

Guía 2

Eliminación Gaussiana y Pivoteo

1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de eliminación gaussiana:

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - cx_3 &= 5 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= b \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 10\end{aligned}$$

Donde c y b son constantes conocidas.

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando eliminación gaussiana con pivoteo parcial:

$$\begin{aligned}ax_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14 \\ 2x_1 + bx_2 + 2x_3 &= 10 \\ 3x_1 + 4x_2 + 1x_3 &= 18\end{aligned}$$

Donde a y b son constantes conocidas.

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando eliminación gaussiana con pivoteo total:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 18\end{aligned}$$

4. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando eliminación gaussiana con pivoteo parcial:

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 &= 5 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= -2 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 3 \\ -2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 1\end{aligned}$$

Matrices Transpuestas y Rango de Matrices

1. Sea A una matriz de $m \times n$ y B una matriz de $n \times p$. Demuestra las siguientes propiedades:

(a) $(A^T)^T = A$

(b) $(A + B)^T = A^T + B^T$ (Suponiendo que A y B tienen el mismo tamaño).

(c) $(AB)^T = B^T A^T$

2. Sea A una matriz cuadrada de tamaño $n \times n$. Responde a las siguientes preguntas:

3. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ c & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

sabiendo que $\det(A) = 1$, encuentra el rango de la matriz

$$N = \begin{pmatrix} a & -1 & 4 & 1 \\ b & -1 & 1 & 1 \\ c & -1 & 3 & 1 \\ 0 & a & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Demuestra que $\text{Rank}(AB) \leq \min(\text{Rank}(A), \text{Rank}(B))$.