Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Ρομποτική – Εργασία Α

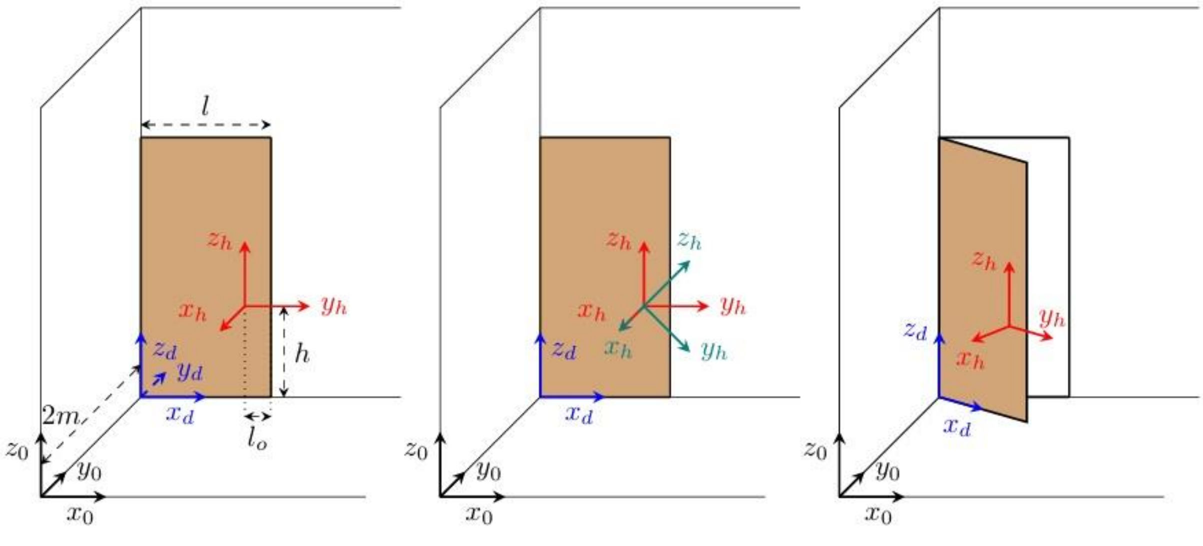
Μπαρμπαγιάννος Βασίλειος

ΑΕΜ: 10685

Εξάμηνο: Εαρινό 2024 – 2025

Υπεύθυνη Καθηγήτρια: Ζωή Δουλγέρη

Βοηθός Διδασκαλίας: Κωνσταντίνος Βλάχος



(α′) (β′) (γ′)

Σχήμα 1

Στο σχήμα 1 βλέπουμε κάποια πλαίσια. Για βοήθεια της ανάλυσής μου, ορίζω το πράσινο {h} πλαίσιο στο σχήμα 1β ως {h1}. Στο σχήμα 1γ προσθέτω το αντίστοιχο πράσινο πλαίσιο {h1} και το ονομάζομαι {h2}. Το κόκκινο πλαίσιο {h} του σχήματος 1γ το ονομάζω {h3}, ενώ το μπλε πλαίσιο το ονομάζω {d1}.

Πάμε τώρα να βρούμε τους ομογενείς μετασχηματισμούς από πλαίσιο σε πλαίσιο, όπως κάνουμε και στις ασκήσεις.

Από το πλαίσιο βάσης {0} στο πλαίσιο {d} θα υπολογίσουμε τον ομογενή μετασχηματισμό αναλυτικά. Τα υπόλοιπα βγαίνουν κατά παρόμοιο τρόπο.

$g_{0d} = \begin{pmatrix} R_{0d} & p_{0d} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in R^6$, όπου R_{0d} ο πίνακας στροφής και p_{0d} το άνυσμα θέσης.

