

Universidad de La Habana
Facultad de Matemática y Computación



Estimación del parámetro de contraste para el suavizado por Difusión Anisotrópica aplicado por regiones.

Autor: Elizabeth Hidalgo-Gato Maimó

**Tutores: Dra. Angela León Mecías
Lic. Daniel Mesejo León**

Trabajo de Diploma
presentado en opción al título de
Licenciado en Ciencia de la Computación



La Habana, Junio 2015

A mis padres, a Jean y a mi, por qué no?

Agradecimientos

Estos agradecimientos no están ordenados bajo ningún criterio, pero quiero comenzar por la persona que me alumbró para tomar este camino: Miguel Ángel Puig. A mi familia en especial a mis abuelas Pilar y Rosa, por sentir por mi un orgullo que no se si merezco y a Pimimi. Agradecida tienen que estar todas mis amistades por conocerme, pero hoy soy yo quien quiere hacerlo. Muchos agradecimientos sinceros a todos los profesores que han pasado por mi vida, desde todas las enseñanzas, mis escalones para subir aquí, pero en especial a mi evangelio vivo el mejor maestro de todos, mi papá, a él y a mi mami "la más entregada", decirles están en este párrafo por compromiso, porque no tengo con qué agradecer tanto y tanto. Agradezco a Salomón, más que nada por no haber sido mi oponente y a mis tutores Ángela y Daniel. A Mireille por su tiempo que se que es poco, y a todas su familia, que están incluidos en las gracias a la familia porque eso son para mi. A todos los que creyeron que se quedaron fuera en esta ocasión gracias.

En cláusula aparte y especialmente agradecida a Jean, para ti, así sin más palabras.

Opinión del tutor

Sobre el trabajo de Diploma *“Estimación del parámetro de contraste para el suavizado por difusión anisotrópica aplicado por regiones”*, de la estudiante Elizabeth Hidalgo-Gato Maimó en opción al título de Licenciado en Ciencia de la Computación.

El trabajo que hoy se presenta es uno de los 8 que por estos días se defienden en nuestra facultad en el campo del procesamiento y análisis de imágenes médicas, específicamente de mamografías. Las mamografías son usadas para ayudar en el diagnóstico precoz del cáncer de mama, de ahí la importancia de contar con imágenes de buena calidad, lo cual se traduce en imágenes donde los médicos puedan visualmente detectar posibles anomalías. A Elizabeth al igual que a Laura, Mónica, Ceily, Liset, Bárbara, Damián, Alberto (los menciono a todos y así cuando pasen los años los recuerdas) la conocimos cuando impartimos el curso de Análisis Numérico en el tercer año de la carrera. En cuarto año se sumó al grupo de estudiantes que asistieron al curso optativo sobre procesamiento de imágenes y en ese momento entendí que alguna inclinación sentía por este tema por su entusiasmo en la búsqueda de imágenes médicas para la presentación de los trabajos orientados en el curso. Sin embargo cuando se hizo la propuesta de los posibles temas de tesis, su elección no fue inmediata, pero como dice el dicho no van lejos los de adelante si los de atrás corren bien. A Elizabeth le propusimos investigar y desarrollar una idea que nos había sido recomendada en un evento donde se habían presentado algunos resultados sobre la estimación del umbral del gradiente. Este es un parámetro que dentro del coeficiente de difusión contribuye a elegir en qué regiones de la imagen se equilibran con más intensidad los tonos de grises y en que regiones no. Se le dijo: Elizabeth se necesita subdividir la imagen de alguna manera para luego aplicar la difusión. El tiempo pasaba, Elizabeth revisaba la bibliografía y compartía las ideas y cuando la desesperación estaba por aparecer, después de uno de esos intercambios con el cotutor Daniel, Elizabeth un poco temerosa nos trae una propuesta concreta basada en la segmentación

por superpíxels algo de lo que la tutora principal de este trabajo todavía tiene que aprender. El resultado de esa propuesta fue materializado en el trabajo que hoy se presenta, donde no solo se cumplieron los objetivos trazados sino que se hizo una modificación interesante al algoritmo KMMC previamente desarrollado en el grupo de Matemática Numérica, algo en lo que no habíamos pensado. En nuestros encuentros de trabajo se rompía la monotonía y el silencio cuando llegaba Elizabeth siempre con una noticia nueva, algún nuevo atuendo o haciéndole alguna broma a Mónica. Elizabeth en el camino a cumplir su sueño de ser una Cibernética que trabaje para Victoria Secret ha trabajado con mucha independencia y perseverancia. Consideramos que el trabajo realizado es excelente.

Dra. Ángela Mireya León Mecías
Lic. Daniel Alejandro Mesejo León
29 de mayo de 2015

Índice general

Introducción	2
1. Difusión	5
1.1. El Operador Gradiente Discreto	6
1.2. Difusión Isotrópica	7
1.3. Difusión Anisotrópica	8
1.3.1. Coeficiente de difusión	9
2. Selección del parámetro de contraste k.	11
2.1. Método de Partición y Ajuste o KMMC	11
2.2. SuperPíxel	15
2.2.1. Simple Liner Iterative Clustering <i>SLIC</i>	15
2.3. KMMC nueva versión KMMC2	16
2.3.1. Problemas de KMMC	16
2.3.2. KMMC ajustado al problema <i>KMMC2</i>	18
2.4. Ajuste Local vs. Global	21
2.5. Algoritmo <i>DA-KMMC2</i>	22
3. Experimentación	26
3.1. Medidas de Calidad	26
3.2. Experimentación	28
3.2.1. Discusión de los Resultados	34
Conclusiones	35
Recomendaciones	36
Bibliografía	37

Resumen

En el procesamiento de imágenes, la segmentación es mayormente utilizada como método de detección de regiones, siendo usual que necesite de un preprocesamiento de la imagen que depende de lo que posteriormente se proponga lograr con dicha segmentación. El modelo matemático de difusión anisotrópica, representa la base teórica de este trabajo.

La propuesta consiste en hacer el proceso inverso, se pudiera decir, ya que la primera fase será particionar la imagen mediante una segmentación compuesta por superpíxeles, para aplicar luego el suavizado basado en la difusión anisotrópica en cada una de las subregiones obtenidas por la segmentación. Para determinar el parámetro que representa el umbral del gradiente en la función del coeficiente difusión, se propone una nueva versión del algoritmo KMMC.

Introducción

Desde su surgimiento, la mejora digital de imágenes se ha convertido en una rama de la computación de profunda investigación e incertidumbre, dado que ninguno de los métodos conocidos hasta el momento funcionan de manera universal para lograr un mejoramiento en todas las imágenes. La primera causa resulta de la existencia de muchísimos tipos de imágenes que, incluso dentro de un mismo grupo, no siguen siquiera patrones similares. Otra causa es que el objetivo del procesamiento no siempre es el mismo; pudiera ser cambios en el color o textura, detección de regiones de interés o, como en este caso suavizado, por mencionar algunos.

En el campo de mejoramiento de imágenes (eliminación de ruido, realce de determinadas características), uno de los filtros clásicos es el Gaussiano, del cual se derivan otras técnicas de filtrado como la que se usará en este trabajo: la Difusión Anisotrópica. Su origen está en la década del 90 del pasado siglo XX, donde Pietro Perona y Jitendra Malik [15] exponen este nuevo modelo de difusión no lineal, basado en la ecuación de difusión del calor, suavizando la imagen sobre la base del espacio multiescala y conservando los bordes de la imagen original a diferencia de las técnicas lineales que lo preceden como la difusión isotrópica.

El rasgo distintivo de la difusión anisotrópica, que la hace tan innovadora, es la introducción de un coeficiente de difusión que depende de las características de la imagen, el cual ha sido y es objeto de estudio. Existen diversas formas de tomar esta función, ver [7], debido a que no existe un método universal para reparar todas las imágenes. Más bien la rama del mejoramiento de imágenes, puede calificarse como una ciencia basada en estadísticas recogidas por medidas de calidad, que son aplicadas a los resultados obtenidos de los distintos filtrados y se clasifican dependiendo del tipo de mejora que se pretenda evaluar.

La difusión anisotrópica resulta toda una cadena de dependencia: la difusión depende de un coeficiente que es el que regula la intensidad de la difusión y este a su vez de un valor llamado parámetro de contraste o um-

bral del gradiente. Este nuevo parámetro hace que la investigación en la búsqueda de una función que represente el coeficiente de difusión que más se ajuste a una imagen, resulte avismalmente más amplia, por lo que existen variadísimas formas de tomar este valor; dentro de los más famosos están: la p-norma [19] y el noise - estimator, [15], [19], que intentan obtener el valor requerido a través de información de la imagen. Dentro de este gran árbol de combinaciones posibles de funciones para el coeficiente de difusión y para el umbral del gradiente; el objetivo de este trabajo es considerar como coeficiente de difusión una de las expresiones propuesta por Perona-Malik en [15], la que involucra la función exponencial y para esta proponer una modificación al algoritmo KMMC de estimación del parámetro de contraste k , desarrollado en [6]. El algoritmo KMMC fue probado en imágenes naturales y en imágenes de la ADUANA, con buenos resultados, sin embargo en experimentaciones preliminares realizadas en imágenes de mamografía, su comportamiento no ha sido el esperado, razón por la cuál se ha pensado en la realización de una variante, que se adaptara mejor a las mamografías.

Cuando se hace una revisión bibliográfica sobre los algoritmos de segmentación, se encuentra que estos son aplicados fundamentalmente para reconocimiento de patrones, detección de regiones de interés, etc, ver [12], [5], [3]. Generalmente vienen acompañados de un preprocesamiento de la imagen. En este trabajo se propone un algoritmo de segmentación para obtener una partición de la imagen sobre la cual se aplicará un algoritmo de suavizado.

