МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Факультет обшей и прикладной физики

Отчет о выполнении работы 2.2.5. Определение вязкости жидкости по скорости истечения через капилляр

Выполнил:
Студент гр. Б02-304
Головинов. Г.А.

Долгопрудный, 2024

Аннотация

Цель работы: 1) измерить коэффициент поверхностного натяжения в зависимости от температуры; 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

В работе используются: прибор Ребиндера с термостатом; исследуемые жидкости; стаканы; линейка.

Основные теоретические сведения.

Рассмотрим пузырь воздуха в некоторой жидкости. Если он имеет сферическую форму и радиус r, то внутри него давление на Δp выше, чем в жидкости. Δp находится из следующего соотношения, которое называется формулой Лапласа:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \tag{1}$$

Определять коэффициент поверхностного натяжения будем как раз с помощью нее: зная разницу давления и радиус иглы (который можно измерить двумя способами: прямо и косвенно) мы можем найти искомый коэффициент. В работе предлагается исследовать зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры жидкости.

Термодинамика поверхностного натяжения. Из первого начала термодинамики и определения коэффициента σ:

$$\delta Q = dU_\Pi - \sigma d\Pi$$

где dU_Π — полная поверхностная энергия. Далее запишем через энтропию:

$$dU_\Pi = TdS + \sigma d\Pi \tag{2}$$

Перейдем к свободной энергии F, которая по определению:

$$F = U_\Pi - TS \tag{3}$$

Подставляя (2) в предыдущее выражение получим:

$$dF = -SdT + \sigma d\Pi \tag{4}$$

Откуда

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_\Pi, \qquad \sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \Pi}\right)_T. \tag{5}$$

Последнее можно проинтегрировать, учитывая как граничные условия, что $F = 0$ при $\Pi = 0$. Получим:

$$F = \sigma\Pi \tag{6}$$

Это можно подставить в первое из двух соотношений в (5) и получить

$$S = -\Pi\frac{d\sigma}{dT}$$

Тогда получим выражение для энергии:

$$U_\Pi = \left(\sigma - T\frac{d\sigma}{dT}\right)\Pi \tag{7}$$

При изотермическом процессе полная энергия увеличивается только из-за увеличения площади поверхности, при этом к ней нужно подвести тепло

$$Q = \Delta U_\Pi - \sigma\Delta\Pi = -T\frac{d\sigma}{dT}\Delta\Pi$$

На единицу площади:

$$q = -T\frac{d\sigma}{dT}$$

А энергия на единицу площади:

$$\frac{\Delta U_\Pi}{\Delta\Pi} = q + \sigma$$

Экспериментальная установка.

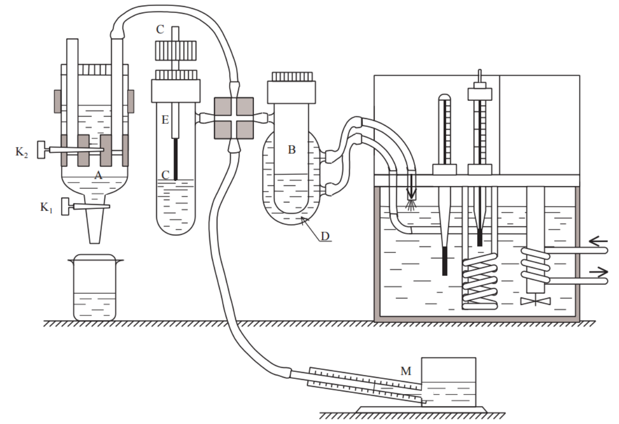

Рис. 1: Схема установки

Температура исследуемой жидкости (воды) поддерживается установленной с помощью термостата. Когда мы открываем кран $К_1$, из аспиратора А вытекает вода. Это создает падение давления внутри системы, которое можно измерить манометром М.

Верхний конец иглы открыт, внутри иглы атмосферное давление p_0. Так как давление в системе $p' < p_0$, на конце игры начинает образовываться пузырь. Давление внутри пузыря остается атмосферным, значит внутри системы новое давление $p_0 - \Delta p = p_0 - 2\sigma/r$. Манометр измеряет разницу давления внутри системы и атмосферы, причем в этом случае он будет показывать давление внутри пузыря.

Если мы находимся на глубине h под поверхностью жидкости, то давление в жидкости на этом же уровне будет $\rho g h - 2\sigma/r$, на поверхности и в системе тогда $p_0 - 2\sigma/r$. Поэтому максимальное показание манометра и есть добавочное давление Δp. Максимальным оно будет в момент, когда радиус пузырька равен радиусу иглы. Поэтому нас интересует именно максимальное давление.

Обработка результатов.

Для начала стоит сравнить внутренний радиус иглы прямым и косвенным методом. С помощью микроскопа получено значение $r = 0.6$ mm. С помощью пробулькивания спирта (коэффициент поверхностного натяжения для него будем считать $\sigma_{C_2H_5OH}) \approx 0.022$ N/m.

По полученным точкам (см. таблицы в приложении) построим зависимость $\sigma(T)$, аппроксимируем ее по методу МНК прямой $y = kx + b$. Наклон этой прямой $d\sigma/dT$ можно будет сравнить с табличным (так же как и сами значения σ).

Погрешность δT примем за 0.2 K, так как термостат часто «перескакивал» заданные значения на несколько долей градуса. Погрешность коэффициента поверхностного натяжение складывается из приборной и случайной составляющей.

