

제14장 그래프 I

1. 개념 및 용어

○ 그래프

- 관계를 그래프로 추상화하여 다룰 수 있음

→ 전기회로의 분석, 최단 거리 탐색, 프로젝트 계획, 스케줄링, 운송, 컴퓨터 네트워크 등

○ 그래프의 정의

- 그래프 G 는 하나 이상의 정점(혹은 노드)을 포함하는 집합 V 와 두 정점의 쌍으로 구성되는 간선을 포함하는 집합 E 의 순서쌍으로 정의함

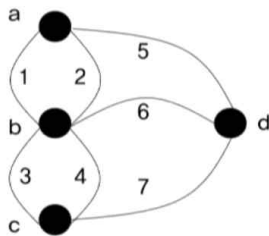
- 그래프 $G = (V, E)$

○ 그래프의 정의 - 정점과 간선

◆ $V = \{a, b, c, d\}$

◆ $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

◆ $G = (V, E) = (\{a, b, c, d\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\})$



○ 그래프의 용어 정의

- 간선은 두 정점을 연결하는 선
- 그래프는 연결(간선)에 방향성이 없는 무방향 그래프와 방향성을 갖는 방향 그래프가 있음

· 무방향 그래프의 간선은 실선으로 나타내고 방향 그래프의 간선은 화살표로 나타냄

- 간선은 두 정점 쌍으로 나타냄

· 무방향 그래프의 간선: $\{v_1, v_2\}$

· 방향 그래프의 간선: (v_1, v_2)

○ 다중 그래프: 두 정점을 잇는 간선이 여러 개인 그래프

○ 가중 그래프: 간선이 가중치를 갖는 그래프

○ (다중 그래프가 아닌 경우) 그래프의 성질

- n 개의 정점을 갖는 무방향 그래프에서 $v_i \neq v_j$ 인 서로 다른 무순서쌍 $\{v_i, v_j\}$ 의 최대 개수

$${}_nC_2 = n(n-1) / 2$$

- n 개의 정점을 갖는 방향 그래프에서 $v_i \neq v_j$ 인 서로 다른 무순서쌍 $\{v_i, v_j\}$ 의 최대 개수

$${}_nP_2 = n(n-1)$$

○ 그래프 이론에서 사용하는 용어

- 완전그래프(Complete graph): 모든 정점들이 간선으로 서로 연결된 그래프
- 두 정점 v_i 와 v_j 가 서로 인접한다: 무방향 그래프 간선 $e \in E$ 가 $\{v_i, v_j\}$ 으로 표현될 때, 즉, 두 정점 v_i 와 v_j 를 연결하는 간선이 존재하는 경우를 말함
- 독립 정점: 다른 어떤 정점과도 인접하지 않은 정점
- 널(null) 그래프: 독립 정점만으로 구성된 그래프이며, 간선의 집합 E 는 공집합임
→ 정점만 있고, 간선은 존재하지 않는 그래프
- 경로(path): 임의의 두 정점을 연결하는 어떤 간선의 끝 정점(해당 간선의 머리)이 이어진 간선의 시작 정점(해당 간선의 꼬리)이 되는 간선의 열
- 경로의 길이: 경로에 있는 간선의 수
- 단순 경로: 경로 상에 있는 모든 정점이 서로 다른 경로
- 기본 경로: 경로 상에 있는 모든 간선이 서로 다른 경로
- 정점의 차수: 정점에 연결된 간선들의 개수
 - (방향 그래프에서) 진입 차수: 주어진 정점으로 향한 간선의 개수
 - (방향 그래프에서) 진출 차수: 주어진 정점에서 시작하는 간선의 개수
- 루프: 간선의 시작점과 끝점이 같은 정점인 길이가 1인 경로
- 사이클: 간선의 시작점과 끝점이 같은 정점인 경로
- 무사이클 그래프: 사이클이 없는 그래프를 '무사이클 그래프' 혹은 '트리'라고 함
 - 방향이 있는 무사이클 그래프: DAG(directed acyclic graph)