$R_{0d} = \begin{pmatrix} x_{0d} & y_{0d} & z_{0d} \end{pmatrix}$,

$$x_{0d} = \begin{pmatrix} x_0 . x_d \\ y_0 . x_d \\ z_0 . x_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \; y_{0d} = \begin{pmatrix} x_0 . y_d \\ y_0 . y_d \\ z_0 . y_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; z_{0d} = \begin{pmatrix} x_0 . z_d \\ y_0 . z_d \\ z_0 . z_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Άρα $R_{0d} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$p_{0d} = \begin{pmatrix} \Delta x & \Delta y & \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Άρα ο ομογενής μετασχηματισμός είναι:

$$g_{0d} = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0102 \\ 0010 \\ 0001 \end{pmatrix}$$

Τώρα, οι επόμενοι ομογενείς μετασχηματισμοί είναι:

Από το πλαίσιο {d} στο πλαίσιο {h}.

$$g_{dh} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0.9 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Από το πλαίσιο {h} στο πλαίσιο {h1}.

$$g_{hh1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-45) & -\sin(-45) & 0 \\ 0 & \sin(-45) & \cos(-45) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Από το πλαίσιο {d} στο πλαίσιο {d1}.

$$g_{dd1} = \begin{pmatrix} \cos(-30) & -\sin(-30) & 0 & 0 \\ \sin(-30) & \cos(-30) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

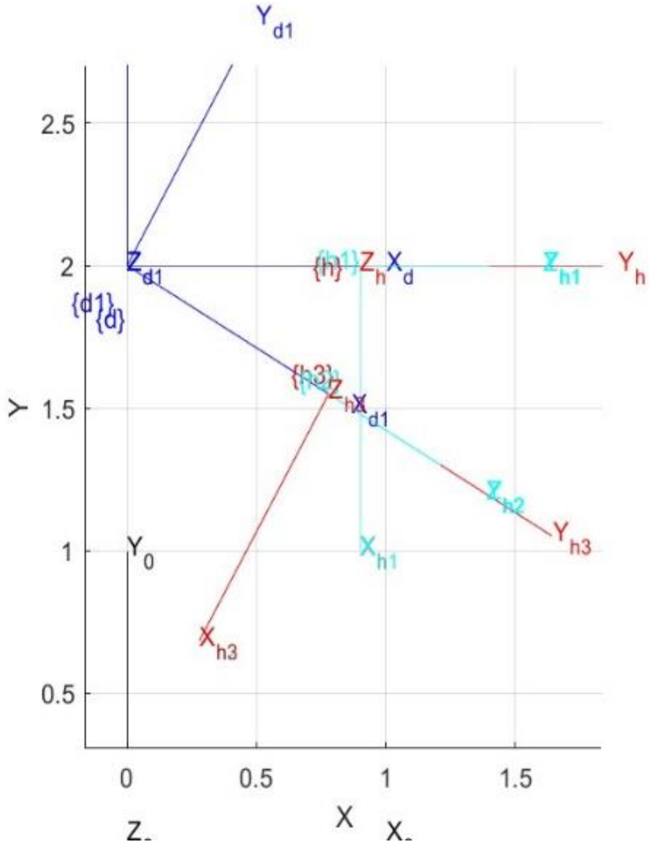
Από το πλαίσιο {d1} στο πλαίσιο {h2}.

$$g_{d1h2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0.9 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

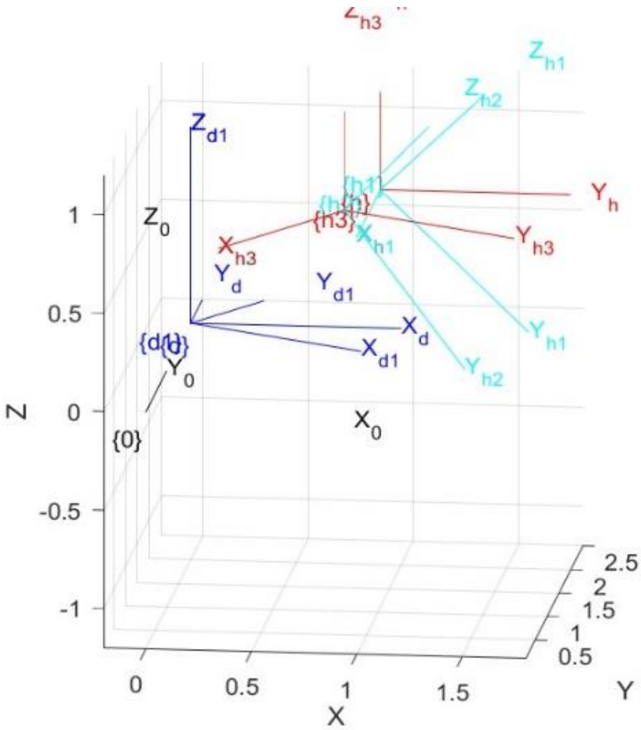
Από το πλαίσιο {h3} στο πλαίσιο {h2}.

