3강. 확률분포 2

◈ 담당교수: 한국방송통신대 통계·데이터과학과 이긍희

연습문제

(1 ~ 2) 두 확률변수 X, Y의 결합분포가 다음과 같을 때 물음에 답하시오.

Y \ X	-1	1	행의 합
-1	0.3	0.2	0.5
1	0.2	0.3	0.5
열의 합	0.5	0.5	1

1. $P(X=-1|Y=1)$ 를 구하라.

<해설> P(Y=1)=0.5, P(X=-1, Y=1)=0.2. 따라서 $P(X=-1|Y=1)$ *=0.2/0.5=0.4*

2. $E(X|Y=1)$를 구하라.

<해설> $E(X|Y=1)=\frac{0.2}{0.5}\cdot(-1)+\frac{0.3}{0.5}\cdot 1=0.2$

3. $Cov(X,Y)$를 구하라.

<해설> $E(X)=-1\times 0.5+1\times 0.5=0,\ E(Y)=-1\times 0.5+1\times 0.5=0$

$$\begin{aligned}Cov(X,Y)&=E(XY)-E(X)E(Y)\\&=(-1)\times(-1)\times 0.3+(-1)\times 1\times 0.2\\&\quad+1\times(-1)\times 0.2+1\times 1\times 0.3-0\times 0\\&=0.2\end{aligned}$$

4-5. 두 확률변수 X, Y에 대해서 다음이 성립할 때 다음 물음에 답하시오.

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}c\dfrac{y}{x^2}, & 0<y<x,\ 0<x<1\\ 0, & \text{그밖에}\end{cases}$$

4. 상수 c의 값은?

<해설> $1=\int_{-\infty}^{\infty} f_{Y|X}(y|x)dy=\frac{1}{2}c$ => c=2

5. $E(Y|X=x)$는?

<해설> $E(Y|X=x)=\int_{-\infty}^{\infty} y f_{Y|X}(y|x)dy=\frac{2}{3}x, \quad (0<x<1)$

	정리하기

❖ 두 개의 확률변수가 동시에 취할 수 있는 값들의 결합확률분포는 다음과 같이 표현한다.

- 결합 확률질량함수 : $f(x_i,y_j)=P(X=x_i, Y=y_j)$
- 결합확률밀도함수 : $F(x,y)=\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{x} f(s,t)dsdt$

$$f(x,y)=\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}F(x,y)$$

❖ 공분산과 상관계수로 주 확률변수의 선형관계를 파악할 수 있다.

$Cov(X,Y)=E[(X-E(X))(Y-E(Y))]$

$Corr(X,Y)=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$

❖ $X=x$의 조건 하에서 Y의 조건부 확률밀도(질량)함수는 다음과 같이 정의된다.

$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$

❖ 다음을 만족할 때 두 확률변수의 독립이다.

$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$