Приборная обусловлена погрешностью измерения с помощью манометра, положим $\delta_p = 0.5$ делений, что равно $\approx$ 1 Pa. Кроме того в приборную погрешность входит погрешность измерения высоты: 0.5 mm. Оценим каждое значение максимальной погрешностью. Итого $\delta_{\text{приборная}} \approx 0.6$ mN/m.

Для оценки случайной погрешности мы провели по 5 измерений для каждой температуры. Посчитаем стандартное отклонение:

$$\delta_{\text{случайная}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle x\rangle)^2}$$

Некоторые точки получились без случайной погрешности, так как там все измерения совпали, другие точки получились с погрешностью вплоть до 0.32 mN/m. Итоговые значения с погрешностями приведены в таблице в приложении.

Получена зависимость, которая, как видно, плохо аппроксимируется прямой: достаточно большой изгиб не позволяет провести прямую так, чтобы она прошла через кресты погрешностей. Квадратичной зависимостью она аппроксимируется лучше, однако мы не знаем, какая степень (если вообще степень) должна быть у этой зависимости. Квадрат был выбран лишь потому, что у него не будет неприятных «сюрпризов» со знаками на бесконечности. Так можно лучше определить критическую температуру воды.

Линейная зависимость дает нам температуру $T_c \approx 776.5$ K, квадратичная зависимость дает $T_c \approx 437.2$ K. Согласно таблице для воды этот показатель составляет ≈ 647 K, что больше, чем предсказывает квадратичная зависимость и меньше, чем предсказывает линейная.

Наклон линейной аппроксимации $d\sigma/dT \approx (-1.7 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$ N/(m·K). Табличное значение $-1.7 \cdot 10^{-4}$ N/(m · K) практически совпадает с полученным.

По формулам из теоретического введения получим теплоту образования единицы площади поверхности q.

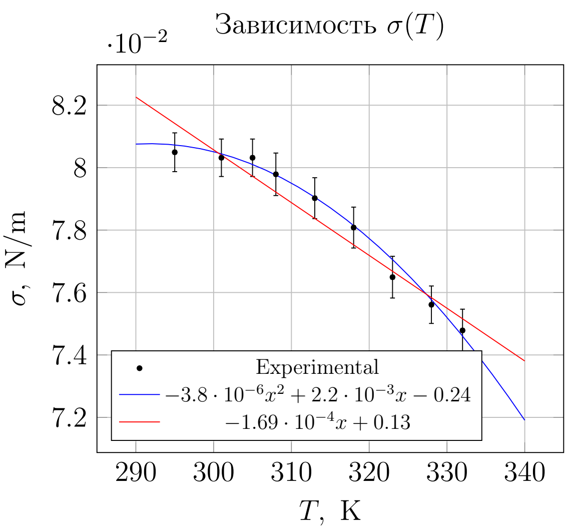

Рис. 2: Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры

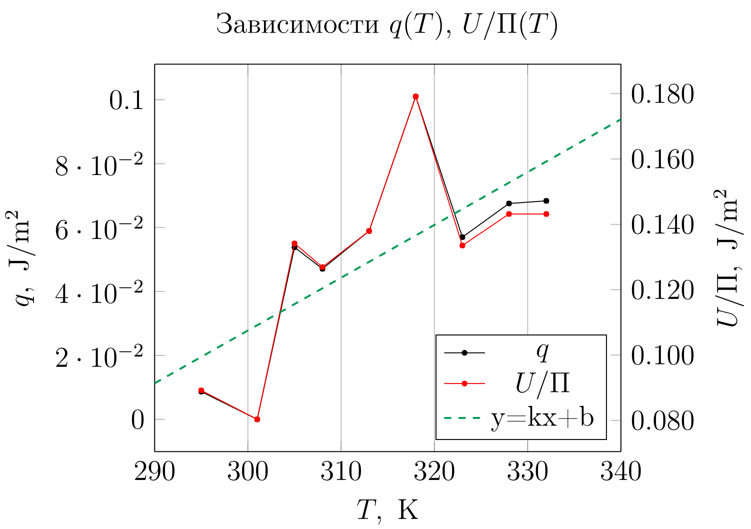

Рис. 3: Зависимость теплоты образования единицы площади и поверхностной энергии единицы площади от температуры

Эта картинка была получена соединением двух точек из рис. 2 и получением $d\sigma/dT$ для каждой температуры. Конечно, учитывая разброс и неточность полученных σ, полученная зависимость тоже имеет большой разброс. Прибавляя σ к полученным q получим вторую зависимость.

Как и ожидалось, графики имеют практически одинаковую форму. Линейными их назвать сложно, однако это более интересный результат, чем просто подстановка итогового значения $d\sigma/dT$ (тогда мы бы получили, ожидаемо, просто прямую линию).

Обсуждение результатов и выводы.

В ходе работы мы получили зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры, полученные значения хорошо соотносятся с табличными, относительная погрешность $\varepsilon < 10\%$.

Получено также соотношение $d\sigma/dT$ из линейной аппроксимации $\sigma(T)$. Результат с учетом округления совпадает с табличным. Любопытно, что даже при достаточно малом количестве точек и малом разбросе температур видна нелинейность полученной зависимости. Однако линейная аппроксимация дает более точные результаты для критической температуры воды.