

# Proyecto de Simulación basado en Eventos Discretos

Reinaldo Barrera Travieso C411:

<https://github.com/Reinaldo14/Happy-Computing.git>

## Introducción

La simulación de un modelo probabilístico requiere generar los mecanismos estocásticos del modelo y entonces observar el comportamiento del modelo en el tiempo. Dependiendo de las razones para la simulación, existen algunas cantidades de interés que se querrán determinar. Sin embargo, dado que la evolución del modelo en el tiempo requiere de estructuras lógicas complejas de sus elementos, no es siempre sencillo cómo observar esta evolución para determinar las cantidades de interés. Un marco general, construido a partir de la idea de eventos discretos, se ha desarrollado para ayudar a observar un modelo durante el tiempo y determinar las cantidades de interés.

Para el desarrollo de este proyecto y teniendo en cuenta el tiempo como evento discreto se escogió trabajar con el problema Happy Computing, el cual esta relacionado con el funcionamiento de un taller de reparaciones. En las próximas secciones se dará conocer dicho problema, además de dar solución y discutir sus resultados.

## Happy Computing

Happy Computing es un taller de reparaciones electrónicas se realizan las siguientes actividades (el precio de cada servicio se muestra entre paréntesis):

1. Reparación por garantía (Gratis)
2. Reparación fuera de garantía (\$350)
3. Cambio de equipo (\$500)
4. Venta de equipos reparados (\$750)

Se conoce además que el taller cuenta con 3 tipos de empleados: Vendedor, Técnico y Técnico Especializado.

Para su funcionamiento, cuando un cliente llega al taller, es atendido por un vendedor y en caso de que el servicio que requiera sea una Reparación (sea de tipo 1 o 2) el cliente debe ser atendido por un técnico (especializado o no). Además en caso de que el cliente quiera un cambio de equipo este debe ser atendido por un técnico especializado. Si todos los empleados que pueden atender al cliente están ocupados, entonces se establece una cola para

sus servicios. Un técnico especializado sólo realizará Reparaciones si no hay ningún cliente que desee un cambio de equipo en la cola.

Se conoce que los clientes arriban al local con un intervalo de tiempo que distribuye poisson con  $\lambda = 20$  minutos y que el tipo de servicios que requieren pueden ser descrito mediante la tabla de probabilidades:

Tipo de Servicio	Probabilidad
1	0.45
2	0.25
3	0.1
4	0.2

Además se conoce que un técnico tarda un tiempo que distribuye exponencial con  $\lambda = 20$  minutos, en realizar una Reparación Cualquiera. Un técnico espe socializado tarda un tiempo que distribuye exponencial con  $\lambda = 15$  minutos para realizar un cambio de equipos y la vendedora puede atender cualquier servicio en un tiempo que distribuye normal ( $N(5 \text{ min}, 2\text{mins})$ ).

El dueño del lugar desea realizar una simulación de la ganancia que tendría en una jornada laboral si tuviera 2 vendedores, 3 técnicos y 1 técnico especializado.

## Especificaciones

En esta sección vamos a realizar una serie de especificaciones para obtener una mejor comprensión del problema de estudio. Algunos de estos elementos son mostrados en el problema, mientras que la mayoría son asumidos de tal forma que sean lo más similar a la vida real.

Inicialmente el taller comienza a operar en el tiempo 0, que traducido al problema esto significa las 8 : 00. A pesar de que el tiempo en la simulación se mide en minutos, los mensajes son mostrado en un formato de 24h para una mayor comodidad. Una vez que el cliente entra al local, este espera en una cola a que alguno de los vendedores este disponible. Una vez que el cliente es atendido por un vendedor, puede suceder cualquiera de las dos siguientes opciones.

- El cliente desea comprar un equipo reparado
- El cliente solicita uno de los restantes tres servicios

En el caso que se tenga la primera opción, este es atendido por el propio vendedor tomando un tiempo que distribuye normal ( $N(5,2)$ ). Una vez finalizado el cliente realiza el pago y se retira del local. Para el caso de la segunda opción, se asume que el vendedor consume un tiempo de 1 minuto para realizar los siguientes pasos:

- Saludo
- Solicitud del servicio
- Obtención de los datos del cliente
- Redireccionamiento del cliente al taller