La génesis de la motivación del tema en cuestión proviene del económicamente costoso y perjudicial a la salud análisis de mamografía. Prueba que emite radiaciones que no son de beneficio a la salud del paciente que se le aplica, sin embargo las anomalías que detecta resultan peores de lo que esta radiación puede provocar. Lo ideal sería poder tomar una sola vez las muestras necesarias, pero por desgracia no siempre quedan como se espera y es imprescindible repetir el examen, lo que aumenta el costo monetario y el riesgo al paciente, a lo que la técnica de suavizado que se sugiere anhela dar respuesta con una posible herramienta de ayuda a la mejora de mamografías.

La esperanza que se tiene en esta difusión no lineal para lograr los objetivos trazados está basada en la historia de su utilización [20] y resultados en aplicaciones de resaltar texturas como las huellas digitales, visualización de características relevantes en control de calidad asistido por computadoras, y por ser uno de los métodos más empleados y destacados en la mejora de diversas categorías de imágenes médicas.

La meta que se intenta alcanzar es una difusión anisotrópica aplicada por segmentos, que utilizando una nueva versión del algoritmo KMMC, para intentar hallar un valor aceptable del umbral del gradiente, retorne una imagen con mayor calidad de visualización respecto a la nitidez y a la recuperación de los bordes.

En el Capítulo 1, se expondrá el funcionamiento del modelo de difusión y todo lo que necesita para efectuarse, como una aproximación del gradiente y en el caso de la difusión anisotrópica, una función de coeficiente. El Capítulo 2 explicará el algoritmo para calcular el umbral del gradiente, iniciando por el método KMMC; como este se efectuaría por regiones, se muestra posteriormente como estos segmentos serán obtenidos. Los problemas de aplicar KMMC por particiones, siguen a continuación para enseñar por qué no se puede aplicar por regiones; la muestra de estos problemas abre paso a la presentación del nuevo algoritmo propuesto como solución, el cual versiona el KMMC. Al finalizar este capítulo se diseña el algoritmo completamente con difusión, segmentación y el nuevo KMMC2. Se efectuarán en el Capítulo 3 las experimentaciones con las imágenes de mamografía y un análisis de los resultados obtenidos.

Capítulo 1

Difusión

El concepto de difusión tomado de la física se refiere a un proceso que equilibra las diferencias de concentración, sin crear o destruir masa, solo transportándola; intuitivamente se trata de emparejar. En el campo de la física, la ecuación de difusión que se estará usando (1.1) es muy popular por describir disímiles procesos de transportación, uno de los más famosos es la transferencia del calor, por lo que (1.1) es bien conocida como ecuación del calor. Adaptando este efecto al procesamiento de imágenes identificamos la concentración con los valores de intensidad de gris de los píxeles de la imagen $I_{x,y}$.

$$\begin{cases} \frac{\delta I}{\delta t} = \text{div}(c \nabla(I_{x,y}(t))) \\ I_{x,y}(0) = I_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Siendo div el operador de divergencia. En la ecuación (1.1) establece que el gradiente de concentración $\nabla(I_{x,y}(t))$ causa un flujo $\frac{\delta I}{\delta t}$ el cual tiene como objetivo compensar la diferencia de concentración que pueda causar el gradiente. Esta relación está descrita por c , donde c representa la cantidad de flujo o emparejamiento de la imagen.

Notable es también la presencia del parámetro t , que es consecuencia de que la difusión pertenezca al conjunto de los filtros del espacio multiescala. La idea esencial el espacio multiescala [15] consiste en que a partir de la imagen original I_0 se generan iterativamente una familia de imágenes $I_{x,y}(t)$, donde a mayores valores del *escala* o *espacio de escala* t corresponden imágenes de peor resolución, que son una simplificación gradual de la imagen original. Se puede inferir que la difusión es un proceso iterativo donde t es la cantidad de iteraciones y $I_{x,y}(t+1)$ es obtenida a partir de

$I_{x,y}(t)$, que representa la intensidad de gris del píxel (x, y) en la t -ésima iteración del proceso de difusión. Se demuestra en [20] que el promedio de las intensidades de una imagen en escala de grises no varía con el aumento de la escala. Lo que reafirma la difusión como efecto de homogeneizar o distribuir.

1.1. El Operador Gradiente Discreto

Las imágenes digitales se representan mediante funciones bidimensionales que describen la intensidad de iluminación en cada punto o píxel.

Los píxeles de borde son aquellos donde se localiza un cambio brusco en el nivel de gris, es decir, donde se encuentra una mayor variación en la intensidad, que en el lenguaje matemático, significa grandes magnitudes del gradiente $\|\nabla I\|$.

Las imágenes digitales se encuentran en un dominio discreto, por lo cual el operador gradiente a usar se deriva del continuo conocido [16], entonces se requiere de una buena aproximación en su forma discreta. Hay muchas variantes para suplir esta necesidad de estimación. Si se asume la diferenciabilidad de la función $I(x, y)$ y utilizando el concepto de diferencial, nos conduce al uso de la aproximación:

$$I(X + \vec{h}) - I(X) \approx \frac{\delta I}{\delta x} h_1 + \frac{\delta I}{\delta y} h_2 \quad (1.2)$$

donde $\vec{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$ representa el vector incremento y $X = (x_0, y_0)$

Suponiendo que se desea aproximar $\frac{\delta I}{\delta x}$ en el punto $X = (i, j)$ entonces una visualización de los píxeles vecinos del píxel $X = (i, j)$ entre muchos a utilizar pudieran ser:

$$\begin{bmatrix} I_{i-1,j-1} & I_{i,j-1} & I_{i+1,j-1} \\ I_{i-1,j} & I_{i,j} & I_{i+1,j} \\ I_{i-1,j+1} & I_{i,j+1} & I_{i+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Donde $I_{i,j}$ simboliza la intensidad de gris del píxel posicionado en (i, j) .

Usando esta opción de aproximación por diferencias espaciales, basado en [14], la estimación del gradiente, se hará usando cuatro componentes direccionales: norte, sur, este y oeste:

$$\nabla_N(I_{x,y}) = I_{x,y-1} - I_{x,y} \quad (1.4)$$

$$\nabla_S(I_{x,y}) = I_{x,y+1} - I_{x,y} \quad (1.5)$$

$$\nabla_E(I_{x,y}) = I_{x-1,y} - I_{x,y} \quad (1.6)$$

$$\nabla_W(I_{x,y}) = I_{x+1,y} - I_{x,y} \quad (1.7)$$

Es importante conocer la existencia de otros tipos de aproximaciones, que usualmente se diferencian en la toma de los píxeles vecinos; alguna de las más conocidas son Sobel y Prewit[6].

Con esto se puede arribar a la conclusión:

$$\frac{\delta I}{\delta t} = I(t+1) - I(t) \quad (1.8)$$

1.2. Difusión Isotrópica

Isotrópico: es la característica de los cuerpos cuyas propiedades físicas no dependen de la dirección en que son examinadas. Es decir, se refiere al hecho de que ciertas magnitudes vectoriales, dan resultados idénticos con independencia de la dirección escogida para dicha medida.

En el ámbito de la difusión en el procesamiento de imágenes este concepto se interpreta como que todos los píxeles son tratados de igual manera, sin tomar en cuenta características, la cual en este caso puede ser: la variación de la intensidad, el gradiente. Hecho que trae consigo que no se mantengan los rasgos importantes de la imagen original. Se define matemáticamente la difusión isotrópica como (1.1) donde: c es constante.

$$\text{div}(c\nabla(I_{x,y}(t))) = c\Delta I + \nabla c \nabla I \quad (1.9)$$

$$= c\Delta I \quad (1.10)$$

(1.9) muestra como la razón de esta distorsión espacial es sencilla: la difusión isotrópica no respeta la frontera natural de los objetos. Ha sido un resultado clásico en la literatura,[16], demostrar el efecto contraproducente que esta difusión posee, sucediendo que a mayores valores del parámetro de escala t , corresponden imágenes más difusas, lo cual es evidenciado en la figura (1.2) donde el suavizado interregional ocurre primero que el intraregional (la esfera se mezcla antes con el fondo que con su interior).

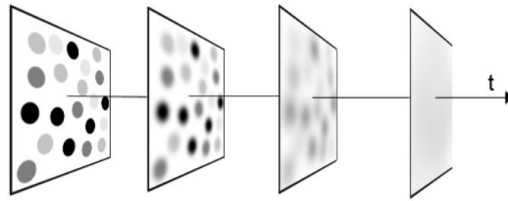


Figura 1.1:

1.3. Difusión Anisotrópica

A sabiendas de las limitaciones de la difusión isotrópica presentada con anterioridad, Perona y Malik presentan un algoritmo en [15] que remueve el ruido manteniendo las características de borde. Los autores proponen hacer el suavizado en el interior de cada región de la imagen, delimitada por los bordes y no suavizar a través de ellos. Lo que queda plasmado en tres principios fundamentales que esta nueva difusión deberá cumplir:

1. Causalidad: No se deben generar nuevas características al pasar de escalas menores a mayores escalas.
2. Localización inmediata: A medida que aumente la escala, las fronteras deberán ser más nítidas y coincidir con las fronteras verdaderas.
3. Suavizado por partes: En todas las escalas el suavizado intrarregional debe ocurrir con prioridad ante el suavizado interregional (debe ocurrir primero dentro de la esfera).