$$g_{h3h2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-45) & -\sin(-45) & 0 \\ 0 & \sin(-45) & \cos(-45) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Περνάμε αυτούς τους ομογενείς μετασχηματισμούς στο Matlab και μας παράγουν το κάτωθι σχήμα, ακριβώς το ίδιο με το δοθέν σχήμα 1 της εργασίας Α.



Y
X



Z
X
Y

Παραπάνω βλέπουμε τα πλαίσια από δύο διαφορετικούς προσανατολισμούς.

Παρατηρώ ότι οι ομογενείς μετασχηματισμοί g_{d1h2} και g_{dh} είναι ίδιοι, δηλαδή ο σχετικός προσανατολισμός R_{dh} στις πόζες των σχημάτων 1α και 1γ είναι ο ίδιος.

Ο σχεδιασμός τροχιάς για το πόμολο θα γίνει μεταξύ τεσσάρων ποζών:
{h}: το χερούλι στην αρχική του θέση,
{h1}: ανοίγει το χερούλι,
{h2}: ανοίγει η πόρτα και
{h3}: το χερούλι επιστρέφει στην αρχική του θέση.

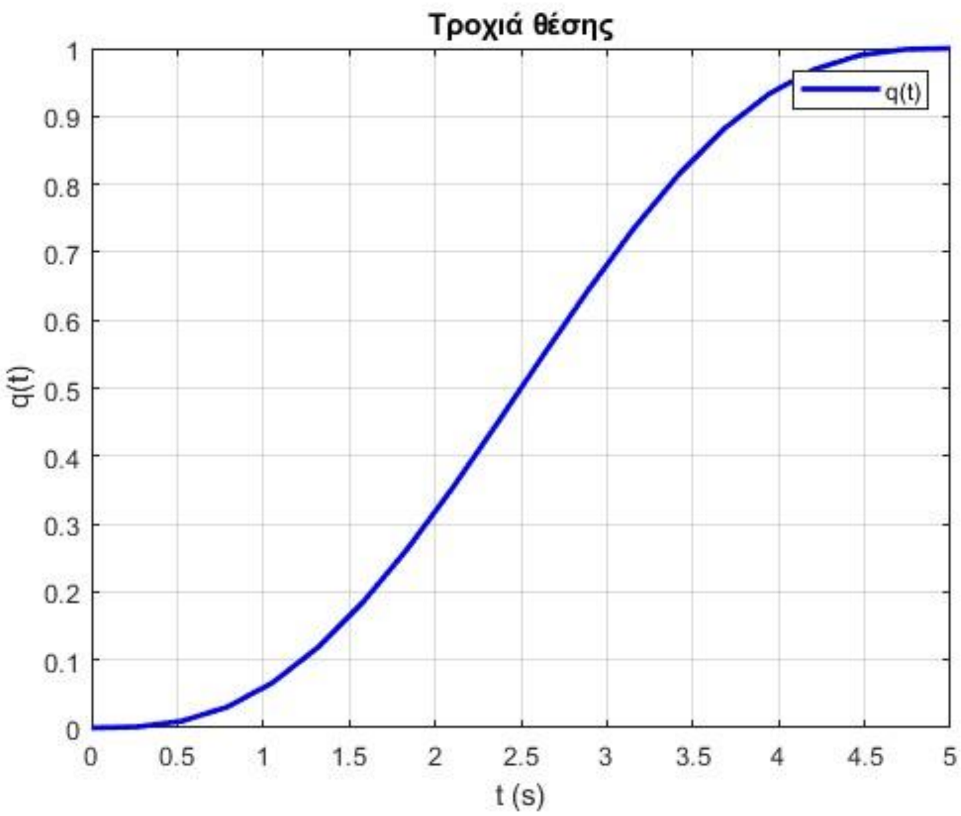
Η τροχιά του πλαισίου κάθε χρονική στιγμή εκφράζεται από τον ομογενή μετασχηματισμό $g(t) = \begin{pmatrix} R(t) & p(t) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

