

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Факультет общей и прикладной физики

## Отчет о выполнении работы 2.1.6. Эффект Джоуля—Томсона

Выполнил:  
Студент гр. Б02-304  
Головинов. Г.А.



Долгопрудный, 2024

## Аннотация

**Цель работы:** 1) определить изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычислить по результатам опытов коэффициенты  $a$  и  $b$  модели Ван-дер-Ваальса.

**В работе используются:** трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат жидкостный; дифференциальная термопара; мультиметр; балластный баллон; манометр.

## 1 Основные теоретические сведения

Эффектом Джоуля—Томсона называется изменение температуры газа, просачивающегося из области высокого в область низкого давления в условиях тепловой изоляции. В разреженных газах (практически идеальных) при таком течении температура не меняется.

В работе газ из области повышенного давления  $p_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки в область с атмосферным давлением  $p_2$ . Перепад давления  $|\Delta p| = p_1 - p_2$  из-за большого сопротивления перегородки может быть заметным даже при малой скорости течения газа. Величина эффекта определяется по разности температур газа  $\Delta T$  до и после перегородки.

**Вывод эффекта Джоуля—Томсона.** Пусть через трубку прошел  $\Delta \nu = 1$  mol. газа, пусть  $V_1$  и  $V_2$  — молярные объемы газа до и после,  $p_1$ ,  $p_2$  — соответствующие давления.  $U_1$ ,  $U_2$  — внутренние энергии в расчете на 1 mol. Для того чтобы ввести в трубку порцию газа объемом  $V_1$  необходимо совершить работу  $A_1 = p_1 V_1$ . Выходя из трубки эта же порция совершает работу  $A_2 = p_2 V_2$ . Считая, что стенки не проводят тепло и не совершается механической передачи энергии, получаем:

$$\begin{aligned} A_1 - A_2 &= p_1 V_1 - p_2 V_2 = \\ &= (U_2 + \mu v_2^2/2) - (U_1 + \mu v_1^2/2) \end{aligned} \quad (1)$$

здесь кроме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  учтена кинетическая энергия течения  $\mu v_{1,2}^2/2$ .

Определим *молярную энтальпию* газа как  $H = U + pV$ . Тогда уравнение (1) можно переписать:

$$H_1 - H_2 = \frac{\mu}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad (2)$$

Это есть уравнение Бернулли для течения газа, учитывающее его сжимаемость и внутреннюю энергию.

Внутри перегородки газ испытывает трение. Это приводит к необратимому переходу почти всей кинетической энергии газа в тепловую. Теплообмена с окружающей средой нет, поэтому вся энергия отдается обратно газу и уносится с потоком. Закон сохранения энергии (2) остается в силе, однако кинетическая энергия оказывается пренебрежимо малой. Приходим к выводу, что эффект Джоуля—Томсона — это процесс, в котором энтальпия сохраняется:

$$H_1 \approx H_2 \quad (3)$$

Энтальпия — функция состояния, зависящая от температуры и от давления. Коэффициентом Джоуля—Томсона называют отношение:

$$\mu_{J-T} = \frac{\Delta T}{\Delta p} \quad (4)$$

Эффект Джоуля—Томсона используется для получения низких температур, поэтому понижение температуры считается «положительным эффектом».

**Газ Ван-Дер-Ваальса.** В реальном газе внутренняя энергия зависит не только от температуры, но и от плотности газа:  $U(T, V)$ . Поэтому внешняя работа частично идет также

