1 Wprowadzenie

Naszym celem będzie porównanie dwóch metod iteracyjnych Jacobi'ego i Gaussa-Seidla. A następnie przedstawienie różnicy między kolejnymi przybliżeniami z końcowym przybliżeniem. Końcowym przybliżeniem będzie najmniejszy błąd większy od 1e-8.

Nasza macierz wygląda następująco:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0.2 & & & & \\ 1 & 3 & 1 & 0.2 & & & \\ 0.2 & 1 & 3 & 1 & 0.2 & & \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ & & 0.2 & 1 & 3 & 1 & 0.2 \\ & & & 0.2 & 1 & 3 & 1 \\ & & & & 0.2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

oraz

$$x = (1, 2, ..., N)^T$$

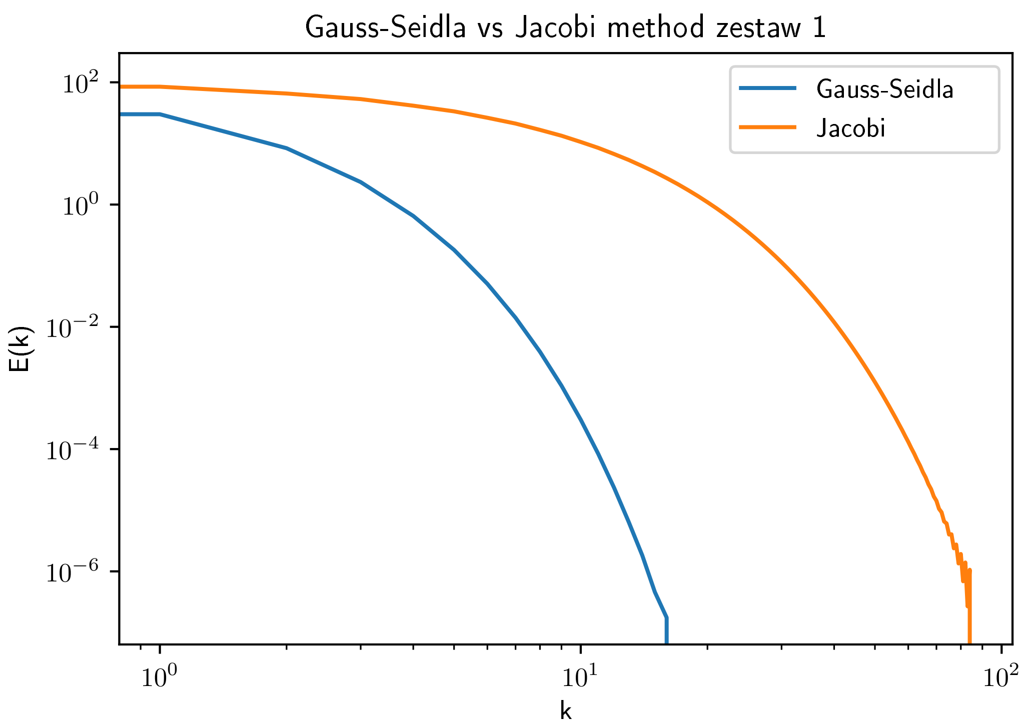
2 Wyniki

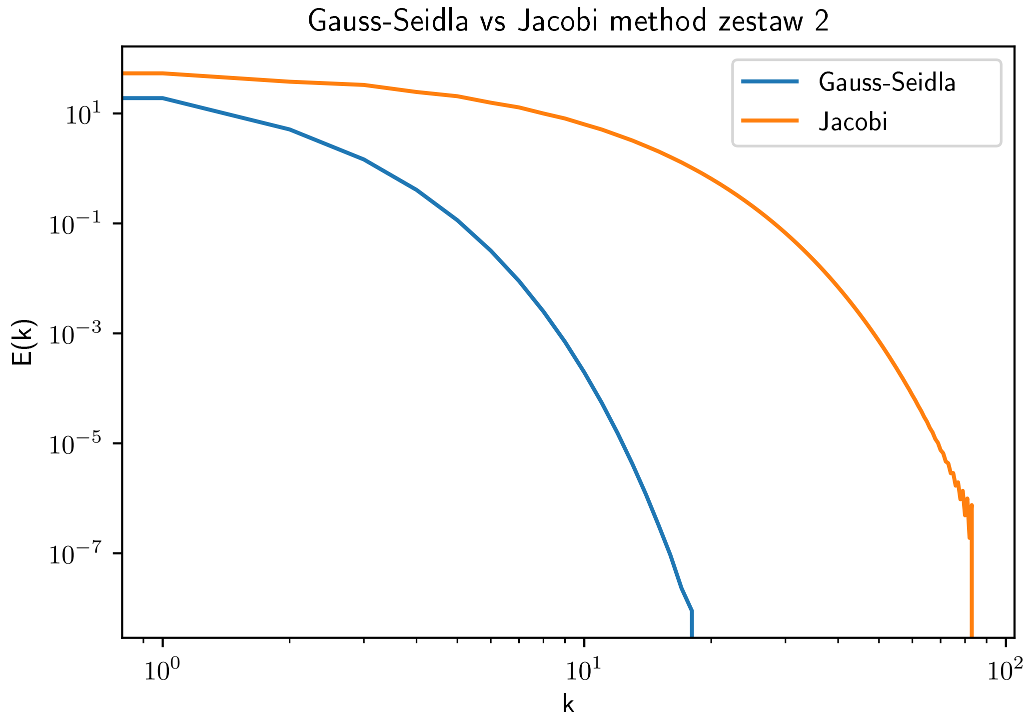
Dla N = 100

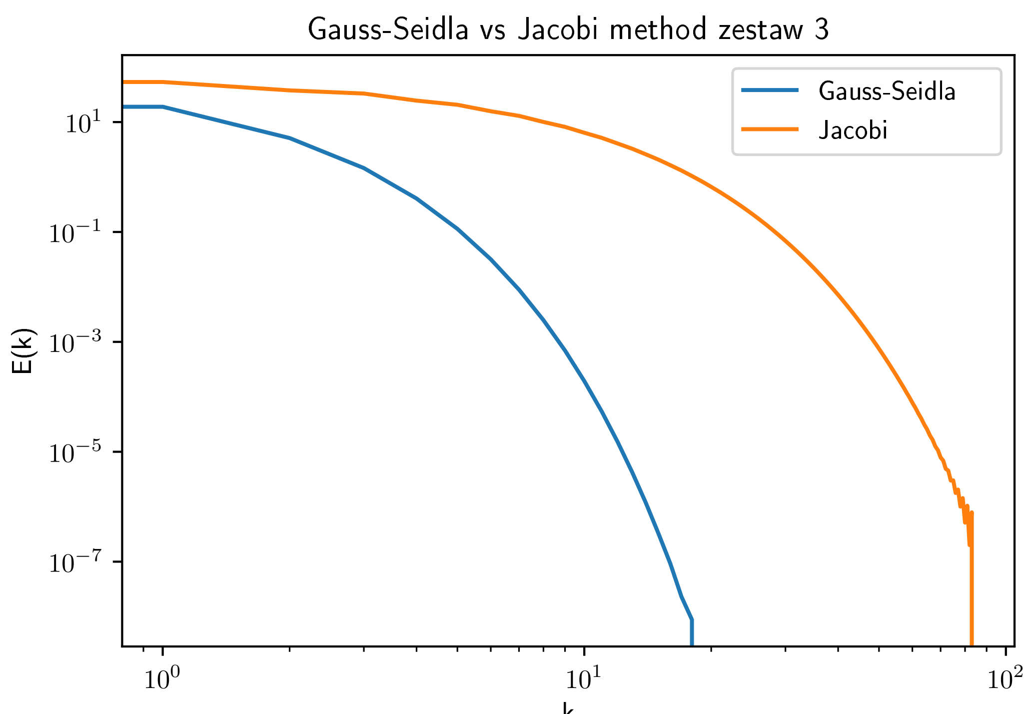
Rozwiązania Ay=x metodą Jacobi'ego = [0.17126009 0.37523974 0.55489993 0.74060385 0.9260231 1.11108743 1.29629728 1.48148293 1.6666661 1.85185196 2.03703706 2.22222222 2.40740742 2.59259261 2.77777779 2.96296298 3.14814817 3.33333335 3.51851854 3.70370373 3.88888891 4.0740741 4.25925928 4.44444447 4.62962966 4.81481484 5.00000003 5.18518522 5.3703704 5.55555559 5.74074077 5.92592596 6.11111115 