

선형대수, 생활속의경제

2019학년도 2 학기

2 학년 3 교시

※ 정답 하나만을 골라 반드시 컴퓨터용 사인펜으로 OMR 답안지에 표기할 것.	학 과		감독관	인
	학 번	-	성 명	

1과목	선 형 대 수	(1~25)
출제위원 : 방송대 손진곤		
출제범위 : 교재전체 (해당 멀티미디어 강의 포함)		

※ (1~3) 다음 일차연립방정식에 대해 물음에 답하시오.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 5y + 6z = 3 \\ x + 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

1. 주어진 일차연립방정식의 확대행렬 A 를 구하면? (3점)

- ① $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ② $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
- ③ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ④ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

2. 문제 1에서 구한 행렬 A 에 $R_{1,2}(-2)$ 와 $R_{1,3}(-1)$ 을 순서대로 적용시켜 얻는 행렬 B 는 다음 중 어떤 행렬인가? (3점)

- ① 소거행제형 행렬
② 행제형 행렬
③ 대각행렬
④ 단위행렬

3. 문제 2에서 구한 행렬 B 를 이용하여 주어진 방정식의 해 (x, y, z) 를 구하면? (3점)

- ① $(4, -2, 1)$
② $(3, 2, -2)$
③ $(2, 1, -1)$
④ $(1, -3, 2)$

4. 다음 행렬의 곱이 성립하도록 실수 a 와 b 를 구하면? (3점)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 21 \end{pmatrix}$$

- ① $a = 1, b = 2$
② $a = 4, b = 3$
③ $a = 7, b = 3$
④ $a = 4, b = 9$

※ (5~8) 다음 행렬 A 와 B 에 관련하여 물음에 답하시오.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. 행렬 A 에 대한 설명으로 부적절한 것은? (3점)

- ① 정방행렬이면서 행제형행렬이다.
② 대칭행렬이면서 상삼각행렬이다.
③ 대각행렬이면서 하삼각행렬이다.
④ 스칼라행렬이면서 $AB = 3B$ 를 만족한다.

6. 행렬 A 의 역행렬을 구하면? (3점)

- ① $A^{-1} = A$ ② $A^{-1} = 3A$
③ $A^{-1} = 3I_3$ ④ $A^{-1} = 3^{-1}I_3$

7. 행렬 A 와 B 의 행렬식을 순서대로 적은 것은? (3점)

- ① 9, 14 ② 9, 1
③ 27, -1 ④ 27, 1

8. 다음 중 행렬 B 의 역행렬은? (3점)

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 6 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

9. 다음 행렬 A 가 대칭행렬이 되기 위한 조건은? (3점)

$$A = \begin{pmatrix} x+y & y & 3x \\ x+2 & 1 & -1 \\ y & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- ① $x = 1, y = 3$
② $x = 3, y = 1$
③ $x = 0, y = 2$
④ $x = 2, y = 4$

10. 행렬 A, B, C 에 관한 다음 서술 중 옳은 것은? (3점)

- ① $AB = BA$ 가 항상 성립한다.
② $(A+B)^T = A^T + B^T$ 가 항상 성립한다.
③ $A \neq O, B \neq O$ 이면 항상 $AB \neq O$ 이 성립한다.
④ $A \neq O, B \neq C$ 이면 항상 $AB \neq AC$ 이 성립한다.

11. c 가 임의의 실수이고 A 와 B 가 n 차 정칙행렬일 때 다음 중 부적절한 것은? (3점)

- ① A^{-1} 도 정칙행렬이며 $(A^{-1})^{-1} = A$ 이다.
② cA 도 정칙행렬이며 $(cA)^{-1} = c^{-1}A^{-1}$ 이다. (단, $c \neq 0$)
③ AB 도 정칙행렬이며 $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ 이다.
④ A^T 도 정칙행렬이며 $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ 이다.

12. 행렬 A 에 대한 설명으로 부적절한 것은? (3점)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ① 정방행렬이면서 상삼각행렬이다.
② 정칙행렬이면서 하삼각행렬이다.
③ 3차 단위행렬에 기본행연산 $R_{1,3}(5)$ 을 적용한 결과이다.
④ 3차 기본행렬 $E_{1,3}(5)$ 이다.

13. A 가 n 차 정칙행렬이라는 것과 동치가 아닌 것은? (3점)

- ① A 는 I_n 과 행상등하다.
② A 는 유한개의 n 차 기본행렬들의 곱이다.
③ 동차방정식 $AX = O$ 는 영이 아닌 해를 갖는다.
④ $n \times 1$ 행렬 B 에 대해 $AX = B$ 는 유일한 해를 갖는다.