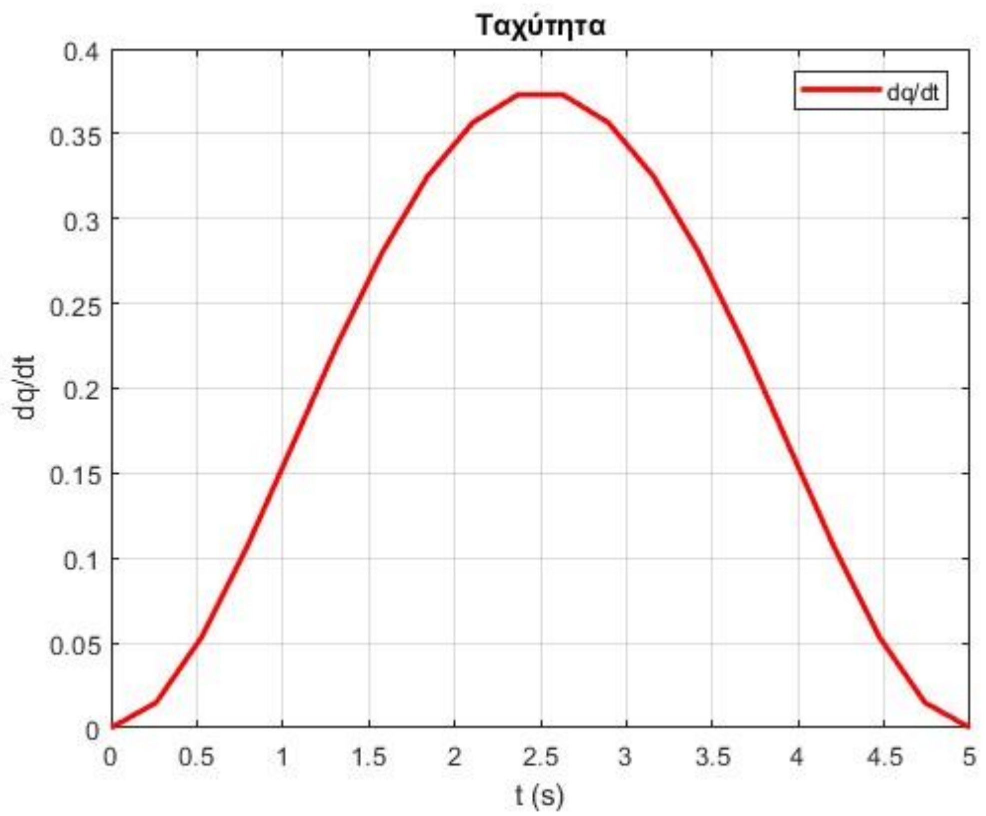
Οι πόζες {h} και {h3} αποτελούν την αρχική και την τελική θέση αντίστοιχα. Οι πόζες {h1} και {h2} είναι οι ενδιάμεσες θέσεις.