на изменение внутренней энергии газа, что сопровождается изменением температуры. Рассмотрим модель реального газа: газ Ван-дер-Ваальса. Для него уравнения состояния:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT,$$

$$U = C_V T - \frac{a}{V}.$$

Теплоемкость газа  $C_V$  будем для простоты считать неизменной. Константа  $a$  отвечает за притяжение молекул на дальних расстояниях, а константа  $b$  отвечает за отталкивание на малых расстояниях. Имеет смысл минимально возможного молярного объема газа. Энтальпия Ван-Дер-Ваальса:

$$H = U + pV = C_V T + RT \frac{V}{V - b} - \frac{2a}{V} \quad (5)$$

Формула не совсем удобна, поэтому для упрощения стоит воспользоваться тем, что газ в опыте достаточно разрежен. Давление не превышает 5 bar. Его поведение достаточно близко к идеальному, поэтому отличия от идеального стоит учитывать только в эффекте Джоуля—Томсона. С учетом, что  $C_V + R \approx C_p$

получится:

$$H \approx C_p T + p \left( b - \frac{2a}{RT} \right) \quad (6)$$

Также примем, что изменение температуры в опыте мало:  $\Delta T/T \ll 1$ . Тогда полагая  $\Delta H = 0$  для предыдущего уравнения получим окончательное выражение для коэффициента Джоуля—Томсона:

$$\mu_{J-T} = -\frac{\Delta T}{\Delta p} \approx -\frac{b - 2a/RT}{C_p} \quad (7)$$

**Температура инверсии.** Из окончательного соотношения для коэффициента  $\mu_{J-T}$  видно, что есть некоторая температура, при которой знак изменения температуры меняется:

$$T_{\text{inv}} = \frac{2a}{Rb}$$

При  $T > T_{\text{inv}}$  газ нагревается, т.е.  $\mu < 0$ , а при  $T < T_{\text{inv}}$  наоборот, охлаждается ( $\mu > 0$ ). Для углекислого газа  $\text{CO}_2$  температура инверсии  $T_{\text{inv}} \sim 1500$  К при давлении  $p \sim 1$  bar, то есть при комнатной температуре газ будет охлаждаться,  $\mu > 0$ .

## 2 Экспериментальная установка.

Схема установки представлена на Рис. 1. Основным элементом является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, поэтому имеет малую теплопроводность. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0.2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку. Пористость и толщина перегородки подобрана так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при разнице давлений  $\Delta p \leq 4$  бар.

