

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Факультет общей и прикладной физики

**Отчет о выполнении работы 2.5.1.  
Определение зависимости коэффициента  
поверхностного натяжения воды от температуры**

Выполнил:  
Студент гр. Б02-304  
Головинов. Г.А.



Долгопрудный, 2024

## Аннотация

**Цель работы:** 1) измерить коэффициент поверхностного натяжения в зависимости от температуры; 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

**В работе используются:** прибор Ребиндера с термостатом; исследуемые жидкости; стаканы; линейка.

## Основные теоретические сведения.

Рассмотрим пузырь воздуха в некоторой жидкости. Если он имеет сферическую форму и радиус  $r$ , то внутри него давление на  $\Delta p$  выше, чем в жидкости.  $\Delta p$  находится из следующего соотношения, которое называется формулой Лапласа:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \quad (1)$$

Определять коэффициент поверхностного натяжения будем как раз с помощью нее: зная разницу давления и радиус иглы (который можно измерить двумя способами: прямо и косвенно) мы можем найти искомый коэффициент. В работе предлагается исследовать зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры жидкости.

**Термодинамика поверхностного натяжения.** Из первого начала термодинамики и определения коэффициента  $\sigma$ :

$$\delta Q = dU_{\Pi} - \sigma d\Pi$$

где  $dU_{\Pi}$  — полная поверхностная энергия. Далее запишем через энтропию:

$$dU_{\Pi} = TdS + \sigma d\Pi \quad (2)$$

Перейдем к свободной энергии  $F$ , которая по определению:

$$F = U_{\Pi} - TS \quad (3)$$

Подставляя (2) в предыдущее выражение получим:

$$dF = -SdT + \sigma d\Pi \quad (4)$$

Откуда

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\Pi}, \quad \sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \Pi}\right)_T. \quad (5)$$

Последнее можно проинтегрировать, учитывая как граничные условия, что  $F = 0$  при  $\Pi = 0$ . Получим:

$$F = \sigma \Pi \quad (6)$$

Это можно подставить в первое из двух соотношений в (5) и получить

$$S = -\Pi \frac{d\sigma}{dT}$$

Тогда получим выражение для энергии:

$$U_{\Pi} = \left(\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}\right) \Pi \quad (7)$$

При изотермическом процессе полная энергия увеличивается только из-за увеличения площади поверхности, при этом к ней нужно подвести тепло

$$Q = \Delta U_{\Pi} - \sigma \Delta \Pi = -T \frac{d\sigma}{dT} \Delta \Pi$$

На единицу площади:

$$q = -T \frac{d\sigma}{dT}$$

А энергия на единицу площади:

$$\frac{\Delta U_{\Pi}}{\Delta \Pi} = q + \sigma$$

## Экспериментальная установка. Обработка результатов.

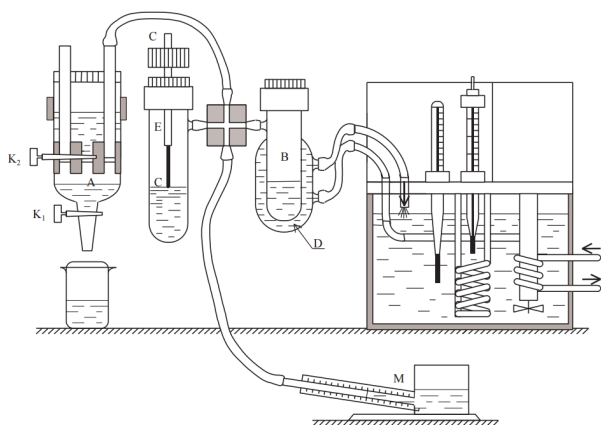


Рис. 1: Схема установки

Температура исследуемой жидкости (воды) поддерживается установленной с помощью термостата. Когда мы открываем кран  $K_1$ , из аспиратора А вытекает вода. Это создает падение давления внутри системы, которое можно измерить манометром М.

