## МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Факультет обшей и прикладной физики

### Отчет о выполнении работы 2.1.6. Эффект Джоуля—Томсона

Выполнил: Студент гр. Б02-304 Головинов. Г.А.



#### Аннотация

**Цель работы:** 1) определить изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычислить по результатам опытов коэффициенты a и b модели Ван-дер-Ваальса.

В работе используются: трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат жид-костный; дифференциальная термопара; мультиметр; балластный баллон; манометр.

#### 1 Основные теоретические сведения

Эффектом Джоуля—Томсона называется изменение температуры газа, просачивающегося из области высокого в область низкого давления в условиях тепловой изоляции. В разреженных газах (практически идеальных) при таком течении температура не меняется.

В работе газ из области повышенного давления  $p_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки в область с атмосферным давлением  $p_2$ . Перепад давления  $|\Delta p| = p_1 - p_2$  из-за большого сопротивления перегородки может быть заметным даже при малой скорости течения газа. Величина эффекта определяется по разности температур газа  $\Delta T$  до и после перегородки.

Вывод эффекта Джоуля—Томсона. Пусть через трубку прошел  $\Delta \nu = 1$  mol. газа, пусть  $V_1$  и  $V_2$  — молярные объемы газа до и после,  $p_1$ ,  $p_2$  — соответствующие давления.  $U_1$ ,  $U_2$  — внутренние энергии в расчете на 1 mol. Для того чтобы ввести в трубку порцию газа объемом  $V_1$  необходимо совершить работу  $A_1 = p_1 V_1$ . Выходя из трубки эта же порция совершает работу  $A_2 = p_2 V_2$ . Считая, что стенки не проводят тепло и не совершается механической передачи энергии, получаем:

$$A_1 - A_2 = p_1 V_1 - p_2 V_2 =$$

$$= (U_2 + \mu v_2^2 / 2) - (U_1 + \mu v_1^2 / 2)$$
(1)

здесь кроме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  учтена кинетическая энергия течения  $\mu v_{1,2}^2/2$ .

Определим молярную энтальпию газа как H = U + pV. Тогда уравнение (1) можно переписать:

$$H_1 - H_2 = \frac{\mu}{2}(v_2^2 - v_1^2) \tag{2}$$

Это есть уравнение бернулли для течения газа, учитывающее его сжимаемость и внутреннюю энергию.

Внутри перегородки газ испытывает трение. Это приводит к необратимому переходу почти всей кинетической энергии газа в тепловую. Теплообмена с окружающей средой нет, поэтому вся энергия отдается обратно газу и уносится с потоком. Закон сохранения энергии (2) остается в силе, однако кинетическая энергия оказывается пренебрежимо малой. Приходим к выводу, что эффект Джоуля—Томсона — это процесс, в котором энтальпия сохраняется:

$$H_1 \approx H_2$$
 (3)

Энтальпия — функция состояния, зависящая от температуры и от давления. Коэффициентом Джоуля—Томсона называют отношение:

$$\mu_{\rm J-T} = \frac{\Delta T}{\Delta p} \tag{4}$$

Эффект Джоуля—Томсона используется для получения низких температур, поэтому понижение температуры считается «положительным эффектом».

**Газ Ван-Дер-Ваальса.** В реальном газе внутренняя энергия зависит не только от температуры, но и от плотности газа: U(T,V). Поэтому внешняя работа частично идет также

на изменение внутренней энергии газа, что сопровождается изменением температуры. Рассмотрим модель реального газа: газ Ван-дер-Ваальса. Для него уравнения состояния:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT,$$

$$U = C_V T - \frac{a}{V}.$$

Теплоемкость газа  $C_V$  будем для простоты считать неизменной. Константа a отвечает за притяжение полекул на дальних расстояниях, а константа b отвечает за отталкивание на малых расстояниях. Имеет смысл минимально возможного молярного объема газа. Энтальпия Ван-Дер-Ваальса:

$$H = U + pV = C_V T + RT \frac{V}{V - b} - \frac{2a}{V}$$
 (5)

Формула не совсем удобна, поэтому для упрощения стоит воспользоваться тем, что газ в опыте достаточно разрежен. Давление не превышает 5 bar. Его поведение достаточно близко к идеальному, поэтому отличия от идеального стоит учитывать только в эффекте Джоуля—Томсона. С учетом, что  $C_V + R \approx C_p$ 

