}} = (I)_{\tilde{B}}^{\tilde{A}} \; (T)_{\tilde{A}}^{\tilde{A}} \; (I)_{\tilde{A}}^{\tilde{B}}$$

[따름정리]

$\tilde{A}$에서 $\tilde{B}$로의 기저변환행렬은

$\tilde{B}$에서 $\tilde{A}$로의 기저변환행렬의 역행렬

[증명] 정리 11.3에서 $T$를 $I$로 택하면

$$(I)_{\tilde{B}}^{\tilde{B}} = (I)_{\tilde{B}}^{\tilde{A}} \; (I)_{\tilde{A}}^{\tilde{A}} \; (I)_{\tilde{A}}^{\tilde{B}}$$