Una vez que el cliente es enviado al taller este es colocado en una cola en dependencia del servicio pedido. Los clientes que requieren de los servicios 1 y 2 esperan a que un técnico esté libre. Para el caso del servicio 3 hay que esperar por un técnico especializado, pero en el caso de que no exista ningún cliente con servicio 3 en espera, los especialistas apoyan a los técnicos con los servicios 1 y 2. Una vez finalizado el servicio el cliente paga y se retira del local. Se asume que el taller trabaja una jornada de 8h, o sea, de 8:00 a 16:00. Como la simulación trabaja con minutos tenemos que convertir el tiempo, por lo que la simulación dura un total de  $8 \cdot 60 = 480$  minutos hipotéticamente. ¿Por qué hipotéticamente? Pues la jornada dura 8h, pero orientado a la simulación, lo que sucede es que a partir de las 16:00 no se aceptan más clientes en el taller, pero se finaliza todos los servicios pendientes de lo que aún se encuentran esperando dentro del local.

Ahora pasemos a analizar las probabilidades de los servicios. Como se puede ver en el problema para cada servicio se tiene una probabilidad para que este arribe con un cliente al taller. Para general estas, se va a generar un valor random entre 1 y 100. Por tanto generar un valor uniforme en  $(1, 100)$  tiene una probabilidad de  $\frac{1}{100}$  cada uno. Si se genera un valor que es menor o igual a 45, este genera el servicio 1, ya que la probabilidad de que salga un valor menor o igual a 45 es la probabilidad de que salga un 1 más la de un 2 y así hasta 45. Para los demás servicios se realiza la misma operación. En la siguiente tabla mostramos estos valores teniendo en cuenta que se genera un valor aleatorio  $R$ , obtenido uniformemente entre 1 y 100:

Servicio	Probabilidad	
1	0.45	$R \leq 45$
2	0.25	$45 < R \leq 70$
3	0.1	$70 < R \leq 80$
4	0.2	$80 < R$

## Modelo Discreto

### Variables de tiempo

$t$ : Timepo general

$t_A$ : Timepo de arribo al local

$t_V$ : Timepo de arribo al vendedor

$t_W$ : Timepo de arribo al taller

$t_D$ : Timepo de partida

### Variables contadoras

$N_A$ : Cantidad de arribos

$N_V$ : Cantidad de arribos al vendedor

$N_W$ : Cantidad de arribos al taller(Técnicos y especialistas)

$N_D$ : Cantidad de partidas

$N_I$ : Cantidad de ingresos

$A$ : Diccionario de arribos

$V$ : Diccionario de arribos al vendedor

$W$ : Diccionario de arribos al taller

$D$ : Diccionario de partidas

$I$ : Diccionario de precios de servicios

### Variables de estados

$n_e$  Cantidad de clientes con servicio 3

$t_S$  Servicio solicitado por el cliente

$VV = (n, i_1, i_2, \dots, i_n) :$  n número de clientes en cola,  $i_1$  clientes con vendedor 1,  $i_2$  clientes con vendedor 2, ..., la cola

$TT = (k, i_1, i_2, i_3, \dots, i_n) :$  n número de clientes en cola,  $i_1$  clientes con técnico 1,  $i_2$  clientes con técnico 2,  $i_3$  clientes con técnico 3 ..., la cola

### Inicialización

1.  $t = N_A = N_V = N_W = N_D = N_I = n_e = 0$
2.  $A = \{\}, V = \{\}, W = \{\}, D = \{\}$
3.  $I = \{1 : 0, 2 : 350, 3 : 500, 4 : 750\}$
4. Generar  $t_A, t_V = t_W = t_D = t_S = \infty$

**Evento Arribo:**  $\min(t_A, t_V) == t_A \wedge t_A \leq T$

1. Generar  $t_S$
2.  $t = t_A$
3.  $N_A = N_A + 1$
4. Generar  $t_{At}, t_A = t + t_{At}$
5.  $A[N_A] = t$
6. Si  $VV == \emptyset$  entonces  $VV = (1, N_A, 0)$
7. Si  $VV == (1, i_1, 0)$  entonces  $VV = (1, j, N_A)$
8. Si  $VV == (1, 0, i_2)$  entonces  $VV = (1, N_A, j)$
9. Si  $n > 1$  entonces  $VV = (n + 1, i_1, i_2, \dots, N_A)$
10. General  $t_{Vt}, t_V = t + t_{Vt}$