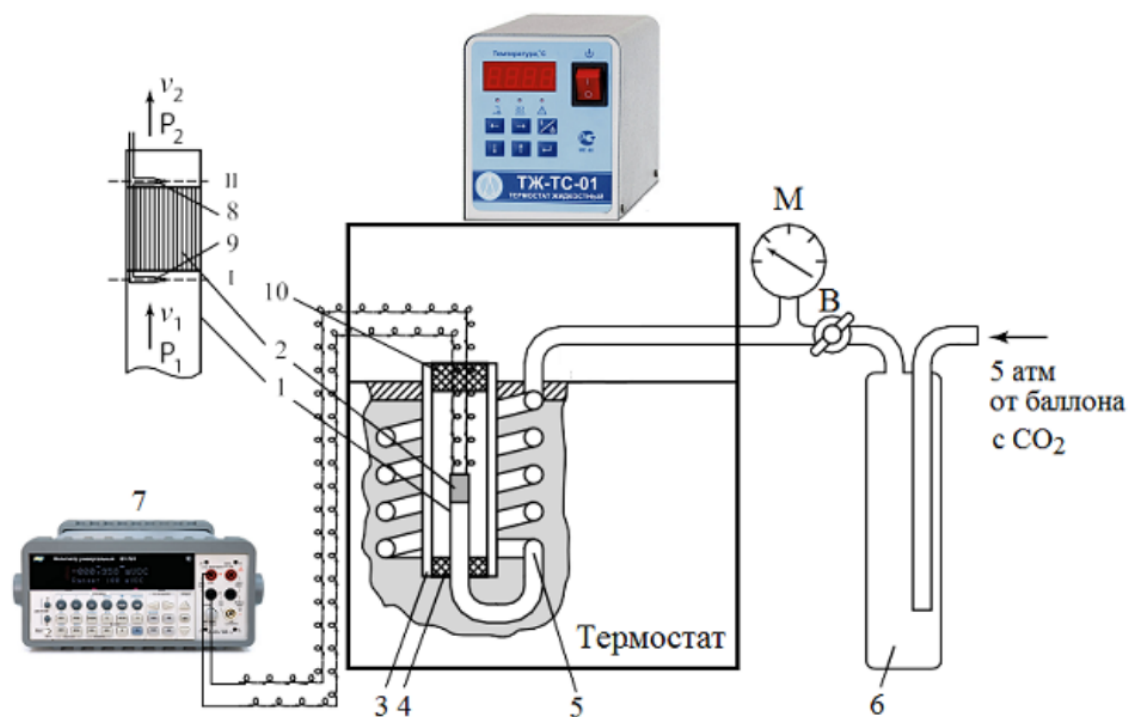


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Углекислый газ подается под давлением через змеевик 5 из баллона 6. Бедный змеевик омывается водой и нагревает газ до температуры воды в термостате.

Давление газа измеряется манометром М и регулируется вентилем В. Манометр показывает разницу между давлением внутри трубки и атмосферой. Поэтому нормальное показание манометра равно нулю.

Разность температур газа до и после перегородки измеряется дифференциальной термопарой медь—константан. С помощью вольтметра 7 измеряется разность потенциалов  $V$ , которая возникает из-за разницы температур. Зависимость  $V(t)$  не является линейной, однако в этой работе измеряются малые перепады температур, поэтому этим можно пренебречь. Чувствительность термопары также зависит от температуры, поэтому нам была предоставлена таблица коэффициентов  $dV/dt$  для разных температур.

### 3 Обработка результатов измерений

В результате измерений были получены данные для 4-х различных температур. Для каждой температуры были измерены разницы потенциалов  $V$  (которые впоследствии будут переведены в разность температур  $\Delta T$ ) при различных перепадах давления в промежутке от  $p = 1.5$  bar до  $p = 4$  bar. Таблицы с получен-

ными данными приведены в приложении.

Величина показания вольтметра в отсутствие потока газа (постоянные паразитические эффекты) была пренебрежимо мала, поэтому не учитывалась.

Отложив полученные значения по наклону прямой  $\Delta T(\Delta p)$  можно определить значения коэффициента  $\mu_{J-T}$ .