Верхний конец иглы открыт, внутри иглы атмосферное давление  $p_0$ . Так как давление в системе  $p' < p_0$ , на конце иглы начинает образовываться пузырь. Давление внутри пузыря остается атмосферным, значит внутри системы новое давление  $p_0 - \Delta p = p_0 - 2\sigma/r$ . Манометр измеряет разницу давления внутри системы и атмосферы, причем в этом случае он будет показывать давление внутри пузыря.

Если мы находимся на глубине  $h$  под поверхностью жидкости, то давление в жидкости на этом же уровне будет  $\rho gh - 2\sigma/r$ , на поверхности и в системе тогда  $p_0 - 2\sigma/r$ . Поэтому максимальное показание манометра и есть добавочное давление  $\Delta p$ . Максимальным оно будет в момент, когда радиус пузырька равен радиусу иглы. Поэтому нас интересует именно максимальное давление.

Для начала сравним глубину погружения иглы и дополнительное давление: согласно прямым измерениям глубина погружения составила  $(17.5 \pm 0.1)$  mm. Показания манометра изменились на  $\approx 173.5$  Pa, что соответствует изменению высоты 17.7 mm. Значения, полученные прямым и косвенным образом хорошо соотносятся.

С радиусом иглы получилось несколько хуже: внутренний радиус, полученный с помощью микроскопа составил  $\approx 0.6$  mm, с помощью пробулькивания спирта получено значение  $\approx 1$  mm, что сильно расходится с прямыми измерениями.

По полученным точкам (см. таблицы в приложении) построим зависимость  $\sigma(T)$ , аппроксимируем ее по методу МНК прямой  $y = kx + b$ . Наклон этой прямой  $d\sigma/dT$  можно будет сравнить с табличным (так же как и сами значения  $\sigma$ ).

Погрешность  $\delta T$  примем за 0.2 K, так как термостат часто «перескакивал» заданные значения на несколько долей градуса. Погрешность коэффициента поверхностного натяжения складывается из приборной и случайной составляющей.

Приборная обусловлена погрешностью измерения с помощью манометра, положим  $\delta_p = 0.5$  делений, что равно  $\approx 1$  Pa. Кроме того в приборную погрешность входит погрешность измерения высоты: 0.5 mm. Оценим каждое значение максимальной погрешностью. Итого  $\delta_{\text{приборная}} \approx 0.6$  mN/m.

Для оценки случайной погрешности мы провели по 5 измерений для каждой температуры. Посчитаем стандартное отклонение:

$$\delta_{\text{случайная}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}$$

Некоторые точки получились без случайной погрешности, так как там все измерения совпали, другие точки получились с погрешностью вплоть до 0.32 мН/м. Итоговые значения с погрешностями приведены в таблице в приложении.

Получена зависимость, которая, как видно, плохо аппроксимируется прямой: достаточно большой изгиб не позволяет провести прямую так, чтобы она прошла через кресты погрешностей. Квадратичной зависимостью она аппроксимируется лучше, однако мы не знаем, какая степень (если вообще степень) должна быть у этой зависимости. Квадрат был выбран лишь потому, что у него не будет неприятных «сюрпризов» со знаками на бесконечности. Так можно лучше определить критическую темпе-

ратуру воды.

Линейная зависимость дает нам температуру  $T_c \approx 776.5$  К, квадратичная зависимость дает  $T_c \approx 437.2$  К. Согласно таблице для воды этот показатель составляет  $\approx 647$  К, что больше, чем предсказывает квадратичная зависимость и меньше, чем предсказывает линейная.

Наклон линейной аппроксимации  $d\sigma/dT \approx (-1.7 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$  Н/(м·К). Табличное значение  $-1.7 \cdot 10^{-4}$  Н/(м·К) практически совпадает с полученным.

По формулам из теоретического введения получим теплоту образования единицы площади поверхности  $q$ .