**Evento Vendedor(con servicio 4):**  $t_S == 4 \wedge t_V \leq t_D$

1.  $t = t_V$

2.  $N_V = N_V + 1$
3.  $V[N_V] = t$
4. Si  $n == 1$  entonces  $VV == \emptyset$
5. Si  $n == 2$  entonces  $VV == (1, 0, i_2)$
6. Si  $n > 2$  entonces  $VV == (n - 1, i_3, i_2, \dots)$
7. Generar  $t_{Dt}$ ,  $t_D = t + t_{Dt}$  y  $t_W = \infty$

**Evento Vendedor(con servicios 1 ó 2):**  $t_S \in (1, 2) \wedge t_V \leq t_D$

1.  $t = t_V$
2.  $N_V = N_V + 1$
3.  $V[N_V] = t$
4. Si  $n == 1$  entonces  $VV = \emptyset$
5. Si  $n == 2$  entonces  $VV = (1, 0, i_2)$
6. Si  $n > 2$  entonces  $VV = (n - 1, i_3, i_2, \dots)$
7. Si  $TT == \emptyset$  entonces  $TT = (1, N_V, 0, 0)$
8. Si  $TT == (1, i_1, i_2, 0)$  entonces  $TT = (2, i_1, i_2, N_V)$
9. Si  $TT == (1, i_1, 0, i_3)$  entonces  $TT = (2, i_1, N_V, i_3)$
10. Si  $TT == (1, i_1, 0, 0)$  entonces  $TT = (2, i_1, N_V, 0)$
11. Si  $TT == (1, 0, i_2, i_3)$  entonces  $TT = (2, N_V, i_2, i_3)$
12. Si  $TT == (1, 0, i_2, 0)$  entonces  $TT = (2, N_V, i_2, 0)$
13. Si  $TT == (1, 0, 0, i_3)$  entonces  $TT = (2, N_V, 0, i_3)$
14. Si  $k > 1$  entonces  $TT = (k + 1, i_1, i_2, i_3, \dots, N_V)$
15. Generar  $t_{Wt}$ ,  $t_W = t + t_{Wt}$

**Evento Vendedor(con servicio 3):**  $t_S == 3 \wedge t_V \leq t_D$

1.  $t = t_V$
2.  $N_V = N_V + 1$
3.  $V[N_V] = t$
4. Si  $n == 1$  entonces  $VV = \emptyset$
5. Si  $n == 2$  entonces  $VV = (1, 0, i_2)$
6. Si  $n > 2$  entonces  $VV = (n - 1, i_3, i_2, \dots)$
7.  $n_e = n_e + 1$
8. Generar  $t_{Wt}$ ,  $t_W = t + t_{Wt}$

**Evento técnico:**  $t_S \in (1, 2) \wedge t_W \leq t_D$

1.  $t = t_W$
2.  $N_W = N_W + 1$
3.  $W[N_W] = t$
4. Si  $k == 1$  entonces  $TT = \emptyset$
5. Si  $k == 2 \wedge TT = (2, 0, i_2, i_3)$  entonces  $TT = (1, 0, 0, i_3)$
6. Si  $k == 2 \wedge TT = (2, i_1, 0, i_3)$  entonces  $TT = (1, 0, 0, i_3)$
7. Si  $k == 2 \wedge TT = (2, i_1, i_2, 0)$  entonces  $TT = (1, 0, i_2, 0)$
8. Si  $k == 3$  entonces  $TT = (1, 0, i_2, i_3)$
9. Si  $k > 3$  entonces  $TT = (1, i_4, i_2, i_3, \dots)$
10. Generar  $t_{Dt}$ ,  $t_D = t + t_{Dt}$

**Evento técnico especialista:**  $t_S \in (1, 2, 3) \wedge t_W \leq t_D$

1.  $t = t_W$
2.  $N_W = N_W + 1$
3.  $W[N_W] = t$



4. Si  $n_e == 0 \wedge k == 1$  entonces  $TT = \emptyset$
5. Si  $n_e == 0 \wedge k == 2 \wedge TT = (2, 0, i_2, i_3)$  entonces  $TT = (1, 0, 0, i_3)$
6.  $n_e == 0$  Si  $\wedge k == 2 \wedge TT = (2, i_1, 0, i_3)$  entonces  $TT = (1, 0, 0, i_3)$
7. Si  $n_e == 0 \wedge k == 2 \wedge TT = (2, i_1, i_2, 0)$  entonces  $TT = (1, 0, i_2, 0)$
8.  $n_e == 0$  Si  $\wedge k == 3$  entonces  $TT = (1, 0, i_2, i_3)$
9.  $n_e == 0$  Si  $\wedge k > 3$  entonces  $TT = (1, i_4, i_2, i_3, \dots)$
10. Si  $n_e > 0$  entonces  $n_e = n_e - 1$
11. Generar  $t_{Dt}$ ,  $t_D = t + t_{Dt}$

