

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА НА ПОТОКЕ Р.Н. КАРАСЁВА
1-Й КУРС БЫВШЕГО ФОПФ, 2023–2024 УЧЕБНЫЙ ГОД

- (1) Пределы и фундаментальные последовательности рациональных чисел, определение действительных чисел и его корректность.
- (2) Определение сложения и умножения действительных чисел.
- (3) Определение знака и сравнения действительных чисел.
- (4) Определение деления действительных чисел.
- (5) Представление действительного числа как предела последовательности рациональных чисел.
- (6) Полнота множества действительных чисел (критерий Коши сходимости последовательности).
- (7) Бесконечные пределы. Существование предела монотонной последовательности.
- (8) Переход к пределу в неравенствах, единственность предела последовательности.
- (9) Существование общей точки последовательности вложенных отрезков. Единственность общей точки для стягивающейся последовательности.
- (10) Точные грани числовых множеств: определение, существование и единственность.
- (11) Бесконечно малые последовательности и их свойства. Предел суммы, разности и произведения двух последовательностей.
- (12) Предел частного двух последовательностей.
- (13) Неравенство Бернулли и определение экспоненты.
- (14) Экспонента суммы и неравенства для экспоненты.
- (15) Частичные пределы, теорема Больцано–Вейерштрасса.
- (16) Существование верхнего и нижнего предела последовательности.
- (17) Открытые и замкнутые множества на прямой, их свойства.
- (18) Компактные множества на прямой. Критерий компактности.
- (19) Теорема Бэра на прямой.
- (20) Теоремы о счётности множества \mathbb{Q} рациональных чисел и несчётности множества \mathbb{R} действительных чисел.
- (21) Эквивалентность определений непрерывности функции в точке по Коши и по Гейне.
- (22) Непрерывность суммы, разности, произведения, частного и композиции непрерывных функций.
- (23) Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
- (24) Топологическое определение непрерывности функции на множестве и его эквивалентность другим определениям.
- (25) Свойства функций, непрерывных на компактных множествах.
- (26) Непрерывность монотонного отображения промежутка на промежуток. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции.
- (27) Два определения предела функции (по Коши и по Гейне), их эквивалентность.
- (28) Свойства пределов функций, связанные с неравенствами и арифметическими операциями.
- (29) Односторонние пределы. Односторонние пределы монотонных функций.
- (30) Критерий Коши существования предела функции.
- (31) Замечательные пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}.$$