

(1)

```
template <typename Key, typename E>
E BST<Key,E>::remove_norec(const Key& k){
    BSTNode<Key, E>* it = root;
    BSTNode<Key, E>* pit; //it的父节点, 为了修改 pit 的儿子指向
    bool isleft = true; //root 是 pit 的左儿子还是右儿子, 用于确定 pit 是
    setleft 还是 setright

    //先找到要删的节点 it 和 it 的父节点
    while (it && k != it->key()){

        pit = it;
        if (k < it->key()){
            isleft = true;
            it = it->left();
        }

        if (it && k > it->key()){
            isleft = false;
            it = it->right();
        }
    }

    //找到需要被删除的点 it 了
    if (it == NULL) return NULL;

    BSTNode<Key, E> *temp = it; //先存下 it, 替换 it 后再删掉 temp
    E val = it->element(); //存下返回值

    if (it->left() == NULL){
        //没有左儿子, it 替换为右儿子 (或空)
        it = it->right();
        isleft ? pit->setLeft(it) : pit->setRight(it); //把 pit 的儿子
换成新儿子
        delete temp;
    }
    else if (it->right() == NULL){
        //有左儿子没有右儿子, it 替换为左儿子
        it = it->left();
        isleft ? pit->setLeft(it) : pit->setRight(it); //把 pit 的儿子
换成新儿子
        delete temp;
    }
}
```

```

else{ //两个儿子都有
    //修改 it 的 key 和 element 为右子树中最小值节点 S(这样就不 delete temp
    了), 并把 S 父节点的左儿子设为 S 的右儿子 (或 NULL), 最后删掉 S

    //先找到 S
    BSTNode<Key, E> *PS = it; //S 的父节点
    BSTNode<Key, E> *S = it->right();
    while (S->left()){
        PS = S;
        S = S->left();
    }

    //找到 S 了, 把 PS 的左儿子设为 S 的右儿子, 并用 S 替换 it
    PS->setLeft(S->right());
    it->setKey(S->key());
    it->setElement(S->element());
    //it 指针没有变, 因此不用改 pit

    //最后删掉 S
    delete S;
}
nodecount--;
return val;
}

```

(2) 数学归纳法。

- $n=0$ 时显然成立;
- 假设 $n=k$ 时成立, 即有 $E_k = I_k + 2k$ 成立。
- 当 $n=k+1$ 时, 假设新增的内部节点的深度为 L ,
 则 $E_{k+1} = E_k - L + 2(L + 1) = E_k + L + 2$ (先减去原来叶节点的深度, 再加上新的叶节点的深度)

$$I_{k+1} = I_k + L$$

于是有 $E_{k+1} - I_{k+1} = E_k - I_k + 2 = 2k + 2 = 2(k + 1)$

即 $E_{k+1} = I_{k+1} + 2(k + 1)$

综上, 原式得证。

(3)

// 给定前序遍历和中序遍历可以唯一的确定一棵树，因此只需比较两棵树的前序和中序遍历结果是否都一致即可。

```
template<typename E>
void preOrder(BinNode<E>* p, char* s){
    char *tmp = new char[1];
    if(!p) return;
    itoa(p->element(), tmp, 10);
    strcat(s, tmp);
    preOrder(p->left(), s);
    preOrder(p->right(), s);
}

template<typename E>
void inOrder(BinNode<E>* p, char* s){
    char *tmp = new char[1];
    if(!p) return;
    inOrder(p->left(), s);
    itoa(p->element(), tmp, 10);
    strcat(s, tmp);
    inOrder(p->right(), s);
}

template<typename E>
bool comp(BinNode<E>* p1, BinNode<E>* p2){
    char s1[1024], s2[1024];
    memset(s1, 0, 1024);
    memset(s2, 0, 1024);

    preOrder(p1, s1);
    preOrder(p2, s2);
    if (strcmp(s1, s2) != 0)
        //前序遍历不一致
        return false;

    //前序遍历一致，再比较中序遍历
    memset(s1, 0, 1024);
    memset(s2, 0, 1024);
    inOrder(p1, s1);
    inOrder(p2, s2);
    if (strcmp(s1, s2) != 0)
        //中序遍历不一致
        return false;
    //中序遍历也一致，说明两棵树相同
    return true;
}
```