**Evento salida:**  $t_D < t_A$

1.  $t = t_D$
2.  $N_D = N_D + 1$
3.  $D[N_D] = t$
4.  $N_I = N_I + I[t_S]$

**Evento de arribo fuera de tiempo:**  $t_A > T$

1.  $t_A = \infty$

**Evento de cierre:**  $t_D < t_A \wedge t_A > T$

1.  $t = t_D$
2.  $N_D = N_D + 1$
3.  $D[N_D] = t$
4.  $N_I = N_I + I[t_S]$

## Obtención de resultados

Para esta seccion vamos a estar mostrando una serie de resultados obtenido a partir de la simulación. Para esto vamos a estar usando un formato de tabla para asi poder comprender mejor los resultados y poder realizar las comparaciones pertinentes.

Para la simulacion se empleo python usando la biblioteca simpy. En lo que sigue cada vez que mencionamos algun resultado, lo haremos indicando la semilla que se empleo en la biblioteca random de python.

Una primera simulación es la que se muestra a continuacion usando una semilla igual a 1.

Cliente	Servicio	LLegada	Vendedor	Espera	Taller	Espera	Salida
0	4	08:40	08:40	0	—:—	0	08:42
1	4	09:35	09:35	0	—:—	0	09:38
2	1	09:50	09:50	0	09:51	1	11:02
3	2	10:37	10:37	0	10:38	1	10:43
4	1	10:53	10:53	0	10:54	1	11:20
5	1	11:00	11:00	0	11:01	1	11:46
6	1	11:10	11:10	0	11:11	1	12:24
7	2	12:19	12:19	0	12:20	1	12:22
8	4	13:52	13:52	0	—:—	0	13:55
9	1	14:22	14:22	0	14:23	1	14:28
10	2	14:34	14:34	0	14:35	1	14:56
11	4	14:45	14:45	0	—:—	0	14:48
12	1	15:15	15:15	0	15:16	1	15:27
13	2	15:16	15:16	0	15:17	1	15:25
14	1	15:19	15:19	0	15:20	1	15:26
15	1	15:28	15:28	0	15:29	1	15:51

Total de Clientes: 16

Dinero recaudado: \$4400

Tiempo total de espera: 12 min

Ahora vamos a realizar el mismo analisis pero vamos a reducir la cantidad de empleados a 1 de cada tipo.

Cliente	Servicio	LLegada	Vendedor	Espera	Taller	Espera	Salida
0	4	08:40	08:40	0	—:—	0	08:42
1	4	09:35	09:35	0	—:—	0	09:38
2	1	09:50	09:50	0	09:51	1	11:02
3	2	10:37	10:37	0	10:38	1	10:43
4	1	10:53	10:53	0	10:54	1	11:20
5	1	11:00	11:00	0	11:02	2	11:47
6	1	11:10	11:10	0	11:20	10	12:33
7	2	12:19	12:19	0	12:20	1	12:22
8	4	13:52	13:52	0	—:—	0	13:55
9	1	14:22	14:22	0	14:23	1	14:28
10	2	14:34	14:34	0	14:35	1	14:56
11	4	14:45	14:45	0	—:—	0	14:48
12	1	15:15	15:15	0	15:16	1	15:27
13	2	15:16	15:16	0	15:17	1	15:25
14	1	15:19	15:19	0	15:25	6	15:31
15	1	15:28	15:28	0	15:29	1	15:51

Total de Clientes: 16

Dinero recaudado: \$4400

Tiempo total de espera: 27 min

Comparando estos dos resultados obtenidos podemos ver que los resultados son muy semejante, solo se diferencia en el tiempo de espera de los clientes, lo cual es un rasgo importante en este tipo de simulación, ya que se busca obtener un resultado optimo y que los clientes esperen el menor tiempo posible. De estos dos resultados podemos concluir que con un solo vendedor en el local, se puede satisfacer de manera igual los requerimientos. El problema se encuentra a la hora de esperar por los técnicos, ya que pasamos a tener 1 en vez de 3. Aquí es donde se genera todo el tiempo de espera de la simulación.

