

## 제6장 크래머 공식과 역행렬

### 6.1 크래머 공식

일차연립방정식

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

계수행렬  $A$ 가  $|A| \neq 0$  이면 유일한 해를 가짐

$$x_j = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j-1} & b_1 & a_{1j+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j-1} & b_2 & a_{2j+1} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj-1} & b_n & a_{nj+1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{|A|}$$
$$= \frac{b_1 A_{1j} + b_2 A_{2j} + \dots + b_n A_{nj}}{|A|} = \frac{|A_j|}{|A|}$$

### 6.2 행렬식과 역행렬

- $A = (a_{ij})$ 를  $n$ 차 정방행렬이라 할 때
  - $A$ 의  $(i, j)$  소행렬식(minor)  $M_{ij}$   
 $A$ 의  $(i, j)$  소행렬의 행렬식
  - $A$ 의  $(i, j)$  여인수(cofactor)  $A_{ij}$   
 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$
  - $A$ 의 여인수 행렬(cofactor matrix)  $B = (A_{ij})$



#### 정의 6.1 수반행렬

- $A = (a_{ij})$  :  $n$ 차 정방행렬
- $B = (A_{ij})$  :  $A$ 의 여인수행렬(cofactor matrix)
- $B^T = (A_{ij})^T$  :  $A$ 의 수반행렬(adjoint matrix)

기호  $\text{adj } A$



## 정리 6.2 역행렬 구하기

$n$ 차 정방행렬  $A = (a_{ij})$ 에 대해  $|A| \neq 0$  일 때

$$A^{-1} = \frac{adjA}{|A|}$$



## 정리 6.3

일차연립방정식  $AX = B$ 는  $|A| \neq 0$  일 때  
유일한 해  $X = A^{-1}B$ 를 갖는다



### 증명

정리 4.8와 정리 5.9에 의해 성립

[정리 4.8]  $A$ 가  $n$ 차 정칙행렬이면 임의의  $n \times 1$  행렬  $B$ 에 대해  
행렬방정식  $AX = B$ 는 유일한 해  $X = A^{-1}B$ 를 갖는다.

[정리 5.9]  $n$ 차 정방행렬  $A$ 가 정칙행렬이기 위한  
필요충분조건은  $|A| \neq 0$  인 것이다.

$$AX = B$$



- (1)  $|A|$ 를 구한다.
- (2)  $adjA$ 를 구한다.
- (3)  $A^{-1} = \frac{adjA}{|A|}$ 를 구한다.



$$X = A^{-1}B$$