La peculiaridad de la difusión isotrópica que provoca los pésimos resultados está en el coeficiente de difusión constante c que posee. Para ser arreglado esto, se debe lograr una variación de c que cumpla con los principios planteados. La idea del algoritmo está basada en sustituir c en (1.1) por una función $c_{x,y}(t)$:

$$\frac{\delta I}{\delta t} = \text{div}(c_{x,y}(t) \nabla(I_{x,y}(t))) \quad (1.11)$$

De (1.8) y tomando las discretizaciones del operador Laplaciano (1.4), (1.6), (1.5), (1.7) se obtiene la estimación:

$$I_{x,y}(t+1) = \frac{\delta I}{\delta t} + I_{x,y}(t) \quad (1.12)$$

$$= \text{div}(c_{x,y}(t) \nabla(I_{x,y}(t))) + I(t) \quad (1.13)$$

$$= c_{x,y}(t) \Delta I + \nabla c_{x,y}(t) \nabla I + I(t) \quad (1.14)$$

$$= (cN_{x,y} \nabla_N(I) + cS_{x,y} \nabla_S(I) \quad (1.15)$$

$$+ cE_{x,y} \nabla_E(I) + cO_{x,y} \nabla_O(I)) \lambda + I_{x,y}(t) \quad (1.16)$$

Donde $cN_{x,y}$, $cE_{x,y}$, $cS_{x,y}$, $cO_{x,y}$ se refiere a los valores de $c_{x,y}(t)$ para los gradientes (1.4), (1.6), (1.5) y (1.7) respectivamente. Se define $0 < \lambda < \frac{1}{4}$ en [15], [14] para conservar la estabilidad numérica del esquema de solución.

El deseo es llevar a cabo el suavizado dentro de regiones, con preferencia sobre el suavizado a lo largo de sus fronteras. Pensando en hacer $c_{x,y}(t) = 1$ en el interior de cada región y en sus fronteras $c_{x,y}(t) = 0$. El suavizado tendrá lugar separadamente en cada región sin interacción alguna entre ellas, además de hacer los bordes más nítidos.

1.3.1. Coeficiente de difusión

La difusión anisotrópica tiene la naturaleza de preservar los bordes y a su vez homogeneizar otras partes de la imagen, de ahí su vínculo con la detección de bordes. La función que impide el suavizado de los bordes es el coeficiente de difusión.

La esencia de la difusión anisotrópica y lo que la hace tan eficiente en su resultado en el suavizado y la preservación de bordes es la forma en la que es tomado el coeficiente de difusión $c_{x,y}(t)$.

Se precisa de una expresión de coeficiente que difumine bastante las regiones de la imagen que no sean de bordes y que lo impida en el caso de las que sí lo sean. Por lo tanto, la selección de dicha función es uno de los pasos más críticos y distintivos que posee la difusión anisotrópica.

Conociendo que $\|\nabla I\|$ nos indica la variación de intensidad en cada píxel y que los valores de cambios más bruscos en la imagen o sea los bordes, son mayores que el resto, se precisa de una función $c_I = g(\|\nabla I\|)$ que cumpla con los requisitos siguientes[16]:

1. $g(x)$ decreciente.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$$

La condición 1 asegura el suavizado isotrópico en regiones de similar intensidad, mientras que las condiciones 2 y 3 preservan los bordes.

Muchos de los coeficientes usados obedecen a las dos primeras propiedades sin embargo no todas obedecen la tercera propiedad.

La función de coeficiente escogida para el desarrollo de este trabajo, fue seleccionada entre varias propuestas de Perona y Malik en [7], [15] y su expresión es:

$$c_{x,y} = e^{-[\frac{\|\nabla I_{x,y}\|}{k}]^2}, \quad (1.17)$$

(1.17) muestra que en aquellas zonas de la imagen donde $\|\nabla I\| > k$ son consideradas como bordes, entonces el proceso de difusión tiene un menor efecto, por tanto los bordes son preservados y el coeficiente posee un ínfimo valor; en el caso donde $\|\nabla I\| < k$ el coeficiente es mayor y por lo tanto el efecto del difuminado es más fuerte puesto que se trata de regiones que no son bordes; por lo que k es un parámetro de contraste o umbral del gradiente.

La inclusión de este parámetro en la función que define al coeficiente da lugar a una familia monoparamétrica de coeficientes. Esta idea precisamente tiene que ver con el hecho de que en cada imagen que se va obteniendo durante el proceso de difuminado hay una variación en las magnitudes de los gradientes de los píxeles, por lo que el coeficiente debe de ajustarse a este cambio para mantener su semántica. Este cambio se logra con un nuevo valor para el parámetro de contraste en cada iteración de la ecuación de difusión.

Las operaciones de difusión usando (1.17) tienen la habilidad de hacer nítidos los bordes y no es costoso computacionalmente, sin embargo, este coeficiente es muy sensible al ruido. Además se ha demostrado en [16] que puede llevar a difusiones mal planteadas o una pequeña perturbación en los datos puede causar un cambio significativo en el resultado final.

De todo lo antes mencionado se desprende que el comportamiento del coeficiente de difusión es sensible a la elección del parámetro k ; por lo que es de vital importancia contar con métodos que realicen una correcta estimación de este, entendiéndose por “correcto” aquel k que permita un difuminado donde se preserven los bordes. Con este objetivo, posteriormente se abordará el tópico sobre obtención del umbral del gradiente k .

Capítulo 2

Selección del parámetro de contraste k .

En el anterior capítulo se observa la necesidad de tomar un valor del umbral del gradiente k , que se corresponda a las exigencias del coeficiente de difusión para alcanzar la pretensión de la difusión anisotrópica (Suavizado con preservación de los bordes).

Entre las disímiles maneras encontradas en la literatura[19],[15], acerca de la obtención del parámetro en cuestión, se encuentra: el Método de Partición y Ajuste [6], como otra forma de hallar un valor al umbral k tomando como primicia algunas de las características de la imagen a procesar.

2.1. Método de Partición y Ajuste o KMMC

El Método de Partición y Ajuste presentado en [6] parte de la idea de particionar el conjunto P de píxeles de la imagen en tres conjuntos disjuntos P_1 , P_2 y P_3 , mediante el método de agrupamiento K-Means, de los cuales se determinarán los pares de puntos que serán usados para aproximar el parámetro de contraste k mediante un ajuste de la curva que define (1.17) por aproximación Mínimo Cuadrática; de ahí las siglas que definen su nombre: K-Mean Mínimo Cuadrática (KMMC).

K-means o K-medias es un método de aprendizaje no supervisado que agrupa los objetos $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de un conjunto en K clases diferentes $\{C_1, C_2, \dots, C_K\}$ de forma tal que minimice $\sum_{i=1}^K \sum_{x_j \in S_i} d(x_j, u_i)^2$ donde:

- S_i : subconjunto de objetos pertenecientes a la clase C_i
- u_i : media o centroide de S_i :
- $d(x, y)$: distancia entre dos objetos x e y

La idea del funcionamiento de K-Means se implementa de la siguiente manera:

1. Seleccionar K medias o centroides iniciales.
2. Cada elemento se asigna al grupo cuyo centroide sea más cercano.
3. Se recalculan los centroides de cada conjunto.
4. El proceso es repetido desde el paso 2, hasta llegar a un criterio de parada escogido, entre los posibles está limitar la cantidad de iteraciones o detenerse cuando ningún objeto cambie de grupo.

Aplicando este algoritmo al problema presentado tenemos que P es el conjunto de los valores de variación de intensidad de los píxeles de la imagen, con el objetivo de obtener 3 subconjuntos de la forma que sigue:

- P_1 : subconjunto de píxeles que no pertenecen a los bordes de la imagen (los de menor valor del gradiente).
- P_3 : subconjunto de píxeles que pertenecen a los bordes de la imagen (los de mayor valor del gradiente)
- $P_2 = P - (P_1 \cup P_3)$: subconjunto de píxeles que no se conoce con seguridad si los píxeles que se encuentran en este conjunto pertenecen o no a los bordes de la imagen.

Se define K-means para $K = 3$ y las medias iniciales para los subconjuntos P_1 , P_3 y P_2 , que son precisamente las tres clases en las que se van a agrupar los píxeles de la imagen, vienen dado respectivamente por:

$$menor = \min \left\{ \|\nabla I\|_{(x,y)} : (x,y) \in P \right\} \quad (2.1)$$

o sea el menor valor entre todos los valores variación de intensidad de los píxeles de la imagen.

$$mayor = \max \left\{ \|\nabla I\|_{(x,y)} : (x,y) \in P \right\} \quad (2.2)$$

o sea el mayor valor entre todos los valores variación de intensidad de los píxeles de la imagen.

$$medio = \frac{menor + mayor}{2} \quad (2.3)$$

Una vez particionado P están creadas las condiciones para encontrar el umbral del gradiente k , que define la curva que representa el coeficiente de difusión, que mejor se ajusta a las condiciones de los subconjuntos P_1 , P_2 y P_3 .

Sean i_{21} e i_{31} los menores valores en magnitud del gradiente de los píxeles pertenecientes a los subconjuntos P_2 y P_3 respectivamente. Para controlar la intensidad del difuminado se definen dos umbrales $upbd$ y $upbf$, de preservación de bordes débiles y preservación de bordes fuertes respectivamente. Estos umbrales son en realidad los valores del coeficiente de difusión (1.17) que se quisieran hacer corresponder a los valores del gradiente de intensidad i_{21} e i_{31} .

Los píxeles en P_3 que son de bordes fuertes se difuminan con intensidad menor que $upbf$ y los píxeles de bordes débiles se difuminan con intensidad menor que $upbd$; por consiguiente el umbral $upbf$ debe tomarse bien cercano a 0, pues el subconjunto de píxeles de P_3 deben preservarse, ya que pertenecen a los bordes fuertes de la imagen. Por otra parte, la selección del umbral $upbd$ debe realizarse tomando información de la imagen, no obstante esto resulta una tarea muy complicada, requiere de una experimentación en un tipo de específico de imagen, para llegar a un valor resultante de una estadística.

