

Задача 1. Знаменитый ученый Дирихле очень любил рассаживать кроликов по клеткам. Всего у него было 10 клеток и 21 кролик. Какие из следующих утверждений верны (то есть при данных условиях выполняются всегда):

- (a) в любой клетке кто-то сидит,
- (b) есть клетка, в которой сидит ровно 2 кролика,
- (c) есть клетка, в которой сидит хотя бы 3 кролика,
- (d) есть клетка, в которой сидит хотя бы 4 кролика,
- (e) в любой клетке не меньше 2 кроликов,
- (f) в любой клетке меньше 20 кроликов,
- (g) есть клетка, в которой меньше 3 кроликов,
- (h) есть клетка, в которой меньше 2 кроликов,
- (i) есть две клетки, в которых меньше 3 кроликов?

Задача 2. Закончите предложения:

- (a) В пяти тарелках лежат шесть конфет. Тогда найдется тарелка, в которой лежит . . .
- (b) В 17 чуланах живут 19 привидений. Значит найдется чулан, в котором живет . . .
- (c) В 10 спичечных коробках лежит 21 монетка. Тогда найдется коробок, в котором лежит . . .
- (d) Вася в течение 3 дней съел 100 шоколадок. Обязательно найдется день, в который Вася съел не более. . .

Задача 3. В доме живут 7 кошек. У них 15 котят. Докажите, что хотя бы у одной кошки не менее трех котят.

Задача 4. В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

Задача 5. В классе 30 человек. Андрей сделал в диктанте 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

Задача 6. В спичечных коробках находятся 50 тараканов. Докажите, что-либо в одном коробке живут 8 тараканов, либо для выкидывания коробков по одному в день потребуется больше недели.

Задача 7. В ковре размером  $4 \times 4$  метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером  $1 \times 1$ , не содержащий внутри дырок?

Задача 8. Можно ли разложить 54 шарика на 10 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

Задача 9. В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему (a) 16 лет; (b) 17 лет. Верно ли, что среди туристов есть одногодки?

Задача 10. В коробке есть красные, жёлтые и зелёные шарики. Петя утверждает, что, вынув пять шариков не глядя, он может гарантировать, что среди этих шариков обязательно будут красный и жёлтый шарики. А вынув три шарика не глядя, Петя может гарантировать наличие среди вытащенных шариков зелёного. Сколько каких шариков в коробке, если Петя прав?

Задача 11. Команда участвовала в соревнованиях по бегу. Перед началом каждый дал прогноз, какое место он займёт. По результатам оказалось, что все, кроме Жени, надеялись, что займут более высокое место, чем заняли в реальности. Можно ли утверждать что-нибудь про место, занятое Женей?

Задача 12. Не так давно перед Университетом в один ряд было припарковано 2010 машин. Среди них был 1003 «Мерседеса», 1004 «Вольво» и 3 «Запорожца». Известно, что никакие две машины одной марки не стояли рядом. Докажите, что найдется «Мерседес», припаркованный рядом с «Запорожцем».

Задача 13. Можно ли 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?

Задача 14. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.

Задача 15. В клетках таблицы  $3 \times 3$  по имени Вася расставлены числа  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ . Докажите, что какие-то две из 8 Васиных сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.