получится:

$$H \approx C_p T + p \left( b - \frac{2a}{RT} \right) \tag{6}$$

Также примем, что изменение температуры в опыте мало:  $\Delta T/T \ll 1$ . Тогда полагая  $\Delta H = 0$  для предыдущего уравнения получим окончательное выражение для коэффициента Джоуля—Томсона:

$$\mu_{\rm J-T} = -\frac{\Delta T}{\Delta p} \approx -\frac{b - 2a/RT}{C_p} \tag{7}$$

**Температура инверсии.** Из окончательного соотношения для коэффициента  $\mu_{J-T}$  видно, что есть некоторая температура, при которой знак изменения температуры меняется:

$$T_{\rm inv} = \frac{2a}{Rb}$$

При  $T>T_{\rm inv}$  газ нагревается, т.е.  $\mu<0$ , а при  $T>T_{\rm inv}$  наоборот, охлаждается  $(\mu>0)$ . Для углекислого газа  ${\rm CO_2}$  температура инверсии  $T_{\rm inv}\sim1500$  K при давлении  $p\sim1$  bar, то есть при комнатной температуре газ будет охлаждаться,  $\mu>0$ .

#### 2 Экспериментальная установка.

Схема установки представлена на Рис. 1. Основным элементов является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается газ. Трубка имеет длину 80 mm и сделана из нержавеющей стали, поэтому имеет малую теплопроводность. Диаметр трубки d=3 mm, толщина стенок 0.2 mm. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку. Пористость и толщина перегородки подобрана так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при разнице давлений  $\Delta p \leq 4$  bar.

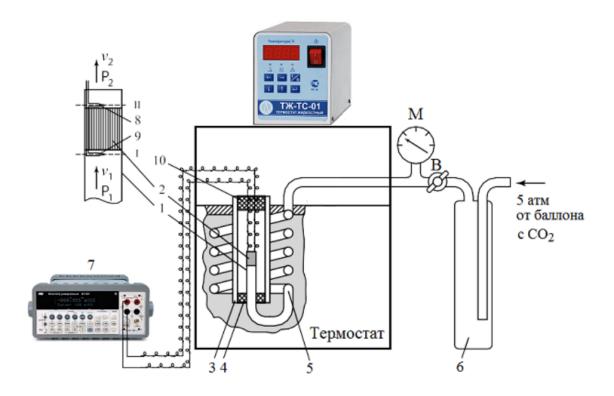


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Углекислый газ подается под давлением через змеевик 5 из баллона 6. Бедный змеевик омывается водой и нагревает газ до температуры воды в термостате.

Давление газа измеряется манометром M и регулируется вентилем B. Манометр показывает разницу между давлением внутри трубки и атмосферой. Поэтому нормальное показание манометра равно нулю.

Разность температур газа до и после перегородки измеряется дифференциальной термопарой медь—константан. С помощью вольтметра 7 измеряется разность потенциалов V, которая возникает из-за разницы температур. Зависимость V(t) не является линейной, однако в этой работе измеряются малые перепады температур, поэтому этим можно пренебречь. Чувствительность термопары также зависит от температуры, поэтому нам была предоставлена таблица коэффициентов dV/dt для разных температур.

#### 3 Обработка результатов измерений

В результате измерений были получены данные для 4-х различных температур. Для каждой температуры были измерены разницы потенциалов V (которые впоследствии будут переведены в разность температур  $\Delta T$ ) при различных перепадах давления в промежутке от p=1.5 bar до p=4 bar. Таблицы с получен-

ными данными приведены в приложении.

Величина показания вольтметра в отсутствие потока газа (постоянные паразитические эффекты) была пренебрежима мала, поэтому не учитывалась.

Отложив полученные значения по наклону прямой  $\Delta T(\Delta p)$  можно определить значения коэффициента  $\mu_{\rm J-T}$ .