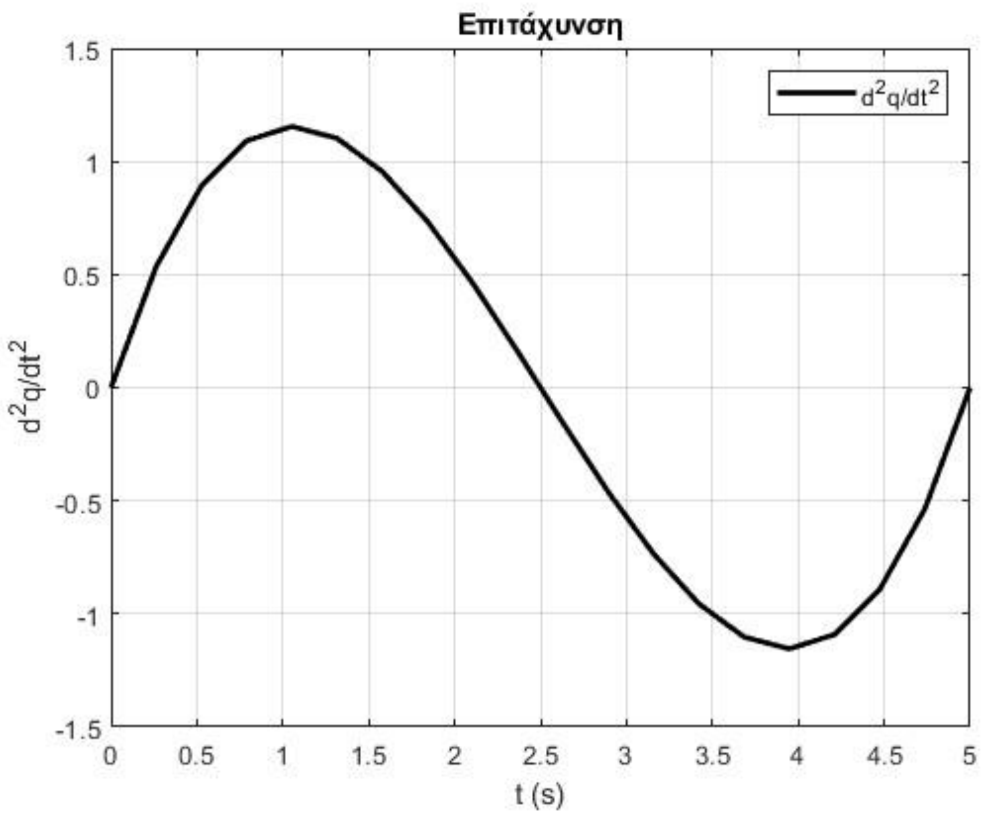
❖ Για την τροχιά θέσης έχουμε:

Χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση χρόνου $s(t) = 10(\frac{t}{T})^3 - 15\left(\frac{t}{T}\right)^4 + 6(\frac{t}{T})^5$ η οποια είναι πολυώνυμου 5ου βαθμού, quintic time scaling.

Ικανοποιεί τις προϋποθέσεις μηδενικής αρχικής και τελικής ταχύτητας και επιτάχυνσης όπως βλέπουμε στα παρακάτω διαγράμματα.




Ταχύτητα
dq/dt
dq/dt
t (s)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4

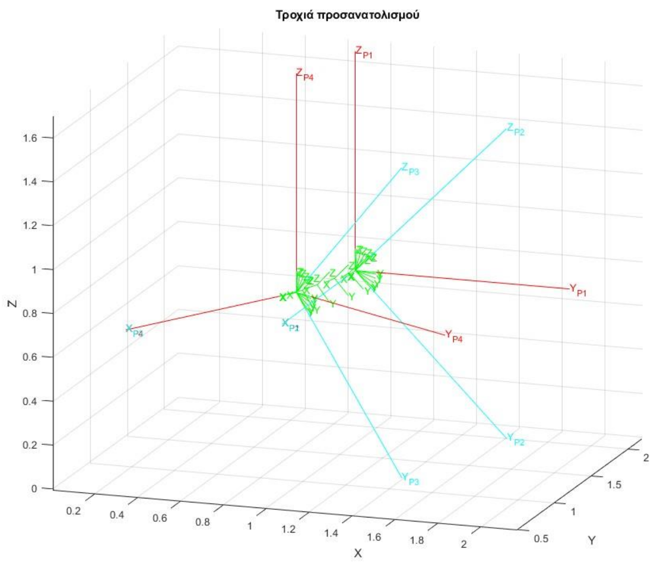

Επιτάχυνση
d^2q/dt^2
d^2q/dt^2
t (s)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
-1.5
-1
-0.5
1.5

❖ Για την τροχιά προσανατολισμού έχουμε:

Χρησιμοποιούνται unit quaternions και SLERP. Κάθε πίνακας προσανατολισμού R μπορεί να εκφραστεί από ένα unit quaternion $q = \langle w, x, y, z \rangle$ με $\|q\| = 1$.