Teniendo los puntos $(i_{21}, upbd)$ y $(i_{31}, upbf)$, el parámetro de contraste k será obtenido mediante una aproximación Mínimo Cuafrática de la función de coeficiente (1.17), denotándola como $F(x)$ queda:

$$F(x) = e^{-[\frac{x}{k}]^2} \quad (2.4)$$

Siendo $\|\nabla I_{x,y}\| = x$

El problema de ajuste Mínimo Cuadrático se define como:

$$\|f - \hat{F}\|_2 = \min_F \|f - F\|_2 \quad (2.5)$$

Para efectuar (2.5) se linealiza (2.4) aplicando $\ln F(x)$ de donde:

$$G = \ln F(x) = -\left[\frac{x}{k}\right]^2 \quad (2.6)$$

$$S = \|\ln f - G\|_2 \quad (2.7)$$

$$\|\ln f - G\|_2 = \min \sum_{i=1}^n \left[\ln f(x_i) - \left(-\frac{x_i^2}{k^2}\right) \right]^2 \quad (2.8)$$

Sea $n=2$

$$S = \left(\ln f(x_1) + \frac{x_1^2}{k^2} \right)^2 + \left(\ln f(x_2) + \frac{x_2^2}{k^2} \right)^2 \quad (2.9)$$

$$\frac{\delta S}{\delta k} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\delta S}{\delta k} = 2 \left(\ln f(x_1) + \frac{x_1^2}{k^2} \right) \left(\frac{2x_1^2}{k^3} \right) \quad (2.11)$$

$$+ 2 \left(\ln f(x_2) + \frac{x_2^2}{k^2} \right) \left(\frac{2x_2^2}{k^3} \right) \quad (2.12)$$

$$0 = \left(\ln f(x_1) + \frac{x_1^2}{k^2} \right) (x_1^2) + \left(\ln f(x_2) + \frac{x_2^2}{k^2} \right) (x_2^2) \quad (2.13)$$

$$0 = \ln f(x_1)x_1^2 + \ln f(x_2)x_2^2 + \frac{x_1^4}{k^2} + \frac{x_2^4}{k^2} \quad (2.14)$$

$$-\frac{x_1^4 + x_2^4}{k^2} = \ln f(x_1)x_1^2 + \ln f(x_2)x_2^2 \quad (2.15)$$

$$k^2 = \frac{-(x_1^4 + x_2^4)}{\ln f(x_1)x_1^2 + \ln f(x_2)x_2^2} \quad (2.16)$$

$$k = \sqrt{\frac{-(x_1^4 + x_2^4)}{\ln f(x_1)x_1^2 + \ln f(x_2)x_2^2}} \quad (2.17)$$

Sustituyendo $x_1 = i_{21}$, $f(x_1) = upbd$ y $x_2 = i_{31}$, $f(x_2) = upbf$ la expresión final por la cual se aproxima k es:

$$k = \sqrt{\frac{-(i_{21}^4 + i_{31}^4)}{\ln(upbd)i_{21}^2 + \ln(upbf)i_{31}^2}} \quad (2.18)$$

Para tener una representación visual del ajuste se tiene (2.1)

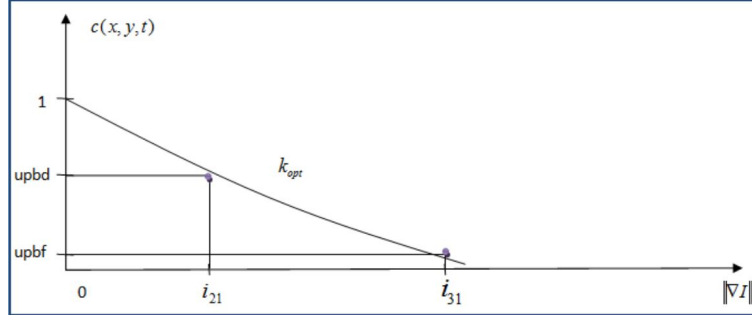


Figura 2.1:

2.2. SuperPíxel

En los últimos tiempos la aplicación de Superpíxel (ver [3]) en el campo de la visión por computadora ha ido en ascenso, convirtiéndose en una de las técnicas más usadas para la segmentación de imágenes y la localización de objetos, [9]. Los Superpíxeles pueden ser considerados una funcionalidad básica para computar características locales de una imagen.

Las técnicas de superpíxel reducen enormemente la complejidad de procesar las subsecuencias de una imagen, haciéndolo con mayor agilidad. Producen segmentaciones de alta calidad, son fáciles de usar y se adhieren bien a los límites de la imagen, por lo que resultan de mayor utilidad.

Estos algoritmos son categorizados en dos grupos: basado en grafos y ascenso del gradiente.

Desafortunadamente no todas las estrategias de superpíxel cumplen con cada una de estas especificidades, como se ve en [4]. Se propone hacer uso de uno que resulta más completo que el resto de los algoritmos de superpíxel: *Simple Linear Iterative Clustering (SLIC)*.

2.2.1. Simple Linear Iterative Clustering SLIC

SLIC, ver[4], se encuentra dentro del conjunto de los métodos basados en ascenso del gradiente, estos poseen la peculiaridad de comenzar con una aproximación burda de grupos (*clusters*), los cuales al paso de las iteraciones del algoritmo se van refinando hasta converger a una buena segmentación; cada uno de estos grupos finales son los denominados superpíxeles (como un conjunto de píxeles contiguos que forman uno grande).

SLIC adapta al ya mencionado método de aprendizaje K-Means, para

generar eficientemente los superpíxeles de la imagen. Por defecto es asumible que solo depende de un parámetro, el mismo que su algoritmo base K-Means el k que define la cantidad de superpíxeles aproximadamente de igual tamaño en que se desea particionar la imagen.

El orden de complejidad de *SLIC* es $O(N)$, mientras K-Means es $O(kNi)$ donde N es el número de píxeles en la imagen e i es la cantidad de iteraciones de K-Means. Esto se debe a que *SLIC* a diferencia, limita el espacio de búsqueda de cada grupo a regiones de $2S \times 2S$ alrededor del píxel central, donde $S = \sqrt{\frac{N}{k}}$; lo que hace que el tamaño de cada superpíxel sea cercano a $S \times S$ y que la complejidad del algoritmo no dependa del número de superpíxeles o grupos (k).

Para determinar la pertenencia a un grupo, se define D como la métrica entre dos píxeles, que combina la cercanía respecto a la posición d_s y d_c referente a la proximidad de la intensidad de color. Se denotan:

$$d_s = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (2.19)$$

$$d_c = \sqrt{(l_j - l_i)^2} \quad (2.20)$$

$$D = \sqrt{\left(\frac{d_s}{N_s}\right)^2 + \left(\frac{d_c}{N_c}\right)^2} \quad (2.21)$$

donde (x, y) y l representan las posiciones espaciales de los píxeles y la intensidad del color (en escala de grises) respectivamente. Con el objetivo de lograr la consistencia de los segmentos, para que en imágenes de grandes dimensiones no se le preste mayor importancia a la distancia espacial que al color, se define N_s como la mayor distancia espacial (S) y N_c como la mayor diferencia de color, con la idea de normalizar la medida D , ver en [4].

En lo adelante en cada ocasión que se haga alusión a región, segmento, subimagen o superpíxel; entiéndase que son obtenidas a través de la técnica recién explicada *SLIC* sobre la imagen original que se desea procesar. Ver (2.2)

2.3. KMMC nueva versión KMMC2

2.3.1. Problemas de KMMC

En el algoritmo KMMC se plantea realizar una partición según K-Means donde se hace evidente la existencia de un menor (2.1) y un mayor (2.2) valor de variación de intensidad de los píxeles en una imagen; visualizando

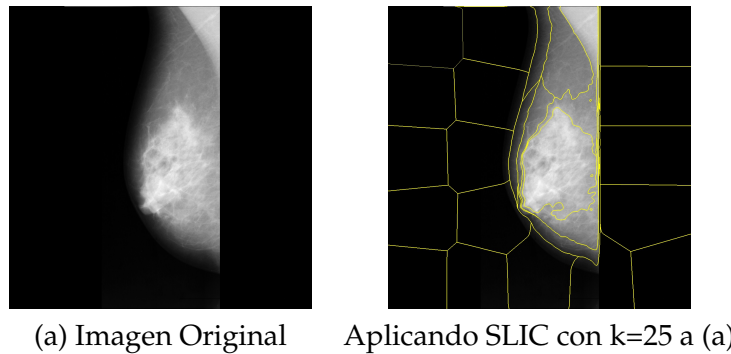


Figura 2.2: Ejemplo de SLIC

un poco este suceso, como recurso se puede pensar que en la mayoría de las imágenes se puede encontrar “tonos” claros y otros más oscuros. Se perciben otros “tonos” más oscuros que el más claro y más claro que el más oscuro, cuyos valores son representados en el algoritmo KMMC mediante el promedio de las intensidades extremas (2.3). (Debe quedar claro al lector que no se trata realmente de la tonalidad del color si no de intensidad del cambio de tonalidad, variación de intensidad o valor del gradiente, lo expuesto es simplemente un recurso metodológico para mejor comprensión.)

Es clara la idea de KMMC de buscar intensidades intermedias para aproximar la función y lograr que los valores en ese rango sean medianamente difuminados. Nótese que el promedio (2.3) pedagógicamente explica muy bien lo que se intenta hacer, pero NO tiene por qué ser un valor del gradiente perteneciente a la imagen, ni estar cerca de los valores de variación de intensidades “medias” que si existen, por lo que puede suceder que el grupo cuyo centroide es la media (2.3) sea vacío.

