

1. orthogonal 직교.

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

행렬 A 의 고유값을 구하려면 $\det(\lambda I - A) = |\lambda I - A| = 0$ 을 만족하는 λ 값을 구하면 된다.

$$|\lambda I - A| = (\lambda - 2)(\lambda - 3) - 0 \times 0 = (\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0.$$

$$\therefore \lambda = 2 \text{ or } \lambda = 3$$

\Rightarrow 이는 A 의 대각원소와 일치한다.

3. $X(X'X)^{-1}X'$ 가 멱등(idempotent) 행렬임을 보이려면

$X(X'X)^{-1}X'$ 의 제곱이 $X(X'X)^{-1}X'$ 임을 보여야 한다.

$$\begin{aligned} & X(X'X)^{-1}X' \cdot X(X'X)^{-1}X' \\ &= X(X'X)^{-1}(X'X)(X'X)^{-1}X' \end{aligned}$$

여기서 역행렬의 정의에 따라 $(X'X)(X'X)^{-1} = I$ 이므로

$$\begin{aligned} &= X(X'X)^{-1} \cdot I \cdot X' \\ &= X(X'X)^{-1} \cdot X' \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$\therefore X(X'X)^{-1}X'$ 은 idempotent 행렬이다.