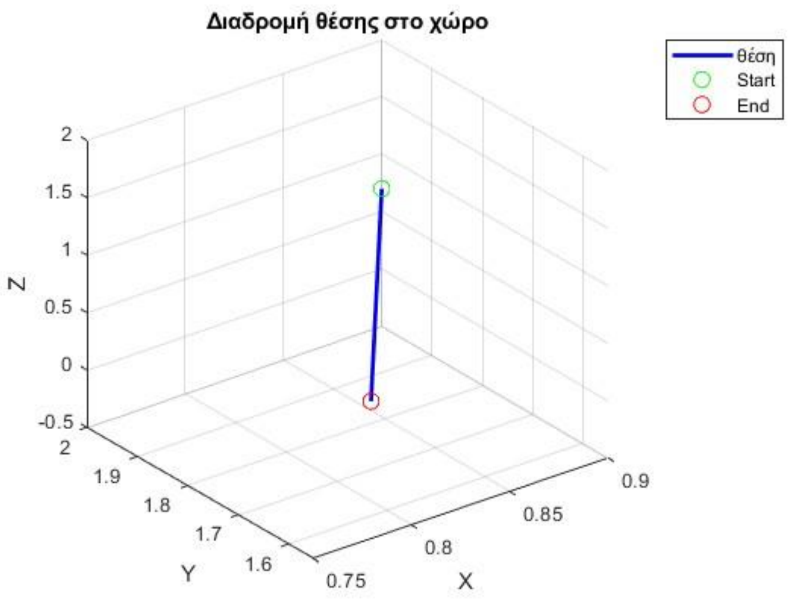
Η τροχιά του προσανατολισμού μέσω quaternions δίνεται από $q(t) = SLERP(q0, q1, s(t))$, όπου $q0$: quaternion αρχικού προσανατολισμού, $q1$: quaternion τελικού προσανατολισμού, $s(t)$ η συνάρτηση χρόνου. Το αποτέλεσμα είναι ένα unit quaternion κάθε χρονική στιγμή.

Παρακάτω βλέπουμε την τροχιά προσανατολισμού.

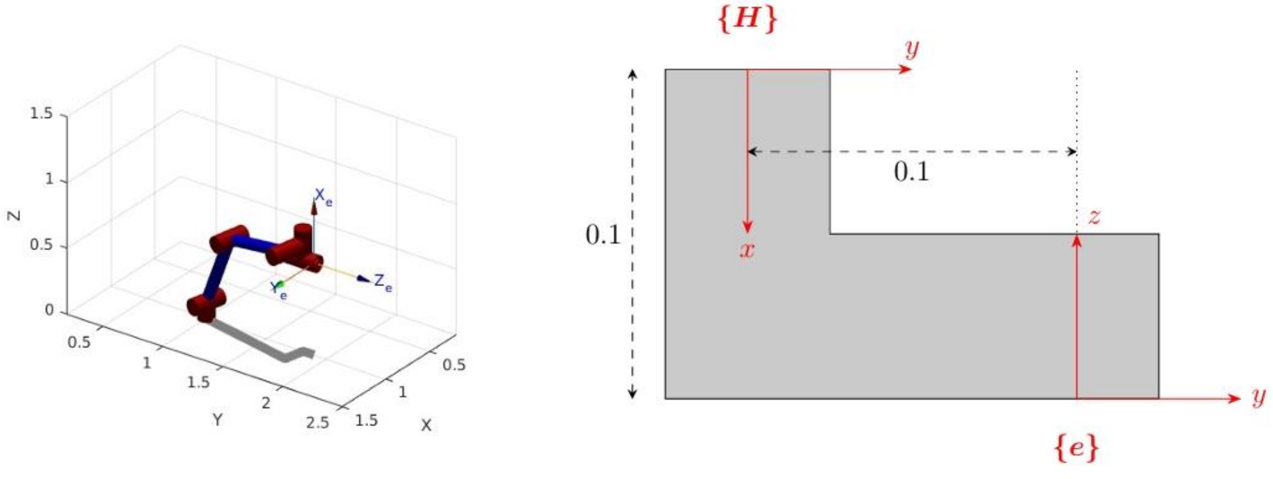


Τα πράσινα πλαίσια είναι οι ενδιάμεσες θέσεις.

Η διαδρομή της αρχής της θέσης του πλαισίου του πόμολου φαίνεται κάτω.