Normalmente en las imágenes comunes esto debe ocurrir con poca frecuencia porque la mayoría posee bastante contraste y hay mucha variación en las intensidades de los píxeles; pero en el problema en cuestión la imagen a la que KMMC será aplicado es un segmento; entonces puede ocurrir que este superpíxel posea la característica de que todos los píxeles que lo componen tengan valores de gradiente semejantes, ya sea porque el segmento es un borde de una misma zona y sus valores sean iguales y diferentes de cero, o debido a que es una región entera de un mismo color y sus valores de variación son cero, o sencillamente que no existen valores que se hallen en una vecindad más cercana al promedio que al máximo o

el mínimo, que significa:

$$\nexists p \in \nabla I : \|medio - p\| < \min(\|max(\nabla I) - p\|, \|min(\nabla I) - p\|) \quad (2.22)$$

2.3.2. KMMC ajustado al problema KMMC2

En vista del inconveniente de KMMC, se propone una modificación del mismo, la cual pretende preservar la idea central de KMMC en su estrategia de Partición y Ajuste.

- La primera transformación viene a solucionar la posibilidad de que la partición agrupada por el valor de la media (2.3), que KMMC define como P_2 , se encuentre vacía.

En esta versión se efectuará K-Means para $K=2$, lo que significa que solo se realizarán dos particiones del conjunto de las variaciones de intensidad de los píxeles de la imagen P , denotadas como G_1 y G_2 , que serán agrupadas inicialmente por el valor mínimo (2.1) y el máximo (2.2) respectivamente.

Se hace notar el hecho de que al menos existe un valor que pertenece a cada uno de estos grupos.

- Otro cambio notable realizado está en la forma de escoger de estas particiones, los valores de variación de intensidad con que posteriormente se ajustará la función.

Se toma:

- i'_{21} como el valor del centroide final del K-Means para el conjunto G_1 .
- i'_{31} como el valor del centroide final del K-Means para el conjunto G_2 .

Sabiendo que los centroides representan el valor promedio de los elementos de un grupo, se puede establecer una analogía entre el KMMC original y esta versión:

Se crean tres grupos idem a KMMC ($P'_1 \approx P_1$, $P'_2 \approx P_2$, $P'_3 \approx P_3$), a partir de G_1 y G_2 de la forma que sigue:

◦

$$P'_1 = \{x \in G_1 : x < i'_{21}\} \quad (2.23)$$

(Todos los valores de la partición G_1 , que sean menor que su centroide.)

○

$$P'_2 = \{x \in (G_1 \cup G_2) : i'_{21} \leq x < i'_{31}\} \quad (2.24)$$

(Todos los valores de G_1 , que sean mayores que su centroide y todos los valores de G_2 , que sean menores que su centroide.)

○

$$P'_3 = \{x \in G_2 : x \geq i'_{31}\} \quad (2.25)$$

(Todos los valores de la partición G_2 , que sean mayores que su centroide.)

Lo que muestra cómo los elementos de (2.24) son los valores *intermedios* buscados en KMMC. Como ha sido realizada una conversión de la nueva versión a la antigua, es posible proseguir igual que KMMC original.

Haciendo $i_{21} = i'_{21}$ dado que i'_{21} es el menor valor del conjunto P'_2 y $i_{31} = i'_{31}$ porque i'_{31} es también el menor valor del grupo P'_3 .

Es posible llegar a la conclusión de que el nuevo algoritmo toma como valores de variación de intensidad para ajustar la función a los centroides de los dos grupos que en el mismo se definen.

- Ya obtenidas las intensidades con las cuales se ajustará la función del coeficiente de difusión, antes de continuar con el proceso original solo resta por hacer otro cambio, el cual surge de las características de las subregiones de la imagen, a las que se le efectuará este procesamiento.

Como los segmentos pueden ser imágenes con poco contraste, es decir que los valores de variación de intensidad de sus píxeles sean casi idénticos, sucede que los centroides iniciales (el mínimo (2.1) y el máximo (2.2) son iguales, lo que indica que no tiene sentido efectuar el proceso K-Means, dado que el grupo es el mismo conjunto de variación de intensidad de toda la subimagen. En este caso solamente se realizará la fase de ajuste con un único punto, cuya coordenada de intensidad será $i'_0 = (2,1) = (2,2)$.

Faltaría saber qué valor se espera que tome (1.17) para i'_0 . Para esto la estrategia a seguir está basada en un análisis global (de toda la imagen) de los valores extremos de variación de intensidad.

- No se conoce de antemano si i'_0 tiene variación de intensidad alta o baja, característica que se sabe que es de suma importancia porque su nivel provoca el efecto del difuminado.

Como es sabido este algoritmo es originalmente concebido para aplicarlo a una imagen que es en realidad un segmento o pedazo de otra imagen de mayor dimensión, lo que implica que todo lo que hasta aquí se apreció es un proceso local.

Tomando:

$MaxG$ como la mayor variación de intensidad de la imagen completa.

$MinG$ como la variación de intensidad más pequeña de la imagen completa.

Entonces se podrá saber si i'_0 está en el rango de intensidad alto o de borde si:

$$MaxG - i'_0 < MinG - i'_0 \quad (2.26)$$

lo que significaría que está más cerca del mayor valor que del menor y por tanto para aproximar (1.17) se utilizará el valor $upbf$ para que sea poco difuminado, en otro caso $MaxG - i'_0 > MinG - i'_0$ se usa $upbd$ para difuminar bastante.

Una vez particionada la imagen, se procede a la fase de ajuste, se desarrolla (2.8) $n = 1$:

$$S = \left(\ln f(x_1) + \frac{x_1^2}{k^2} \right)^2 \quad (2.27)$$

$$\frac{\delta S}{\delta k} = 0 \quad (2.28)$$

$$0 = 2 \left(\ln f(x_1) + \frac{x_1^2}{k^2} \right) \left(\frac{2x_1^2}{k^3} \right) \quad (2.29)$$

$$0 = \ln f(x_1) x_1^2 + \frac{x_1^4}{k^2} \quad (2.30)$$

$$-\frac{x_1^4}{k^2} = \ln f(x_1) x_1^2 \quad (2.31)$$

$$k^2 = \frac{-x_1^4}{\ln f(x_1) x_1^2} \quad (2.32)$$

$$k = \sqrt{\frac{-x_1^2}{\ln f(x_1)}} \quad (2.33)$$

Sustituyendo $x_1 = i'_0$ y $f(x_1) = \{upbd \text{ ó } upbf\}$ según (2.26)

- En (2.33) se hace evidente que en el caso que $i'_0 = 0$ entonces $k = 0$ lo que trae complicaciones dado que indefine (1.17), sin embargo como $i'_0 = 0$ entonces la función (1.17) $= c_{x,y} = 1$ por lo que no se ejecutará ajuste. Esto equivale a la difusión isotrópica en una imagen homogénea (sin contraste ni borde); para lo cual funciona correctamente dado que no hay características a preservar.

Sintetizado en el pseudocódigo (3)

2.4. Ajuste Local vs. Global

Conociendo la existencia de regiones de poco contraste en una imagen y el funcionamiento de los algoritmos de Partición y Ajuste Global (imagen completa) y Local (por regiones) expuestos previamente es posible llegar a la siguiente observación:

Sea I_0 la imagen original y I_{0_s} un segmento o región de I_0 de ínfimo contraste, o sea que los valores de variación de intensidad de I_{0_s} que son diferentes de 0 están en una vecindad reducida de 0 denotados por P_{min} .

- ¿Qué ocurre en KMMC Global original?:
 - P_{min} pertenece al conjunto de los menores valores de toda la imagen, (agrupados por (2.1)). Por ende los valores de coeficiente de difusión (1.17) asociados a P_{min} serán muy cercano a 1, lo que implica que será bien difuminado y ese ligero borde será perdido mezclándolo como en la difusión isotrópica.
- ¿Qué ocurre en KMMC2 Local?:
 - Notando que en la subimagen I_{0_s} , los elementos de P_{min} pertenecen al conjunto de los mayores valores de variación de intensidad del segmento (agrupados por (2.2)), ocurre que el valor de su coeficiente de difusión asociado, es ajustado con $upbf$, por tanto es un valor cercano a 0. Con esto se logra tratar al conjunto P_{min} como píxeles de bordes, siendo intensificados o no modificados.

En el resto de los casos ocurre de manera similar pero siempre aprovechando la mayor cantidad de información de la imagen que brinda la difusión local.

2.5. Algoritmo DA-KMMC2

La difusión anisotrópica es el hilo principal del algoritmo, para llevarla a cabo dada una imagen inicial, se calculan sus imágenes de gradiente como en (1.4), (1.6), (1.5), (1.7), luego a cada una se le asocia una imagen de coeficientes de difusión (1.17), para obtenerla se necesita una partición de SLIC de la imagen original. Se realiza una correspondencia entre estos subconjuntos y la imagen derivada, de forma que esta también queda dividida (note que todas son particionadas por un mismo modelo). Teniendo los superpíxeles de la derivada y tomándolos como si fuesen pequeñas imágenes, a uno por uno se le aplica KMMC2 para conseguir el valor del parámetro de contraste k asociado a esta región (ver algoritmo (3)). Ya teniendo k para una región la matriz o imagen de coeficientes se construye por segmentos, donde cada píxel de estos serán calculados por (1.17) donde $\nabla I_{x,y}$ es el valor que tiene la imagen del gradiente en esa posición y el umbral k asociado a esa región.

Solo resta efectuar la ecuación de difusión anisotrópica (1.15) dado que se poseen todas las derivadas y sus coeficientes. Como fue explicado la difusión es un método de espacio de escala, lo que significa que su funcionamiento y resultado depende de la cantidad de iteraciones del algoritmo. Para completarlo a la imagen resultante se vuelve a procesar hasta completar las iteraciones establecidas.

