

1. **Feladat.** Végezze el az  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$  függvény teljes vizsgálatát!

**Megoldás**

- Értelmezési tartomány:  $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$
- Zérushelyek:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$\Downarrow$$

$$x_0 = 1, x_1 = -1, x_2 = -2$$

- Határértékszámítás  $-\infty$ -ben és  $\infty$ -ben:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 2x^2 - x - 2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 + 2x^2 - x - 2 = \infty$$

- Menettulajdonságok az első derivált segítségével:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3} \approx -1,549, \quad x_2 = -\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{7}}{3} \approx -0,215$$

	$x < x_1$	$x = x_1$	$x_1 < x < x_2$	$x = x_2$	$x > x_2$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

- Görbületi viszonyok a második derivált segítségével:

$$f''(x) = 6x + 4 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x_3 = -\frac{2}{3}$$

	$x < x_3$	$x = x_3$	$x > x_3$
$f''(x)$	+	0	−
$f(x)$	$\cup$	inf. p.	$\cap$

2. **Feladat.** Számolja ki az  $y = x^2 - 2x + 2$  és az  $y = 14 - x^2$  egyenletű görbék által közrezárt korlátos síkidom területét!

**Megoldás**

- Metszéspontok megkeresése:

$$x^2 - 2x + 2 = 14 - x^2$$

$$2(x^2 - x - 6) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 2$$

- A terület kiszámítása:

$$\int_{-3}^2 -2(x^2 - x - 6) \, dx = \left[ -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12x \right]_{-3}^2 = \frac{95}{3}$$

*Jó munkát!*