

1 Wprowadzenie

Naszym celem będzie wyznaczenie wielomianów interpolacyjnych stopnia n , $W_n(x)$ dla przedziału $[-1, 1]$ dla funkcji $f(x) = \cos(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi x)$ dla $i = 0, \dots, n$.

(1)

Dla:

$$x_i = -1 + 2 \frac{i}{n+1} \text{ dla } (i = 0, \dots, n)$$

oraz

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right)$$

a) Algorytm QR polega na iteracji:

$$QR = A$$

$$A = RQ$$

b) Metoda potęgowa polega na iteracji:

$$By_k = z_k$$

$$By_{k+1} = \frac{z_k}{\|z_k\|}$$

2 Wyniki

Zastosowano maksymalną ilość iteracji $N = 100$ i błędu przybliżenia 10^{-8} .

Wartości własne macierzy A przy pomocy algorytmu QR:

$$[7.23099229 \ 5.90015728 \ 4.81580659 \ 1.05304383]$$

Maksymalna wartość własna (co do modułu) macierzy B przy pomocy metody potęgowej

$$10.015982848255206$$

Odpowiadający jej wektor własny:

$$[0.55829692 \ 0.77620834 \ 0.28678783 \ 0.05964813]$$

3 Analiza wyników

Przy pomocy algorytmu QR jesteśmy w stanie znaleźć wartości własne, jednak koszt wszystkich operacji jest duży ze względu na samą złożoność faktoryzacji QR , która wynosi $O(n^3)$. Natomiast dzięki metodzie potęgowej znajdujemy maksymalną wartość własną i jej wektor własny. Jest to możliwe tylko wtedy gdy wartości własne przybierają różne wartości modułu.