제8장 벡터공간

8.1 벡터와 벡터공간

[정의 8.1] 체 (field)

집합 F의 원소를 k, l, m으로 표시할 때,
집합 F가 두 연산 덧셈과 곱셈에 대해서 닫혀있고
다음의 성질들을 만족할 때,

(1) $k+l = l+k$
(2) $k+(l+m) = (k+l)+m$
(3) $\forall k\in F,\ \exists 0\in F$ such that $k+0=k$
(4) $\forall k\in F,\ \exists -k\in F$ such that $k+(-k)=0$
(5) $k\cdot l = l\cdot k$
(6) $k\cdot(l\cdot m) = (k\cdot l)\cdot m$
(7) $\forall k\in F,\ \exists 1\in F$ such that $k\cdot 1=k$
(8) $\forall k(\neq 0)\in F,\ \exists k^{-1}\in F$ such that $k\cdot k^{-1}=1$
(9) $k\cdot(l+m) = (k\cdot l)+(k\cdot m)$

이 집합 F를 체(field)라고 한다.
체의 원소는 스칼라(scalar)라고 부른다.

[정의 8.2] 벡터공간 (Vector Space)

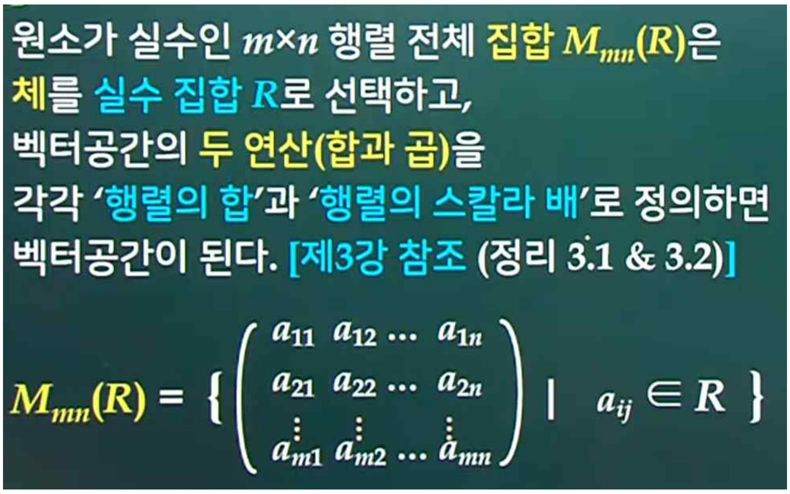
집합 V의 원소를 A, B, C, … 로 표시하고,
체 F의 원소를 k, l로 표시할 때,
두 가지 연산(덧셈과 곱셈)에 대하여

(1) V는 덧셈(+)에 관하여 닫혀있고 다음을 만족하고,
 (가) $A+B=B+A$
 (나) $A+(B+C) = (A+B)+C$
 (다) $\forall A\in V,\ \exists 0\in V$ such that $A+O=A$
 (라) $\forall A\in V,\ \exists -A\in V$ such that $A+(-A)=O$
(2) V는 곱셈($\cdot$)에 관하여 닫혀있고 다음을 만족할 때,
 (가) $(kl)\cdot A=k\cdot(l\cdot A)$
 (나) $k\cdot(A+B) = k\cdot A+k\cdot B$
 (다) $(k+l)\cdot A=k\cdot A+l\cdot A$
 (라) $1\cdot A=A$

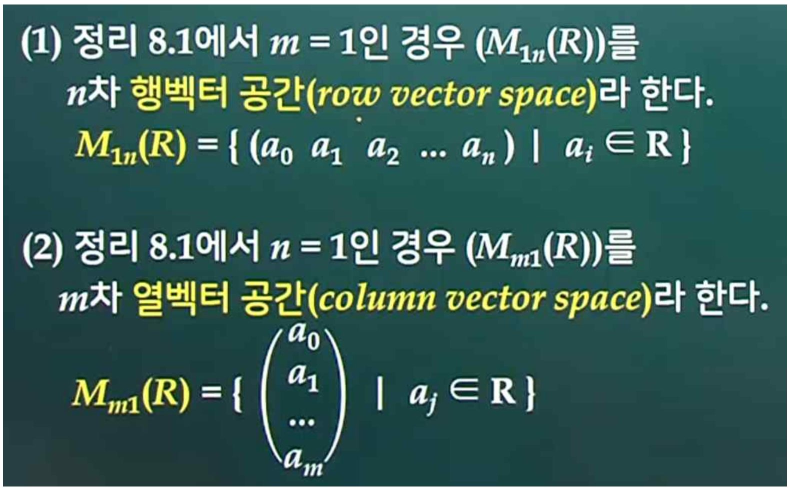
V를 체 F위에 정의된 벡터공간이라고 한다.
V의 원소를 벡터(vector)라고 한다.

※ 벡터공간 V의 표기: $<V, +, \cdot, F>$ 또는 $<V, +, \cdot>$ over F

[정리 8.1] 행렬집합 $M_{mn}(R)$



[정의 8.3] 행벡터공간 및 열벡터공간



8.2 부분공간

[정의 8.4] 부분공간 (Subspace)