Ahora veamos una simulación para semilla igual a 2.

Cliente	Servicio	LLegada	Vendedor	Espera	Taller	Espera	Salida
0	1	08:00	08:00	0	08:01	1	08:21
1	1	08:47	08:47	0	08:48	1	08:56
2	1	08:53	08:53	0	08:54	1	09:25
3	1	09:20	09:20	0	09:21	1	09:57
4	2	09:30	09:30	0	09:31	1	09:35
5	2	09:38	09:38	0	09:39	1	09:52
6	2	09:39	09:39	0	09:40	1	10:00
7	1	09:40	09:40	0	09:41	1	09:42
8	2	09:42	09:42	0	09:43	1	09:45
9	1	09:59	09:59	0	10:00	1	10:28
10	1	10:10	10:10	0	10:11	1	10:46
11	2	10:44	10:44	0	10:45	1	10:45
12	4	10:57	10:57	0	—:—	0	11:01
13	2	11:08	11:08	0	11:09	1	11:15
14	4	11:12	11:12	0	—:—	0	11:15
15	2	11:32	11:32	0	11:33	1	11:38
16	2	11:32	11:32	0	11:33	1	11:39
17	2	12:08	12:08	0	12:09	1	12:36
18	1	12:16	12:16	0	12:17	1	12:21
19	2	12:17	12:17	0	12:18	1	12:26
20	2	12:30	12:30	0	12:31	1	12:46
21	3	12:32	12:32	0	12:33	1	12:41
22	2	12:38	12:38	0	12:39	1	13:09
23	1	12:52	12:52	0	12:53	1	12:56
24	3	12:56	12:56	0	12:57	1	12:58
25	1	13:22	13:22	0	13:23	1	13:27
26	2	13:45	13:45	0	13:46	1	13:59
27	3	13:56	13:56	0	13:57	1	14:14
28	1	14:06	14:06	0	14:07	1	14:27
29	4	14:20	14:20	0	—:—	0	14:22
30	1	14:29	14:29	0	14:30	1	14:31
31	1	14:35	14:35	0	14:36	1	14:44
32	1	14:35	14:35	0	14:36	1	15:01
33	1	15:31	15:31	0	15:32	1	15:33
34	4	15:38	15:38	0	—:—	0	15:42
35	1	15:50	15:50	0	15:51	1	15:52
36	1	15:53	15:53	0	15:54	1	16:00

Total de Clientes: 37  
Dinero recaudado: \$9050  
Tiempo total de espera: 33 min

Como podemos ver en este último resultado la simulación con la cantidad de empleados especificado en el problema es aceptable, ya que los clientes nunca esperan más de 1 min para realizar su servicio. Por ultimo vamos a realizar una simulación durante toda una semana(5 días), de lunes a viernes y cada dia de la semana va a ser el valor de la semilla que se va a usar. También se va a incluir el sabado, pero para este en particular solo en una jornada de 4h.

Día	Total clientes	Dinero recaudado	Tiempo de espera	Hora de cierre
1	16	\$4400	12 min	15:51
2	37	\$9050	33 min	16:00
3	27	\$7400	36 min	15:18
4	21	\$5050	63 min	15:56
5	28	\$6450	47 min	16:10
6	20	\$6350	15 min	11:55

## Conclusiones

Como se vieron en la discución de los resultados las simulaciones no siguen un patron fijo, la llegada de los clientes es muy variado. Como exige este tipo de simulacion una vez que el cliente entra a la tienda debe ser atendido, pero por lo general y con el numero de empleado que tiene, el tiempo de cierre comparado con el establecido no es muy diferntes. Por lo general todo los resultados son satisfactotios, las recaudaciones de fondos en el taller no son bajas y los tiempo de espera de los clientes no son muy elevados.

Como sugerencia y como se vio en algunos resultados es recomendable reducir el nuemro de vendedores del taller, ya que esto no implica cambios bruscos en los tiempos de espera de los clientes y de esta forma se optimiza los gasto dedicados al pago de los trabajadores. Pero aun asi la cantidad de trabajodres existentes no producen un cuello de botella en las colas de los diferentes servicios.