DA-KMMC2 es expuesto a partir del pseudocódigo (1).

Algorithm 1 Difusión anisotrópica por Regiones

```

1: function ADBYREGIONS( $Img, upbd, upbf, n_{segm}, scale$ )
2:    $ImgRes \leftarrow Img$ 
3:   for  $i \leftarrow 0, scale$  do
4:      $clusters \leftarrow SLIC(Img, n_{segm})$ 
5:
6:      $dN \leftarrow$  partial derivate of north direction
7:      $cN \leftarrow CoefDif(dN, clusters, upbd, upbf)$ 
8:
9:      $dE \leftarrow Derivate(Img, E)$ 
10:     $cE \leftarrow CoefDif(dE, clusters, upbd, upbf)$ 
11:
12:     $dS \leftarrow Derivate(Img, S)$ 
13:     $cS \leftarrow CoefDif(dS, clusters, upbd, upbf)$ 
14:
15:     $dO \leftarrow Derivate(Img, O)$ 
16:     $cO \leftarrow CoefDif(dO, clusters, upbd, upbf)$ 
17:
18:     $ImgRes \leftarrow (cN * dN + cE * dE + cS * dS + cO * dO) + ImgRes$ 
19:  end for
20:  return  $ImgRes$ 
21: end function

```

Algorithm 2 Coeficiente de difusión

```

1: function COEFDIF( $dI, clusters, upbd, upbf$ )
2:    $Coeff \leftarrow$  matrix of size( $dI$ )
3:    $min \leftarrow \min(dI)$ 
4:    $max \leftarrow \max(dI)$ 
5:    $initCentroids \leftarrow [min, max]$ 
6:    $centGlob \leftarrow KMeans(Img, initCentroids)$ 
7:   for all  $i \in clusters$  do
8:      $R_i \leftarrow dI[i]$ 
9:      $k \leftarrow KMMC2(R_i, upbd, upbf, centGlob[0], centGlob[1])$ 
10:    for all  $g \in R_i$  do
11:       $c \leftarrow e^{-[\frac{g}{k}]^2}$ 
12:       $p \leftarrow position(g)$ 
13:       $Coeff[p] \leftarrow c$ 
14:    end for
15:  end for
16:  return  $Coeff$ 
17: end function

```

Algorithm 3 Selección del Parámetro de contraste k

```

1: function KMMC2( $Img, upbd, upbf, centGlob1, centGlob2$ )
2:    $min \leftarrow \min(Img)$ 
3:    $max \leftarrow \max(Img)$ 
4:    $centroids \leftarrow [min]$ 
5:   if  $min \neq max$  then
6:      $initCentroids \leftarrow [min, max]$ 
7:      $centroids \leftarrow KMeans(Img, initCentroids)$ 
8:   end if
9:   if  $\text{len}(centroids) = 1$  then
10:     $i_0 \leftarrow centroids[0]$ 
11:     $umbral \leftarrow upbf$ 
12:    if  $centGlob1 - i_0 < |centGlob2 - i_0|$  then
13:       $umbral \leftarrow upbf$ 
14:       $k \leftarrow \sqrt{-\frac{i_0^2}{\ln(umbral)}}$ 
15:      return  $k$ 
16:    end if
17:  end if
18:   $i_{21} \leftarrow centroids[0]$ 
19:   $i_{31} \leftarrow centroids[1]$ 
20:   $k \leftarrow \sqrt{-\frac{i_{21}^4 + i_{31}^4}{\ln(upbd)i_{21}^2 + \ln(upbf)i_{31}^2}}$ 
21:  return  $k$ 
22: end function

```

Capítulo 3

Experimentación

El nuevo algoritmo propuesto en 1, será puesto a prueba con imágenes de mamografías, a las que se le adiciona inicialmente un ruido Gaussiano, [17]. El método será ejecutado con un conjunto de parámetros de prueba, que varían en cantidad de iteraciones, número de regiones para segmentar la imagen y umbrales de bordes. Las imágenes resultantes serán comparadas con las imágenes originales que no poseen ruido, para evaluar el comportamiento del suavizado.

Se establecerán relaciones entre los parámetros y los resultados observados, ya sean visuales o de las medidas de calidad; con el objetivo de encontrar un patrón entre los argumentos, que satisfaga el resultado que se desea.

3.1. Medidas de Calidad

Siempre que una imagen es sometida a algún tipo de procesamiento es lógico realizar una evaluación del resultado; por ejemplo si se realiza algún tipo de suavizado o eliminación de ruido se querrá saber cuál es la mejora después del filtrado. Muy pretencioso sería pensar que solo con el sistema de visión humano es posible obtener una evaluación. Para complementar este sentido de percepción, existen diversas medidas que prueban diferentes patrones de calidad en las imágenes, resultados que no siempre reflejan las observaciones a simple vista, pero que por lo general se corresponden y son muy usados en investigaciones,[11], [8], con el fin de alcanzar una conclusión respecto al nivel de efectividad del método.

En este trabajo se usarán las siguientes medidas de calidad:

1. *Root Mean Square Error (RMSE)*[1]:

Es usada con frecuencia para medir las diferencias entre valores predichos por un estimador (imagen resultante) y los valores reales de las observaciones (imagen original); representa la desviación estándar de esta diferencia. Sirve para evaluar la magnitud del error en la predicción (imagen resultante). Se considera de buena precisión para pronosticar error en este tipo de problemática. Mientras mayor es el valor peor es el resultado,[10]. Se determina como:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [I(x,y) - \hat{I}(x,y)]^2 \quad (3.1)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (3.2)$$

Nótese que mide cuan diferente con las dos imágenes, la original de buena calidad y la que fue restaurada de un ruido de la misma, por tanto mientras mayor parecido píxel a píxel menor es MSE. (Si son dos iguales entonces MSE toma su menor valor 0).

2. *Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR)*[2]:

Es considerada una aproximación de la percepción humana de la calidad de la reconstrucción. Representa el radio entre el máximo valor posible de una señal (píxel de la imagen sin ruido) y el poder de corrupción del ruido (imagen mejorada) que afecta la fidelidad de esta representación. Su valor es proporsional a la calidad del resultado[10], consecuencia de la MSE, y es muy usada para probar la difusión, [11]. Expresada en función de (3.1):

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_I^2}{MSE} \right) \quad (3.3)$$

3. *Signal to Noise Ratio (SNR)*[10]:

$$SNR = \frac{\mu}{\sigma} \quad (3.4)$$

donde μ es el promedio de las intensidades de los píxeles de la imagen procesada y σ es la desviación estandar de la imagen original.

3.2. Experimentación

El algoritmo DA-KMMC2 ha sido implementado utilizando el lenguaje de programación Python 2.7.5, [13], y para poner a prueba su funcionamiento se ha hecho uso de las imágenes de la base de datos de mamografías *MIAS*, [18], adicionándole ruido Gaussiano con $\sigma = 3$, porque se asemeja al tipo de ruido observado en algunas mamografías. La experimentación se realizó de la siguiente manera:

Se muestran a continuación 4 experimentos:

1. Se toma una imagen de la base de datos *MIAS*, [?], figura (3.1), se le aplica ruido Gaussiano y entonces a esa imagen con ruido se procesa usando el algoritmo DA-KMMC2 (imágenes de (c)-(h)). Quiere decir, se segmenta usando diferentes cantidades de segmentos (*segm*), y se efectúa la difusión variando los siguientes parámetros: *t* (cantidad de iteraciones), *upbd* y *upbf* (umbrales de borde débiles y fuertes respectivamente), que corresponden a los parámetros de la tabla (3.1). En la misma tabla (3.1) se exponen los resultados de la ejecución de DA-KMMC2, para estos parámetros.
2. La figura (3.2) muestra el mismo proceso que el experimento anterior, tomando una imagen diferente de la base de datos. Existen parámetros con los que esta imagen es procesada, que se escogieron a propósito, porque daban buenos o malos resultados con la imagen del experimento anterior (3.1). Esto se hizo con el objetivo de observar si el efecto es el mismo. En la tabla (3.2) se añaden además nuevas combinaciones de valores para los parámetros, con sus resultados correspondientes.
3. En tabla (3.3) se exponen los resultados, de tres combinaciones diferentes de parámetros, que visualmente fueron calificados como buenos (algunos están incluidos en los experimentos anteriores), con el fin de analizar la similitud entre la evaluación de las medidas de calidad y la visión humana. Este proceso se realiza para 15 mamografías distintas.
4. La tabla (3.4) realiza el mismo experimento que el anterior, pero con resultados que visualmente no son favorables o que la mejora no es perceptible. Este proceso se realiza para las mismas imágenes que el anterior.

