МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Факультет обшей и прикладной физики

Первое задание по математическому анализу

Автор: Студент гр. Б02-304 Головинов. Г.А.

Задача 1 (T14). Найдите вторые частные производные функции в данной точке

$$f(x, y, z) = (1+x)^{\alpha} (1+y)^{\beta} (1+z)^{\gamma}$$

Задача 2 (T16). Найдите частные производные всех порядков функции $f(x,y,z) = \ln{(x+y+z)}$

Решение Положим t = x + y + z, тогда $f(t) = \ln(t)$

$$d^{n}f = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{t^{n}}dt^{n} \tag{1}$$

В свою очередь

$$dt^{n} = (dx + dy + dz)^{n} = \sum_{k_{1}, k_{2}, k_{3}} {n \choose k_{1}, k_{2}, k_{3}} dx^{k_{1}} dy^{k_{2}} dz^{k_{3}}$$
(2)

Чтобы найти некоторую частную производную необходимо выбрать $k_1, k_2, k_3,$ такие что $k_1+k_2+k_3=n,$ и она будет равна

$$\frac{\partial^n f}{\partial x^{k_1} \partial y^{k_2} \partial z^{k_3}} = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(x+y+z)^n}$$
 (3)