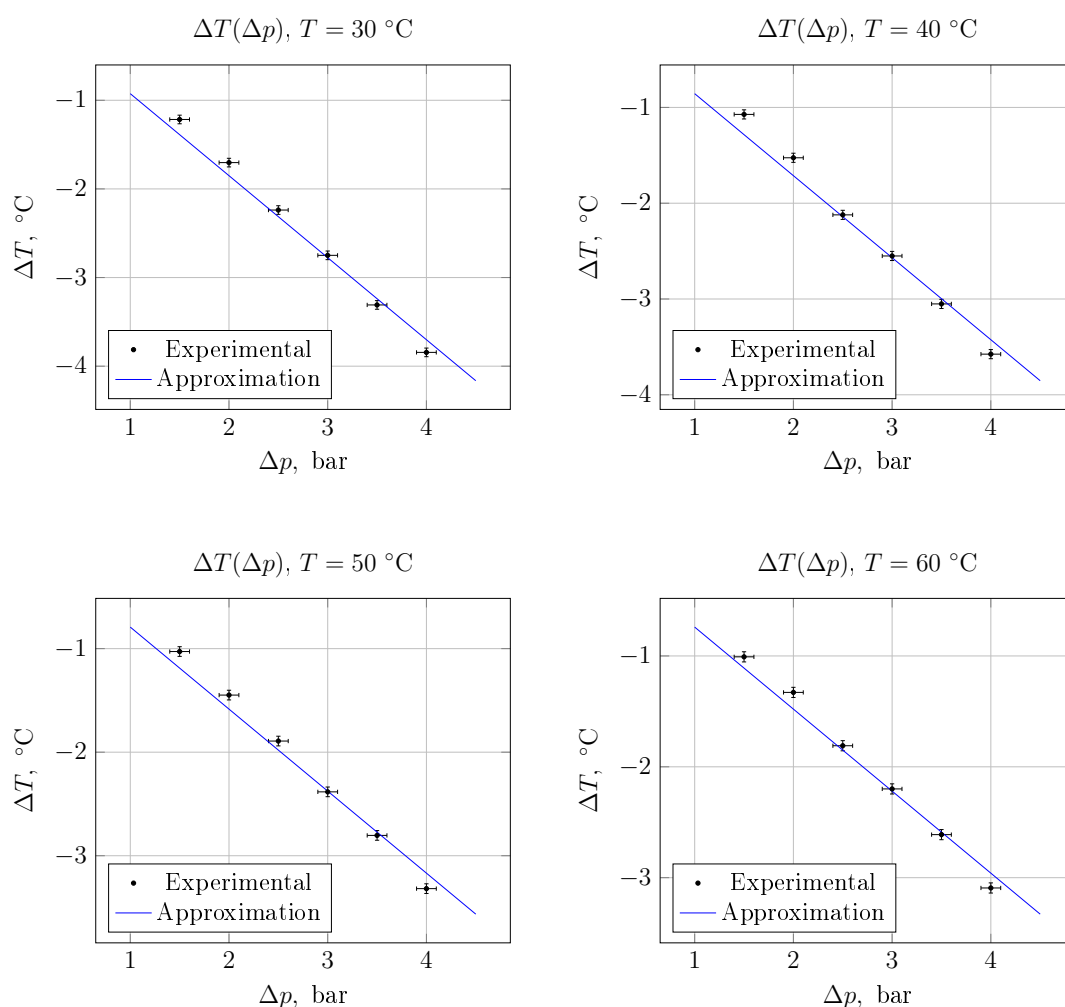


Рис. 2: Полученные точки и аппроксимация зависимости методом МНК.

Как видно, точки хорошо ложатся на прямую во всех четырех случаях. По методу МНК проведем прямые и возьмем коэффициенты наклона  $k = \mu_{J-T}$  для каждой температуры. Изменение температуры в данном случае отрицательное, это зависит от полярности термопары, которая в данном случае подключена таким образом, что  $\Delta T = T_{\text{out}} - T_{\text{in}}$ , то есть показывает «положительный» эффект Джоуля—Томсона.

Методом МНК получены коэффициенты наклона  $k$  для каждой температуры:

$$k_1 = (-0.925 \pm 0.018) \text{ K/bar}$$

$$k_2 = (-0.856 \pm 0.021) \text{ K/bar}$$

$$k_3 = (-0.792 \pm 0.017) \text{ K/bar}$$

$$k_4 = (-0.740 \pm 0.015) \text{ K/bar}$$

Полученные значения близки к табличным (порядка 0.7–0.8 при 40–60 °C при 1 bar).

Важно заметить, что аппроксимация не совсем ложится на прямую, так как при отсутствующей разнице давлений наблюдалось отсутствие разницы температур, поэтому аппроксимация осуществлялась прямой  $y = kx$ .

Теперь построим зависимость  $\mu_{J-T}(1/T)$ . Она должна быть линейной. Из этой зависимости мы можем определить постоянные  $a$  и  $b$  в модели газа Ван-Дер-Ваальса.

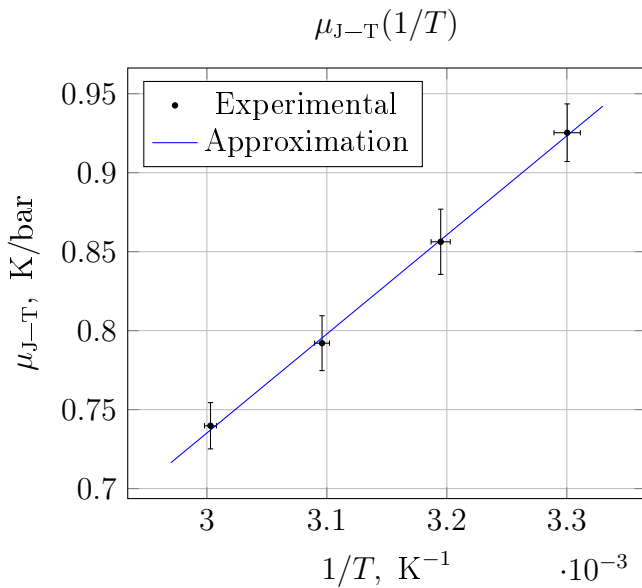


Рис. 3: Зависимость коэффициента Джоуля—Томсона от температуры.