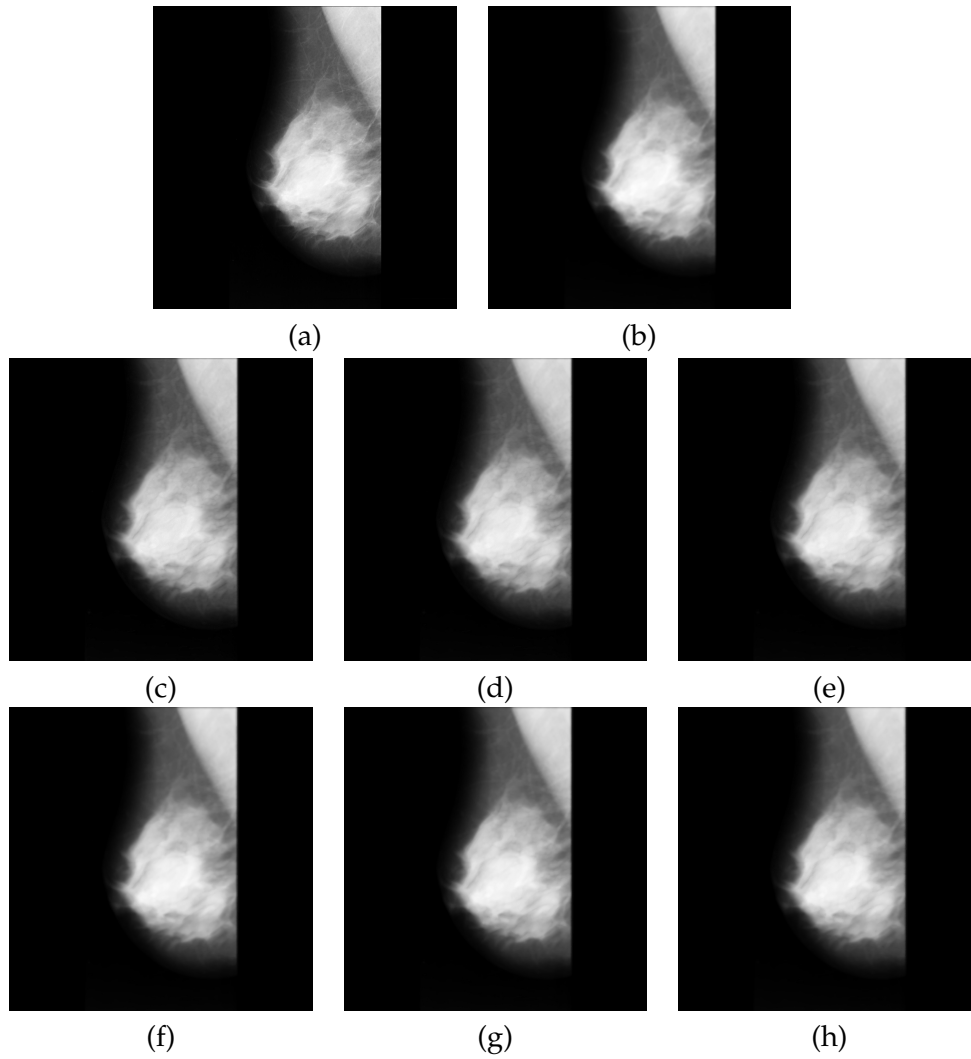


Figura 3.1: (a) Imagen Original, (b) Ruido $\sigma = 3$, (c)-(h) DA-KMMC2. Ver tabla (3.1)

Tabla 3.1:
DA-KMMC2

img	t	updb	upbf	segm	SNR	PSNR	RMSE
(c)	10	0.2594	0.0889	9	0.000559	33.4743	5.4053
(d)	10	0.3427	0.0655	17	0.000561	34.121	5.0175
(e)	14	0.2559	0.0697	9	0.000561	33.9015	5.1459
(f)	14	0.5611	0.0241	8	0.000566	33.5815	5.339
(g)	11	0.5056	0.0286	17	0.000564	34.3009	4.9147
(h)	18	0.1512	0.0391	6	0.000566	34.3904	4.8643

Tabla 3.2:
KMMC Nueva Versión Por Regiones

img	t	updb	upbf	segm	SNR	PSNR	RMSE
(c)	10	0.2594	0.0889	9	0.0008392	31.1365	7.0747
(d)	10	0.3427	0.0655	17	0.0008362	31.5180	6.7708
(e)	8	0.6895	0.0648	8	0.000834	31.7459	6.5954
(f)	14	0.2559	0.0697	9	0.000839	31.3936	6.8685
(g)	19	0.6614	0.0179	6	0.000818	30.1946	7.8851
(h)	14	0.5611	0.0241	8	0.000823	31.9211	6.4637

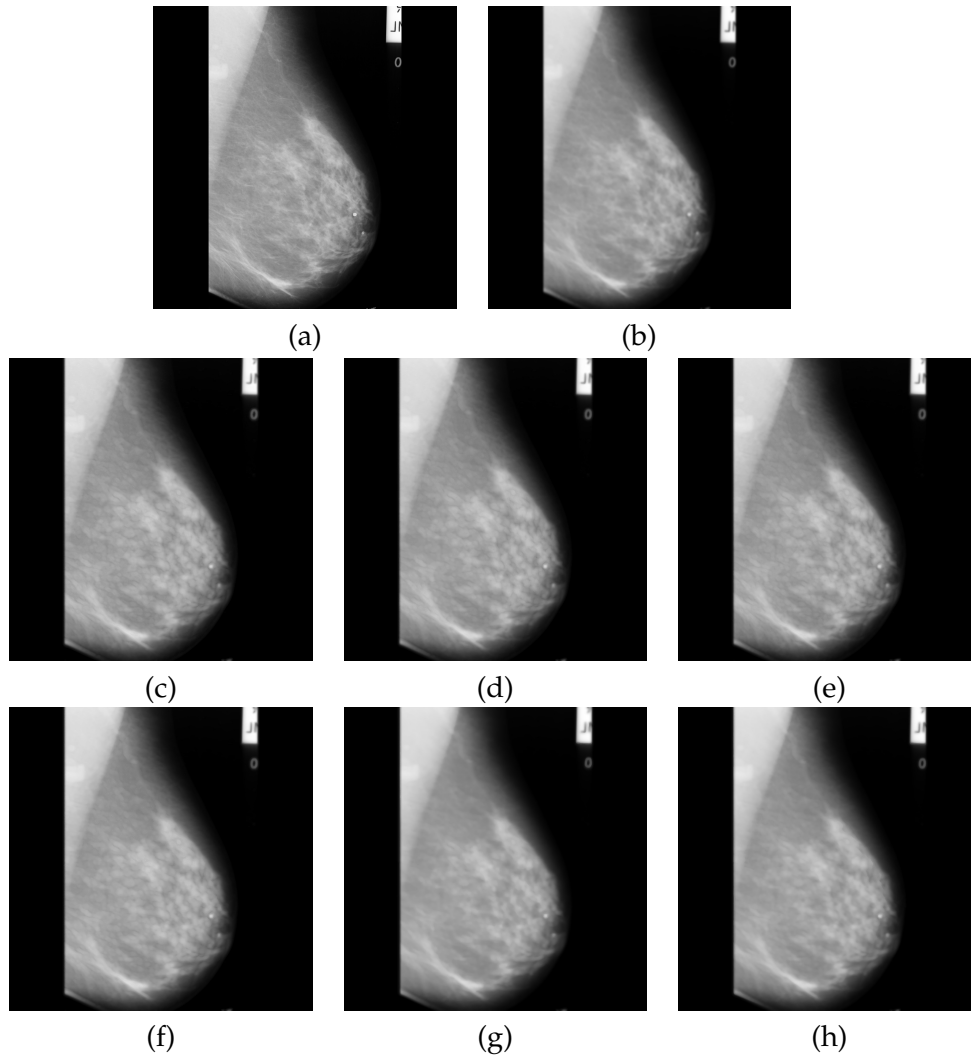


Figura 3.2: (a) Imagen Original, (b) Ruido $\sigma = 3$, (c)-(h) DA-KMMC2. Ver tabla (3.2)

Tabla 3.3: Tres combinaciones de parámetros que visualmente dan buenos resultados.

Leyenda

ID	iteraciones	updb	upbf	#segm SLIC
P1	11	0.1765	0.046	10
P2	10	0.2593	0.0889	9
P6	10	0.3426	0.0654	17

DA-KMMC2

img	P1			P2			P6		
	SNR	PSNR	RMSE	SNR	PSNR	RMSE	SNR	PSNR	RMSE
mdb004	0.000714	31.5522	6.7442	0.000717	31.0196	7.1707	0.000715	31.3801	6.8792
mdb005	0.000915	32.2303	6.2377	0.000918	31.7007	6.6299	0.000916	32.0316	6.382
mdb006	0.000953	32.5174	6.0349	0.000955	31.8765	6.497	0.000954	32.25	6.2235
mdb007	0.000717	31.1715	7.0463	0.000723	30.5885	7.5356	0.00072	30.9329	7.2426
mdb008	0.000833	31.9471	6.4444	0.000839	31.1365	7.0748	0.000836	31.518	6.7708
mdb009	0.000727	28.4627	9.6251	0.000729	28.1381	9.9916	0.000728	28.2314	9.8849
mdb010	0.00062	33.6399	5.3033	0.000602	32.5282	6.0274	0.000625	32.8637	5.799
mdb011	0.00066	30.8258	7.3324	0.000665	30.2863	7.8024	0.000661	30.6124	7.5149
mdb012	0.000786	28.1951	9.9263	0.000776	27.7538	10.4436	0.000783	28.1104	10.0235
mdb013	0.000691	31.2131	7.0127	0.000675	31.6892	6.6386	0.000693	31.0099	7.1787
mdb014	0.000755	31.8839	6.4915	0.000735	31.0142	7.1751	0.000758	31.5106	6.7766
mdb015	0.000616	30.0783	7.9914	0.000607	30.8803	7.2866	0.000636	28.0803	10.0583
mdb016	0.000644	32.8077	5.6076	0.00066	31.377	6.6118	0.00065	32.2424	5.9848
mdb017	0.000474	33.5776	4.9854	0.000486	32.2805	5.7883	0.000479	32.958	5.354
mdb018	0.000482	33.7011	4.4813	0.000494	32.2259	5.3109	0.000487	32.8797	4.9258

Tabla 3.4: Tres combinaciones de parámetros que visualmente no mejoran.

