1 Wprowadzenie

Nasza macierz A będzie składać się z liczb 10 na diagonali, 8 na pierwszej pozycji nad diagonalą oraz pozostałych elementów równych 1. Aby efektywnie obliczyć rozwiązania Ay = b, dla wybranego wektora

$$b = (5, ..., 5)^T$$

zastosujemy algorytm Shermana-Morisssona.

Podzielmy naszą macierz A na:

$$B = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} + uv^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Za pomocą wzoru Shermana-Morissona

$$(B + uv^T)^{-1} = B^{-1} - \frac{B^{-1}uv^TB^-1}{1 + v^TB^{-1}u}$$

Jesteśmy w stanie obliczyć

$$y = (A^{-1})b = (B^{-1} - \frac{B^{-1}uv^TB^-1}{1 + v^TB^{-1}u})b$$

Obliczając najpierw

$$Bz = b$$

$$Bq = u$$

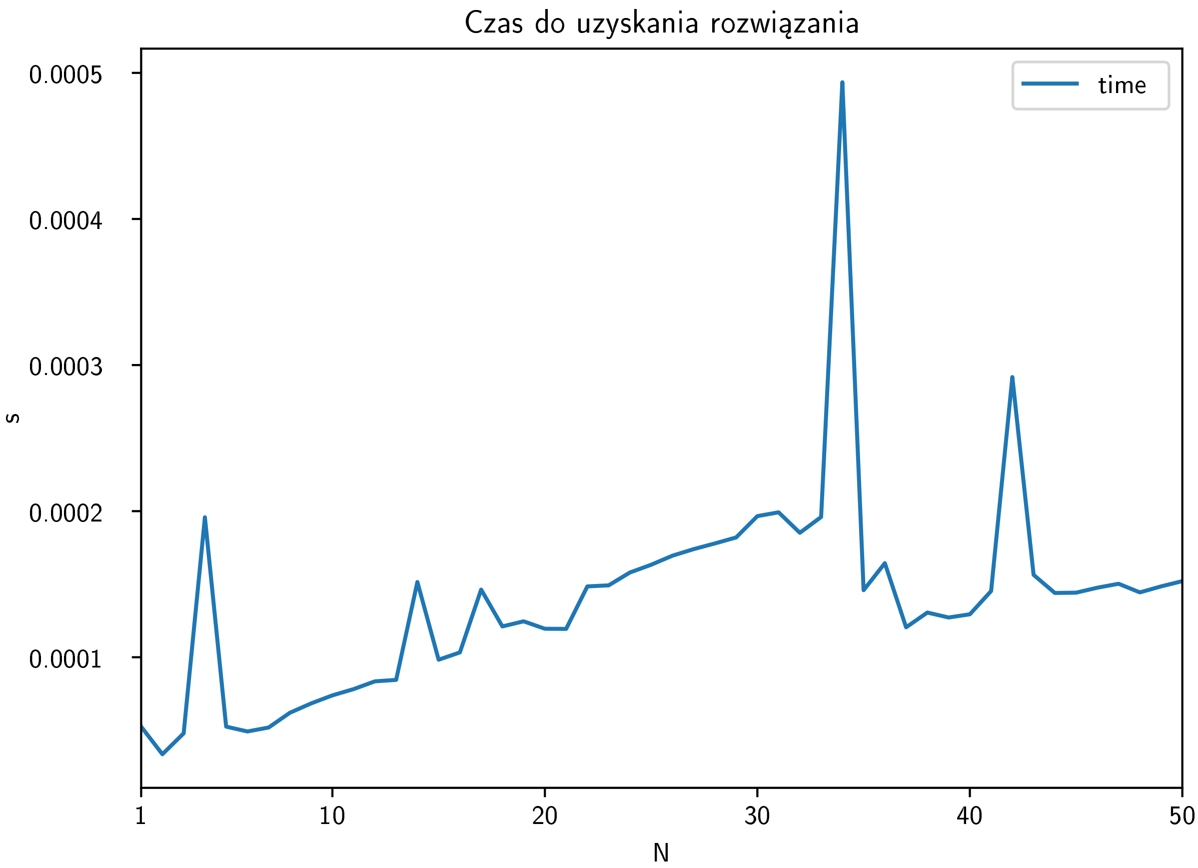
Teraz możemy obliczyć rozwiązanie:

$$y = z - \frac{v^Tzq}{1 + v^Tq}$$

2 Wyniki

Dla N = 50

Rozwiązania y =
[0.07525844 0.07525904 0.07525827 0.07525926 0.07525799 0.07525963 0.07525752 0.07526023 0.07525674 0.07526122 0.07525546 0.07526287 0.07525334 0.07526559 0.07524985 0.07527009 0.07524406 0.07527753 0.0752345 0.07528983 0.07521869 0.07531015 0.07519256 0.07534375 0.07514936 0.07539929 0.07507795 0.0754911 0.07495991 0.07564287 0.07476477 0.07589376 0.0744422 0.07630849 0.07390898 0.07699406 0.07302753 0.07812736 0.07157043 0.08000077 0.06916176 0.08309763 0.06518009 0.08821693 0.05859813 0.09667944 0.04771776 0.11066849 0.02973183 0.13379325]



3 Analiza wyników

Za pomocą specjalnych sposobów jesteśmy w stanie znaleźć rozwiązanie w czasie O(n). Wydawać by się mogło, że wraz ze zwiększaniem się macierzy potrzebny czas będzie rosnąć liniowo. Jednak jak możemy zauważyć na wykresie tak nie jest. Występują miejsca, gdzie mimo mniejszej macierzy czas jest większy. Dzieje się tak z powodu bardziej wymagających operacji artmetycznych.