Wprowadzenie

Sprawdźmy jak zmiana jednego z współczynników nawet o bardzo małą wartość wpłynie na końcowy rezultat rozwiązań. Aby tego dokonać wybierzmy 2 macierze A_1 i A_2 oraz wektor b, z którego utworzymy wektor b' zwiększając jedną z wartości o 10^{-5}.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2.34332898 & -0.11253278 & -0.01485349 & 0.33316649 & 0.71319625 \\ -0.11253278 & 1.67773628 & -0.32678856 & -0.31118836 & -0.43342631 \\ -0.01485349 & -0.32678856 & 2.66011353 & 0.85462464 & 0.16698798 \\ 0.33316649 & -0.31118836 & 0.85462464 & 1.54788582 & 0.32269197 \\ 0.71319625 & -0.43342631 & 0.16698798 & 0.32269197 & 3.27093538 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2.34065520 & -0.05353743 & 0.00237792 & 0.32944082 & 0.72776588 \\ -0.05353743 & 0.37604149 & -0.70698859 & -0.22898376 & -0.75489595 \\ 0.00237792 & -0.70698859 & 2.54906441 & 0.87863502 & 0.07309288 \\ 0.32944082 & -0.22898376 & 0.87863502 & 1.54269444 & 0.34299341 \\ 0.72776588 & -0.75489595 & 0.07309288 & 0.34299341 & 3.19154447 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 3.55652063354463 & -1.86337418741501 & 5.84125684808554 & -1.74587299057388 & 0.84299677124244 \end{pmatrix}^T$$
$$b' = b + (10^{-5}, 0, 0, 0, 0)^T$$

Wyniki

$$A_1 * y_1 = b \Rightarrow y_1 = \begin{pmatrix} 2.03163246 & -1.03652186 & 3.22032664 & -3.52251753 & -0.1394951 \end{pmatrix}$$

$$A_1 * y_1' = b' \Rightarrow y_1' = \begin{pmatrix} 2.03163717 & -1.0365219 & 3.22032706 & -3.52251858 & -0.13949605 \end{pmatrix}$$

$$A_2 * y_2 = b \Rightarrow y_2 = \begin{pmatrix} 1.99998045 & -0.33814056 & 3.42431038 & -3.56662167 & 0.0329788 \end{pmatrix}$$

$$A_2 * y_2' = b' \Rightarrow y_2' = \begin{pmatrix} 3.42873475 & -31.86258864 & -5.78337449 & -1.57579144 & -7.7523748 \end{pmatrix}$$

$$||y1 - y'1|| = 4.934587135822541e - 06$$
$$||y2 - y'2|| = 33.84063773584277$$

Analiza wyników

Analizując 2 pierwsze równania z macierzą A_1 wyniki rozwiązań nie różnią się diametralnie mimo zmiany wektora b na b'. Natomiast przypadek z macierzą A_2 pokazuje, że zmiana istotnie wpłynęła na wyniki rozwiązań y_2 i y'_2. Obliczając normy różnic rozwiązań poszczególnych macierzy dochodzimy do wniosku, że duża różnica między nimi ma związek z wskaźnikiem uwarunkowania macierzy A_1 i A_2. Wskaźnik uwarunkowania określa, w jakim stopniu błąd numeryczny danych wejściowych danego problemu wpływa na błąd wyniku. Dla macierzy A_1 niewielkie względne zmiany danych dają niewielkie względne zmiany rozwiązania, więc macierz jest numerycznie dobrze uwarunkowana, natomiast macierz A_2 jest źle uwarunkowana, ponieważ niewielkie względne zmiany danych dają diametralnie różne rozwiązania.