Leyenda

ID	iteraciones	updb	upbf	#segm Slic
P0	19	0.6614	0.0179	6
P3	15	0.6231	0.0288	15
P7	18	0.1512	0.0391	6

DA-KMMC2

	P0			P3			P7		
img	SNR	PSNR	RMSE	SNR	PSNR	RMSE	SNR	PSNR	RMSE
mdb004	0.000704	29.5921	8.4515	0.000708	31.2594	6.9754	0.000713	31.3776	6.8811
mdb005	0.000904	30.3768	7.7214	0.000906	31.369	6.888	0.000914	32.0563	6.364
mdb006	0.000944	31.3429	6.9087	0.000945	32.0293	6.3838	0.000953	32.3478	6.1539
mdb007	0.000703	29.6986	8.3485	0.000708	30.4663	7.6423	0.000715	31.0642	7.1339
mdb008	0.000818	30.1946	7.8851	0.000823	31.7073	6.6249	0.000831	31.6814	6.6447
mdb009	0.000716	27.3596	10.9286	0.000718	27.7682	10.4263	0.000727	28.3409	9.7611
mdb010	0.000609	31.1864	7.0343	0.000616	32.6529	5.9415	0.000621	33.4056	5.4483
mdb011	0.000649	29.2239	8.8175	0.000652	30.2911	7.798	0.000659	30.7499	7.3968
mdb012	0.000771	26.9334	11.4781	0.000777	28.0558	10.0867	0.000785	28.1985	9.9224
mdb013	0.000683	29.9147	8.1434	0.000684	30.8778	7.2887	0.000691	31.0544	7.142
mdb014	0.000745	29.9271	8.1318	0.000747	31.2816	6.9576	0.000754	31.8774	6.4964
mdb015	0.00062	28.4302	9.6612	0.000624	28.6167	9.4559	0.000629	28.6855	9.3814
mdb016	0.000644	32.8077	5.6076	0.00066	31.377	6.6118	0.00065	32.2424	5.9848
mdb017	0.000474	33.5776	4.9854	0.000486	32.2805	5.7883	0.000479	32.958	5.354
mdb018	0.000482	33.7011	4.4813	0.000494	32.2259	5.3109	0.000487	32.8797	4.9258

3.2.1. Discusión de los Resultados

A simple vista para los parámetros de la tabla (3.3), retornan imágenes que son bastante nítidas y marcan innegablemente los bordes existentes en la imagen original que se pierden en la de ruido, a diferencia de las de la tabla (3.4), donde las mamografías son más borrosas y demasiado suavizadas. Nótese que en los casos de las figuras (3.1) y (3.2) la calidad visual de las imágenes de (c)-(e) es mayor respecto a las de (f)-(h). Además de la recuperación de nitidez para el primer grupo de parámetros (c)-(e), el efecto que muestra se asemeja a marcar con un *lápiz* los bordes que en la imagen origen prevalecían y fueron perdidos en la de ruido. Por consiguiente si en la original y en la de ruido esa región de borde es blanco y en la de la difusión se *marcó con lápiz* o sea con un color más oscuro, entonces la diferencia entre el píxel de borde que fue blanco y ahora gris, es mayor; consecuencia de que la MSE tiende a crecer ligeramente e implica que la $PSNR$ disminuya un poco. Esta es la hipótesis que se tiene de por qué: a pesar de que para estos argumentos las mamografías visualmente son mejores, sus valores pertenecen usualmente a una vecindad muy cercana de los que no poseen iguales resultados. No obstante se consideran buenos números de evaluaciones (ver [8][11]) y aciertan y coinciden mayormente con los criterios humanos.

Dadas las observaciones visuales y estadísticas de los experimentos se cree que valores similares al juego de parámetros identificados con $P2$ son los valores de los parámetros que mejor aproximan la imagen origen y que la cantidad de iteraciones tiene mayor influencia en los resultados que el resto de los argumentos. Esto último no resulta sorprendente puesto que es sabido que a medida que aumenta el espacio de escala, o cantidad de iteraciones, la imagen converge a la distribución de los colores de la misma, con la propiedad de mantener su valor en promedio.

La conclusión a la que se ha arribado sobre las mejores combinaciones de los parámetros, es solamente válido para mamografías, por lo que para otro tipo de imagen puede variar su comportamiento. La sugerencia es repetir el proceso de experimentación de la misma forma pero con la clase de imagen que se desee mejorar.

Conclusiones

Se particionó en regiones la imagen y a cada segmento se le aplicó un suavizado por difusión anisotrópica. Para la difusión se implementó un nuevo algoritmo (KMMC2) para calcular el parámetro de contraste de la función del coeficiente. Este proceso se denominó DA-KMMC2. Con la experimentación de DA-KMMC2 se demostró, que funciona como se esperaba: que para ciertos parámetros devolviera una imagen con bordes resaltados y mayor nitidez.

Se demostró como funciona favorablemente en las mamografías, resolviendo la dificultad de KMMC con este tipo de imágenes.

En las imágenes usadas para la experimentación se verificó un alto porcentaje de coincidencia entre el resultado medido por la PSNR y las observaciones visuales, lo cual no siempre se cumple. En los experimentos se demostró que un buen resultado de esta técnica se obtiene con aproximadamente 10 iteraciones y con umbral de bordes débiles que no sobrepasen 0,3. Los resultados satisfactorios obtenidos con el algoritmo propuesto, evidencian los beneficios que reporta el procesamiento a nivel local. La realización de la difusión anisotrópica localmente mantiene su característica fundamental de realzar los bordes. Se considera que el método propuesto es una buena opción.

Recomendaciones

1. Como el algoritmo KMMC2 propuesto consta de dos partes: partición y ajuste, se recomienda usar otras técnicas de agrupamiento o clasificación, para la fase de partición y buscar otras vías para ajustar función de coeficiente.
2. Calcular el umbral de gradiente mediante p-norma o noise-estimator.
3. Hallar mediante otras funciones el coeficiente de difusión.
4. Segmentar la imagen con otras estrategias como Quickshift.
5. Combinar todos los argumentos que se proponen anteriormente para efectuar la difusión localmente.
6. Puede resultar efectivo para acelerar la ejecución del algoritmo, paralelizar el proceso, o sea realizarlo de manera simultánea sobre las particiones.

Bibliografía

- [1] *Wikipedia*, Mayo 2015. http://en.wikipedia.org/wiki/Root-mean-square_deviation. (Citado en la página 27).
- [2] *Wikipedia*, Mayo 2015. http://en.wikipedia.org/wiki/Peak_signal-to-noise_ratio. (Citado en la página 27).
- [3] Achanta, Radhakrishna, Appu Shaji, Kevin Smith, Aurelien Lucchi, Pascal Fua y Sabine Susstrunk: *SLIC Superpixels*. 2010. (Citado en las páginas 3 y 15).
- [4] Achanta, Radhakrishna, Appu Shaji, Kevin Smith, Aurelien Lucchi, Pascal Fua y Sabine Susstrunk: *SLIC superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods*. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 34(11):2274–2282, 2012. (Citado en las páginas 15 y 16).
- [5] Astrom, Freddie, Vasileios Zografos y Michael Felsberg: *Density Driven Diffusion*. 2013. (Citado en la página 3).
- [6] Borroto, Michel: *Estimación del Parámetro de Contraste en la Ecuación de Perona-Malik*, 2013. (Citado en las páginas 3, 7 y 11).
- [7] Chourmouzios, Tsiotsios y Maria Petrou: *On the choice of the parameters for anisotropic diffusion in image processing*. 2012. (Citado en las páginas 2 y 10).
- [8] Ferrari, Ricardo J.: *Off-line determination of the optimal number of iterations of the robust anisotropic diffusion filter applied to denoising of brain MR images*. 2013. (Citado en las páginas 26 y 34).
- [9] Fulkerson, B., A. Vedaldi y S. Soatto: *Class segmentation and object localization with superpixel neighborhoods*. ICCV, 2009. (Citado en la página 15).

- [10] Gupta, Rishu, I. Elamvazuthi¹, Ibrahima Faye, P. Vasant y J George: *Comparative Analysis of Anisotropic Diffusion and Non Local Means on Ultrasound Images*. 2014. (Citado en la página 27).
- [11] Krishnan, Akshara P y Paul J S: *Image enhancement in intensity projected multichannel MRI using spatially adaptive directional anisotropic diffusion*. 2014. (Citado en las páginas 26, 27 y 34).
- [12] Lucchi, Aurelien, Kevin Smith, Radhakrishna Achanta, Vincent Lepetit y Pascal Fua: *A Fully Automated Approach to Segmentation of Irregularly Shaped Cellular Structures in EM Images*. 2010. (Citado en la página 3).
- [13] Lutz, Mark: *Programming Python*. O'Reilly Media, Inc., 2011. (Citado en la página 28).
- [14] Nixon, Mark y Alberto Aguado: *Feature extraction & image processing*. Academic Press, 2008. (Citado en las páginas 6 y 9).
- [15] Perona, Pietro y Jitendra Malik: *Scale space Anisotropic and Edge Detection using Anisotropic Diffusion*. IEEE, 1990. (Citado en las páginas 2, 3, 5, 8, 9, 10 y 11).
- [16] Rodríguez, Mariano: *Difusión anisotrópica aplicada a la detección de bordes en imágenes*, 2010. (Citado en las páginas 6, 7, 9 y 10).
- [17] Solem, Jan Erik: *Programming Computer Vision with Python: Tools and algorithms for analyzing images*. O'Reilly Media, Inc., 2012. (Citado en la página 26).
- [18] Suckling: *The Mammographic Image Analysis Society Digital Mammogram Database*. 2014. (Citado en la página 28).
- [19] Voci, Francesco, Shigeru Eiho, Naozo Sugimoto y Hiroyuki Sekiguchi: *Estimating the Gradient threshold in the Perona-Malik Equation*. 2004. (Citado en las páginas 3 y 11).
- [20] Weickert, Joachim: *Anisotropic Diffusion in Image Processing*. ECMI, 2008. (Citado en las páginas 3 y 6).