2. 추상 자료형

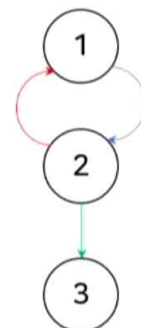
3. 그래프 표현법

- 그래프의 두 가지 표현방법: 인접 행렬, 인접 리스트
- 인접 행렬에 의한 그래프 표현

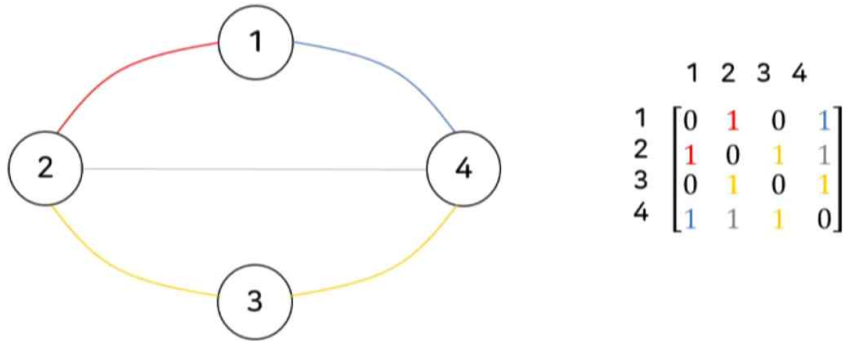
◆ $G = (V, E)$ 가 n 개의 정점을 가진 그래프라고 가정함

◆ 그래프 G 는 $n \times n$ 행렬로 표현되고 다음과 같은 행렬값을 가짐

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & (v_i, v_j) \notin E \end{cases} \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

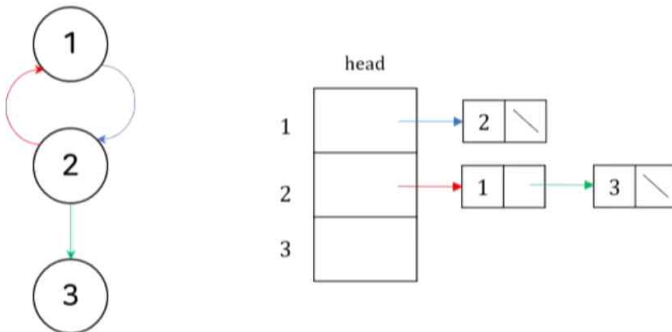


○ 인접 행렬에 의한 무방향 그래프 표현

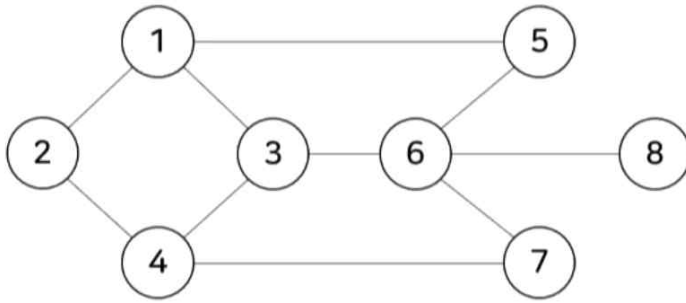


○ 인접 리스트에 의한 그래프 표현

- ◆ 정점의 개수가 n 인 그래프에 대하여, 인접 행렬의 n 행을 n 개의 연결 리스트로 나타내는 방법
- ◆ 리스트 i 의 각 노드들은 정점 i 에 **인접되어 있는 정점들을 나타냄**
- ◆ 각 리스트 들은 헤드 노드를 가지며, 헤드 노드들은 자신의 인접 정점을 순차적으로 가리키고 있음



< 보다 복잡한 예시 >



	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	1	0	1	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	0	0	0	1	0
5	1	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	1	0	1	0	1	1
7	0	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0	0