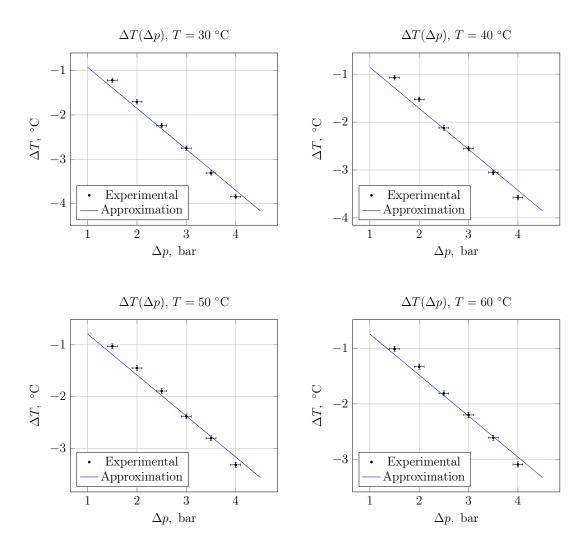


Рис. 2: Полученные точки и аппроксимация зависимости методом МНК.

Как видно, точки хорошо ложатся на прямую во всех четырех случаях. По методу МНК проведем прямые и возьмем коэффициенты наклона  $k=\mu_{\rm J-T}$  для каждой температуры. Изменение температуры в данном случае отрицательное, это зависит от полярности термопары, которая в данном случае подключена таким образом, что  $\Delta T = T_{\rm out} - T_{\rm in}$ , то есть показывает «положительный» эффект Джоуля—Томсона.

Методом МНК получены коэффициенты наклона k для каждой температуры:

$$k_1 = (-0.925 \pm 0.018) \text{ K/bar}$$
  
 $k_2 = (-0.856 \pm 0.021) \text{ K/bar}$   
 $k_3 = (-0.792 \pm 0.017) \text{ K/bar}$   
 $k_4 = (-0.740 \pm 0.015) \text{ K/bar}$ 

Полученные значения близки к табличным (порядка 0.7—0.8 при 40—60 °C при 1 bar).

Важно заметить, что аппроксимация не совсем ложится на прямую, так как при отсутствующей разнице давлений наблюдалось отсутствие разницы температур, поэтому аппроксимация осуществлялась прямой y=kx.

Теперь построим зависимость  $\mu_{\rm J-T}(1/T)$ . Она должна быть линейной. Из этой зависимости мы можем определить постоянные a и b в модели газа Ван-Дер-Ваальса.

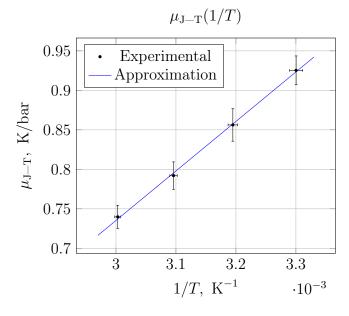


Рис. 3: Зависимость коэффициента Джоуля— Томсона от температуры.

Точки хорошо ложатся на прямую. Будем аппроксимировать по МНК прямой y = Kx + B.

Коэффициент наклона, согласно теории, равен:

$$K = \frac{1}{C_p} \cdot \frac{2a}{R}$$

Координата по y точки пересечения с осью ординат B равна:

$$B = -\frac{b}{C_p}$$

Получили  $K=627.05,\ B=-1.14.\$ В нашем диапазоне температур  $C_p$  углекислого газа  $\approx 860\ \mathrm{J/kg}$  °C. Полученные значения соответствуют следующим значениям постоянных модели Ван-Дер-Ваальса:

$$b \approx 431.38 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$$
$$a \approx 0.99 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^4}{\text{mol}^2}$$

Пересечение графика с осью абсцисс наблюдается при 1/T=0.0183, что дает температуру порядка  $550~\rm K$ . Это намного ниже теоретической оценки более тысячи  $\rm K$ .

Полученные значения значительно отличаются от табличных.

# 4 Обсуждение результатов и выводы.

В результате работы получены зависимости изменения температуры вследствие эффекта Джоуля—Томсона от разницы давления при различных температурах. Полученные зависимости оказались линейными, коэффициент их наклона есть искомый коэффициент Джоуля—Томсона. Полученные значения хорошо соотносятся с табличными.

При экстраполяции полученных коэффициентов Джоуля—Томсона от температуры получены постоянные  $a,\ b$  модели газа Ван-Дер-Ваальса, а также получена оценка температуры инверсии  $T_{\rm inv}$ . Полученные значения достаточно сильно отличаются от табличных, что говорит о несовершенстве эксперимента.