14. n 차 정방행렬 A 와 B 의 행렬식을 각각 $|A|=a, |B|=b$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (3점)
- ① $|A^{-1}|=a$ (단, A 는 정칙행렬)
 - ② $|cA|=ca$ (단, c 는 0이 아닌 상수)
 - ③ $|A+B|=a+b$
 - ④ $|AB|=ab$

15. 크래머 공식을 이용하여 아래 일차연립방정식을 풀고자 한다. 방정식의 오른쪽은 미지수 y 를 구하기 위한 식이다. 미지수 y 의 값을 구하고자 할 때 다음 중 옳은 것은? (3점)

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z = 8 \\ x + y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}}{j}$$

- ① $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} g \\ h \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- ④ $j = 2$

※ (16~19) R^3 벡터공간에서 벡터 $A=(1,0,0), B=(1,1,0), C=(1,1,1), P=(3,1,2)$ 라고 할 때 다음 물음에 답하시오.

16. 두 점 A 와 P 를 지나는 직선의 방정식은? (3점)
- ① $\frac{x-3}{2} = y-1 = z-2$
 - ② $\frac{x-1}{3} = y = \frac{z}{2}$
 - ③ $\frac{x-2}{3} = y-1 = 2z$
 - ④ $\frac{x-1}{2} = y = \frac{z}{2}$

17. 다음 중 틀린 것은? (3점)
- ① $|A|=1$
 - ② $A \cdot B=2$
 - ③ $A \times C=(0,-1,1)$
 - ④ $|P|=\sqrt{14}$

18. 다음 중 A 와 서로 수직인 벡터는? (3점)
- ① B
 - ② C
 - ③ $A+B$
 - ④ $A \times C$

19. P 를 A, B, C 의 일차결합으로 나타낸 것은? (3점)
- ① $P=A+2B-C$
 - ② $P=2A+B+C$
 - ③ $P=2A-B+2C$
 - ④ $P=A-2B+C$

※ (20~21) 다음 주어진 선형변환 T 에 대하여 물음에 답하시오.

$$T: R^3 \rightarrow R^2, \quad T(x, y, z) = (x+2y, z)$$

20. R^3 와 R^2 의 표준기저를 이용한 T 의 행렬은? (3점)
- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - ② $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - ③ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - ④ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
21. $\text{Ker}(T)$ 를 구하면? (2점)
- ① $\{(k, 2k, k) \mid k \in R\}$
 - ② $\{(k, -2k, k) \mid k \in R\}$
 - ③ $\{(2k, -k, 0) \mid k \in R\}$
 - ④ $\{(2k, -2k, 0) \mid k \in R\}$

22. R^2 공간에서 기저 $\tilde{A}=\{(1,0), (1,1)\}$ 에 대한 벡터 $(3,2)$ 의 좌표를 구한 것으로 옳은 것은? (2점)
- ① $(3,2)=(3,2)_{\tilde{A}}$
 - ② $(3,2)=(1,2)_{\tilde{A}}$
 - ③ $(3,2)=(2,1)_{\tilde{A}}$
 - ④ $(3,2)=(3,0)_{\tilde{A}}$

23. 다음 행렬 M 에 대한 설명으로 옳은 것은? (2점)
- $$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$
- ① M 의 고유값은 1과 3이다.
 - ② M 의 고유값은 0과 2이다.
 - ③ $(1 \ 3)^T$ 는 M 의 고유벡터이다.
 - ④ $(0 \ 2)^T$ 는 M 의 고유벡터이다.

24. 다음 서술 중 부적절한 것은? (2점)
- ① $M^{-1}=M^T$ 인 행렬을 직교행렬이라고 한다.
 - ② 직교행렬 M 의 행벡터들은 단위직교집합을 이룬다.
 - ③ 단위직교집합이란 길이가 1이면서 서로 직교인 벡터들의 집합이다.
 - ④ 직교화 과정이란 주어진 벡터 A 를 A 의 길이로 나누어 방향은 변함없고 길이만 1이 되도록 하는 과정이다.

25. 내적공간 $\{R^2, \cdot\}$ 의 두 벡터를 $A_1=(1,0), A_2=(1,2)$ 이라 할 때 기저 $\tilde{A}=\{A_1, A_2\}$ 를 그램-슈미트(Gram-Schmidt)의 직교화 과정을 이용하면 직교기저 $\tilde{B}=\{B_1, B_2\}$ 로 바꿀 수 있다. 이때 B_1, B_2 를 차례로 나열한 것은? (2점)
- ① $B_1=(1,0), B_2=(1,2)$
 - ② $B_1=(1,0), B_2=(0,2)$
 - ③ $B_1=(1,2), B_2=(1,0)$
 - ④ $B_1=(1,2), B_2=(0,1)$