

Экстремальные задачи

Осень 2024

1. Двойственные задачи линейного программирования. Неравенство значений целевых функций в двойственных задачах.
2. Достаточные условия оптимальности. Условия дополнителности.
3. Теоремы об отделимости выпуклых множеств (формулировки). Когда выполняется строгая отделимость точки от множества? Все ли условия необходимы?
4. Лемма Фаркаша с доказательством.
5. Задача в канонической форме. Сведение к ней. Эквивалентность двойственной задачи и задачи, двойственной к канонической.
6. Первая теорема двойственности для задачи в канонической форме.
7. Первая теорема двойственности.
8. Вторая теорема двойственности.
9. Базисные векторы. Теорема о существовании оптимального базисного плана.
10. Четыре возможных случая для прямой и двойственной задач линейного программирования.
11. Графический метод решения задачи с двумя ограничениями.
12. Нахождение базисного плана в канонической задаче.
13. Условие невырожденности в симплекс-методе.
14. Проверка базисного плана на оптимальность.
15. Переход к новому плану в случае отсутствия оптимальности. Почему получается снова базисный план?
16. Итеративные формулы пересчета в симплекс-методе.
17. Обоснование сходимости симплекс-метода в невырожденном случае.
18. Постановка сетевой транспортной задачи. Сведение к задаче линейного программирования. Невырожденность для транспортной задачи.
19. Базисные планы для невырожденной транспортной задачи.
20. Нахождение базисного плана в невырожденной транспортной задаче.
21. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность методом потенциалов.
22. Перестройка плана транспортной задачи в случае неоптимальности. Почему новый план – базисный?

23. Использование "правильной" нумерации вершин и дуг дерева в транспортной задаче.
24. Обоснование сходимости метода потенциалов для транспортной задачи в невырожденном случае.
25. Игра n лиц в нормальной форме. Ситуации равновесия по Нэшу.
26. Антагонистические игры. Свойства ситуаций равновесия в антагонистических играх.
27. Теорема о минимаксе. Значение игры.
28. Примеры отсутствия свойств антагонистических игр в неантагонистических.
29. Смешанное расширение игры в нормальной форме. Теорема фон Неймана.
30. Решение матричных игр с помощью линейного программирования. Конструктивное доказательство теоремы фон Неймана.
31. Приемы решения матричных игр (леммы об угадывании, о спектре, о доминировании). Могут ли пропадать ситуации равновесия при использовании леммы о доминировании?
32. Необходимое условие оптимальности для задач с дифференцируемой целевой функцией и линейными ограничениями. Знать определение производной функции нескольких переменных.
33. Необходимое и достаточное условие оптимальности для задач с дифференцируемой выпуклой целевой функцией и линейными ограничениями. Знать условия выпуклости.
34. Функция Лагранжа для задач с ограничениями в виде неравенств и равенств. Ее связь с задачей оптимизации (глобальная оптимальность).
35. Теорема Куна-Таккера. (Когда решение – часть глобально оптимальной точки функции Лагранжа?)
36. Пример, когда решение существует, но не находится с помощью функции Лагранжа.
37. Квадратичная вариационная задача. Критерий оптимальности Леммы вариационного исчисления.
38. Уравнения Штурма-Лиувилля.
39. Необходимость условия Лежандра.
40. Уравнение Якоби. Главное решение. Теорема Якоби (Достаточность).
41. Лемма о скруглении углов.
42. Теорема Якоби (Необходимость).
43. Критерий положительной определенности квадратичной формы.
44. Общая схема решения квадратичных задач. Примеры.

45. Вариационная производная. Уравнение Эйлера. Примеры.
46. Открытость естественной области определения.
47. Первый дифференциал интегрального функционала.
48. Второй дифференциал интегрального функционала.
49. Необходимые условия локального минимума первого порядка в нелинейной вариационной задаче.
50. Теорема Гильберта о существовании и непрерывности второй производной у экстремали нелинейной вариационной задачи.
51. Необходимые условия локального минимума второго порядка в нелинейной вариационной задаче.
52. Теорема об ограниченности снизу квадратичного функционала с помощью положительной константы.
53. Достаточные условия строгого локального минимума в классической вариационной задаче.
54. Задача Эйлера.
55. Минимальная поверхность вращения.
56. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума. Пример.
57. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства). Пример.