Ρομποτική – Εργασία Β



(α′) (β′)

Σχήμα 1

Στο σχήμα 1β βλέπουμε τον σχετικό προσανατολισμό του άκρου {e} του ρομπότ ως προς το πόμολο της πόρτας {H}. Θα βρω τον ομογενή μετασχηματισμό του άκρου ως προς το πόμολο.

$$g_{He} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.1 \\ -1 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ουσιαστικά, ο πίνακας στροφής είναι ο $Rot(y, 90°)$.

Η λαβή του ρομπότ είναι άκαμπτη και ως εκ τούτου ο ομογενής μετασχηματισμός $g_{He}(t)$ είναι σταθερός κάθε χρονική στιγμή.

Στην εργασία Α υπολογίσαμε την τροχιά του πόμολου. Τώρα θα υπολογίσουμε την τροχιά του end-effector ως $g_{0e}(t) = g_{0h}(t) g_{he}(t)$.

Μετά θα υπολογίσουμε τις ταχύτητες σώματος του end-effector V_e ως προς το πλαίσιο βάσης του βραχίονα {B}.

Με την αντίστροφη Ιακωβιανή θα υπολογίσουμε τις ταχύτητες των αρθρώσεων $\dot{q} = J^{-1}(q) V_e$.

Σημείωση: θα χρησιμοποιήσω την ψευδοαντίστροφη Ιακωβιανή

$$\dot{q} = J^{\dagger} V_e = (J^T J)^{-1} J^T V_e$$

Τέλος, με ολοκλήρωση Euler θα υπολογίσουμε τις γωνίες των αρθρώσεων $q(t + \Delta t) = q(t) + \dot{q} \Delta t$.

- Υπολογίζω την ταχύτητα σώματος ως εξής:

Η ταχύτητα όπως ορίζεται από τη Φυσική είναι απόσταση/χρόνος.

$$V_e = \frac{1}{\Delta t} se3toVec(\log(g(t)^{-1} g(t+\Delta t)))$$

Το $g(t)$ μας δίνει τη θέση και τον προσανατολισμό στο χώρο σε μια χρονική στιγμή t, ενώ το $g(t+\Delta t)$ *λίγο* πιο μετά. Το $g(t)^{-1} g(t+\Delta t)$ μας δίνει τη σχετική κίνηση μεταξύ των δύο χρονικών στιγμών.

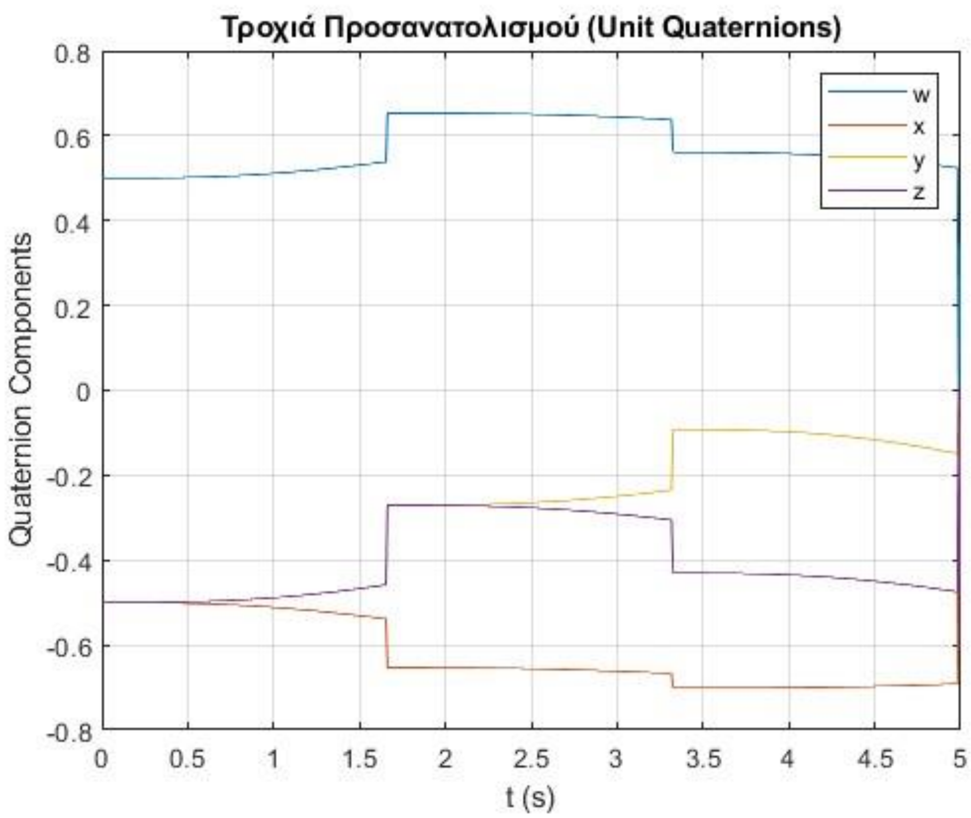
Η χρήση του log δίνει έναν αντισυμμετρικό πίνακα 4x4:

$$\widehat{V_e} = \begin{pmatrix} \widehat{\omega} & u \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

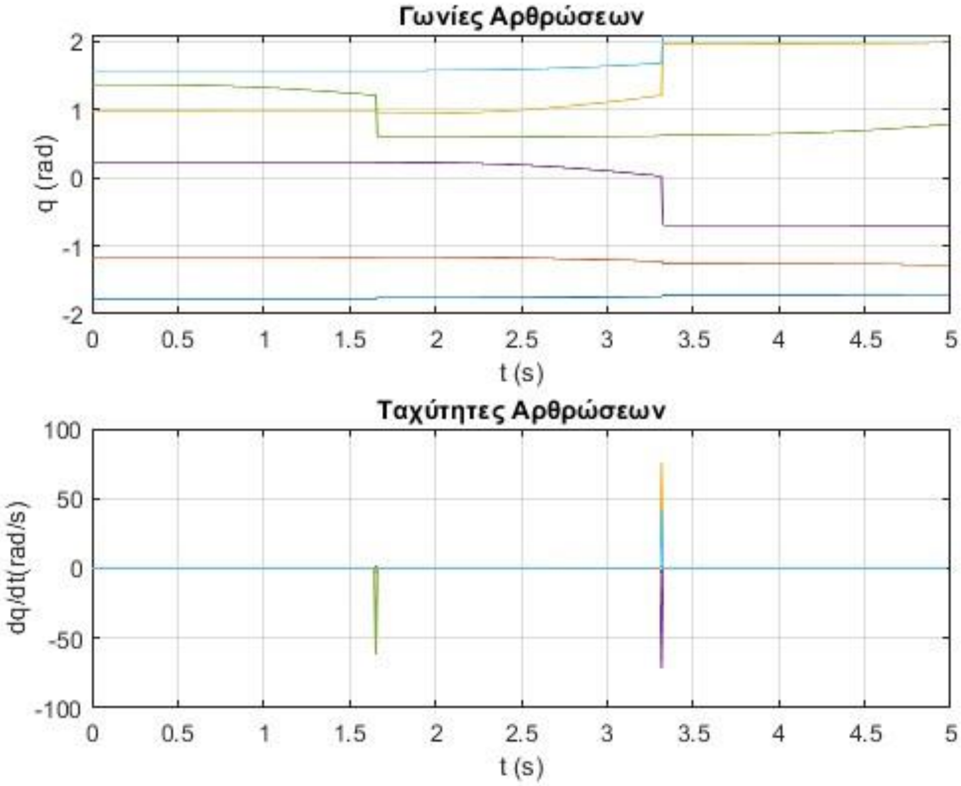
Τέλος, το $se3toVec$ μετατρέπει τον αντισυμμετρικό πίνακα $\widehat{V_e}$ στο διάνυσμα 6x6 $V_e = \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}$, όπου u, ω διανύσματα του $\mathbb{R}^3$ (γραμμική και γωνιακή ταχύτητα αντίστοιχα).

$$V_b = \begin{bmatrix} v_b \\ \omega_b \end{bmatrix} \qquad \hat{V}_b = g^{-1}\dot{g} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_b & v_b \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}$$

Παρακάτω βλέπουμε την τροχιά προσανατολισμού του άκρου του βραχίονα



και τις γωνίες και ταχύτητες των αρθρώσεων



Τα υπόλοιπα σχήματα και animations εμφανίζονται κατά την εκτέλεση του κώδικα.