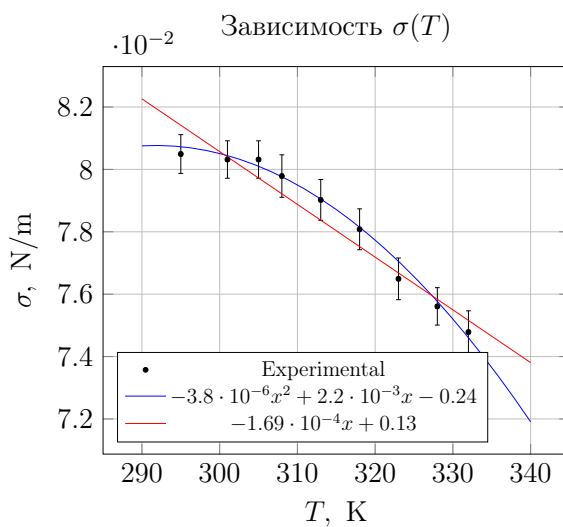


Рис. 2: Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры

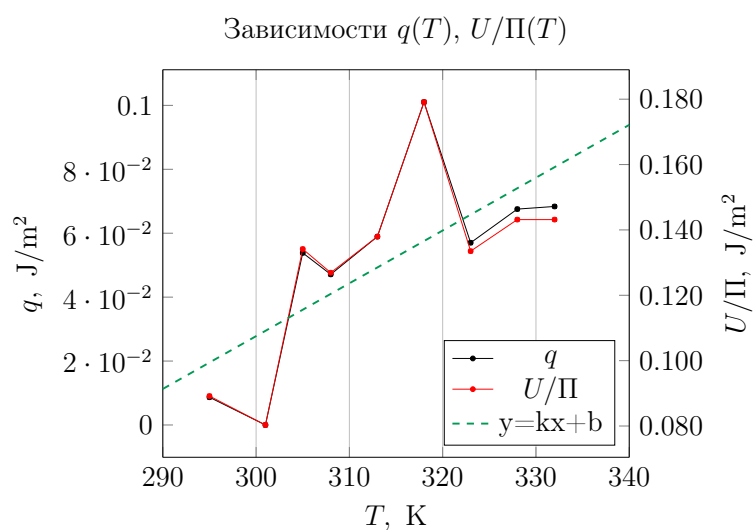


Рис. 3: Зависимость теплоты образования единицы площади и поверхностной энергии единицы площади от температуры

Эта картинка была получена соединением двух точек из рис. 2 и получением  $d\sigma/dT$  для каждой температуры. Конечно, учитывая разброс и неточность полученных  $\sigma$ , полученная зависимость тоже имеет большой разброс. Прибавляя  $\sigma$  к полученным  $q$  получим вторую зависимость.

Как и ожидалось, графики имеют практически одинаковую форму. Линейными их назвать сложно, однако это более интересный результат, чем просто подстановка итогового значения  $d\sigma/dT$  (тогда мы бы получили, ожидаемо, просто прямую линию).

## Обсуждение результатов и выводы.

В ходе работы мы получили зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры, полученные значения хорошо соотносятся с табличными, относительная погрешность  $\varepsilon < 10\%$ .

Получено также соотношение  $d\sigma/dT$  из линейной аппроксимации  $\sigma(T)$ . Результат с учетом округления совпадает с табличным. Любопытно, что даже при достаточно малом количестве точек и малом разбросе температур видна нелинейность полученной зависимости. Однако линейная аппроксимация дает более точные результаты для критической температуры воды.

## Приложение

$T, \text{ K}$	$\sigma, \text{ N/m}$	$\delta\sigma$
295	0.0805	0.0006
301	0.0803	0.0006
305	0.0803	0.0006
308	0.0798	0.0007
313	0.0790	0.0007
318	0.0781	0.0007
323	0.0765	0.0007
328	0.0756	0.0006
332	0.0748	0.0007

Таблица 1: Полученные значения коэффициента поверхностного натяжения для разных температур

$T, \text{ K}$	$q, \text{ J/m}^2$
295	0.0087
301	0.0000
305	0.0538
308	0.0471
313	0.0589
318	0.1010
323	0.0570
328	0.0675
332	0.0684

Таблица 2: Полученные значения для теплоты образования единицы площади поверхности

$T, \text{ K}$	$U/\Pi, \text{ J/m}^2$
295	0.0892
301	0.0803
305	0.1342
308	0.1269
313	0.1380
318	0.1791
323	0.1335
328	0.1432
332	0.1432

Таблица 3: Полученные значения для поверхностной энергии единицы площади