1 Wprowadzenie

Naszym celem będzie obliczenie wartości własnych macierzy przy pomocy algorytmu QR. A także, największej co do modułu wartości własnej i odpowiadającego jej wektora własnego przy pomocy metody potęgowej.

Nasze macierze wyglądają następująco:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 0 & 9 \\ 0 & 0.2 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & 0.1 & 6 \end{pmatrix}$$

oraz

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$a)$ Algorytm QR polega na iteracji:

$$QR = A$$
$$A = RQ$$

$b)$ Metoda potęgowa polega na iteracji:

$$By_k = z_k$$
$$By_{k+1} = \frac{z_k}{||z_k||}$$

2 Wyniki

Zostosowano maksymalną ilośc iteracji N = 100 i błędu przybliżenia 10e-8.

Wartości własne macierzy A przy pomocy algorytmu QR:

[7.23099229 5.90015728 4.81580659 1.05304383]

Maksymalna wartość własna (co do modułu) macierzy B przy pomocy metody potęgowej

10.015982848255206

Odpowiadający jej wektor własny:

[0.55829692 0.77620834 0.28678783 0.05964813]

3 Analiza wyników

Przy pomocy algorytmu QR jesteśmy w stanie znaleźć wartości własne, jednak koszt wszystkich operacji jest duży ze względu na samą złożonośc faktoryzacji QR , która wynosi $O(n^3)$ Natomiast dzięki metodzie potęgowej znajdujemy maksymalną wartość własną i jej wektor własny. Jest to możliwe tylko wtedy gdy wartości własne przybierają różne wartości modułu.