Matematikai programcsomagok Gyakorló feladatsor 3. hét

1. **Feladat.** Végezze el az $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ függvény teljes vizsgálatát!

Megoldás

- Értelmezési tartomány: $dom(f) = \mathbb{R}$
- Zérushelyek:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$
$$\Downarrow$$
$$x_0 = 1, x_1 = -1, x_2 = -2$$

- Határértékszámítás $-\infty$-ben és ∞-ben:

$$\lim_{x \to -\infty} x^3 + 2x^2 - x - 2 = -\infty$$
$$\lim_{x \to \infty} x^3 + 2x^2 - x - 2 = \infty$$

- Menettulajdonságok az elsõ derivált segítségével:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 1 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x_1 = -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3} \approx -1,549,\ \ x_2 = -\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{7}}{3} \approx -0,215$$

	$x < x_1$	$x = x_1$	$x_1 < x_< x_2$	$x = x_2$	$x < x_2$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

- Görbületi viszonyok a második derivált segítségével:

$$f''(x) = 6x + 4 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x_3 = -\frac{2}{3}$$

	$x < x_3$	$x = x_3$	$x_3 < x$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\cup$	inf. p.	$\cap$

2. **Feladat.** Számolja ki az $y = x^2 - 2x + 2$ és az $y = 14 - x^2$ egyenletû görbék által közrezárt korlátos síkidom területét!
Megoldás

- Metszéspontok megkeresése:

$$x^2 - 2x + 2 = 14 - x^2$$
$$2(x^2 - x - 6) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x_1 = -3, \; x_2 = 2$$

- A terület kiszámítása:

$$\int_{-3}^{2} -2(x^2 - x - 6) \; \mathrm{d}x = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12x \right]_{-3}^{2} = \frac{95}{3}$$

Jó munkát!