Точки хорошо ложатся на прямую. Будем аппроксимировать по МНК прямой  $y = Kx + B$ .

Коэффициент наклона, согласно теории, равен:

$$K = \frac{1}{C_p} \cdot \frac{2a}{R}$$

Координата по  $y$  точки пересечения с осью ординат  $B$  равна:

$$B = -\frac{b}{C_p}$$

Получили  $K = 627.05$ ,  $B = -1.14$ . В нашем диапазоне температур  $C_p$  углекислого газа  $\approx 860 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$ . Полученные значения соответствуют следующим значениям постоянных модели Ван-Дер-Ваальса:

$$b \approx 431.38 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$$

$$a \approx 0.99 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^4}{\text{mol}^2}$$

Пересечение графика с осью абсцисс наблюдается при  $1/T = 0.0183$ , что дает температуру порядка 550 К. Это намного ниже теоретической оценки более тысячи К.

Полученные значения значительно отличаются от табличных.

## 4 Обсуждение результатов и выводы.

В результате работы получены зависимости изменения температуры вследствие эффекта Джоуля—Томсона от разницы давления при различных температурах. Полученные зависимости оказались линейными, коэффициент их наклона есть искомый коэффициент Джоуля—Томсона. Полученные значения хорошо соотносятся с табличными.

При экстраполяции полученных коэффициентов Джоуля—Томсона от температуры получены постоянные  $a$ ,  $b$  модели газа Ван-Дер-Ваальса, а также получена оценка температуры инверсии  $T_{\text{inv}}$ . Полученные значения достаточно сильно отличаются от табличных, что говорит о несовершенстве модели.

## 5 Приложение

$\Delta p$ , bar	4	3.5	3	2.5	2	1.5
$\Delta V$ , $\mu V$	-150	-128	-107	-89	-64	-45
$\Delta V/\Delta T$ , $\mu V/K$	41.95	41.95	41.95	41.95	41.95	41.95
$\Delta T$ , K	-3.58	-3.05	-2.55	-2.12	-1.53	-1.07

Рис. 4: Результаты измерений при  $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ 

$\Delta p$ , bar	4	3.5	3	2.5	2	1.5
$\Delta V$ , $\mu V$	-142	-120	-102	-81	-62	-44
$\Delta V/\Delta T$ , $\mu V/K$	42.8	42.8	42.8	42.8	42.8	42.8
$\Delta T$ , K	-3.32	-2.80	-2.38	-1.89	-1.45	-1.03

Рис. 5: Результаты измерений при  $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ 

$\Delta p$ , bar	4	3.5	3	2.5	2	1.5
$\Delta V$ , $\mu V$	-135	-114	-96	-79	-58	-44
$\Delta V/\Delta T$ , $\mu V/K$	43.65	43.65	43.65	43.65	43.65	43.65
$\Delta T$ , K	-3.09	-2.61	-2.20	-1.81	-1.33	-1.01

Рис. 6: Результаты измерений при  $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ 

$\Delta p$ , bar	4	3.5	3	2.5	2	1.5
$\Delta V$ , $\mu V$	-158	-136	-113	-92	-70	-50
$\Delta V/\Delta T$ , $\mu V/K$	41.1	41.1	41.1	41.1	41.1	41.1
$\Delta T$ , K	-3.84	-3.31	-2.75	-2.24	-1.70	-1.22

Рис. 7: Результаты измерений при  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$