

9. 점추정 1

◆ 담당교수: 한국방송통신대 통계·데이터과학과 이궁희

연습문제

1. X_1, X_2, \dots, X_n 이 다음과 같은 확률밀도함수로부터의 확률표본일 때 θ 의 최대가능도 추정량을 구하시오.

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{그밖에서} \end{cases}$$

<해설> 가능도 함수는 다음과 같다.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) = \theta^n \prod_{i=1}^n X_i^{\theta-1}$$

로그가능도 함수는 다음과 같다.

$$\ln L(\theta) = n \ln \theta + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\frac{d}{d\theta} \ln L(\theta) = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0$$

$$\hat{\theta} = - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$$

따라서 로그가능도 함수를 이용하여 모수 θ 에 대한 최대가능도추정량 $\hat{\theta}^{MLE}$ 를 구하면

$$\hat{\theta} = - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i} \text{이다.}$$

2. $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ 의 확률표본일 때 σ^2 에 대한 적률추정량은?

$$\langle \text{풀이} \rangle \hat{\sigma}^2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$