6.29629633 6.48148152 6.66666671 6.85185189 7.03703708 7.22222226 7.40740745 7.59259264 7.77777782 7.96296301 8.1481482 8.33333338 8.51851857 8.70370375 8.88888894 9.07407413 9.25925931 9.4444445 9.62962969 9.81481487 10.00000006 10.18518524 10.37037043 10.55555562 10.7407408 10.92592599 11.11111118 11.29629636 11.48148155 11.66666673 11.85185192 12.03703711 12.22222229 12.40740748 12.59259267 12.77777785 12.96296304 13.14814822 13.33333341 13.5185186 13.70370378 13.88888897 14.07407415 14.25925934 14.44444452 14.62962971 14.81481489 15.00000008 15.18518526 15.37037045 15.55555563 15.74074079 15.9259261 16.11111101 16.29629576 16.48148662 16.66665117 16.85185675 17.03722144 17.22130059 17.40924195 17.59631869 17.73605402 18.10744023 18.03115409 16.95603808 26.47924372]

Rozwiązania Ay = x metodą Gaussa-Seidla = [0.1712601 0.37523974 0.55489993 0.74060385 0.9260231 1.11108743 1.29629728 1.48148292 1.66666609 1.85185195 2.03703705 2.22222222 2.40740741 2.5925926 2.77777778 2.96296297 3.14814815 3.33333334 3.51851852 3.70370371 3.88888889 4.07407408 4.25925926 4.44444445 4.62962963 4.81481482 5.00000001 5.18518519 5.37037038 5.55555556 5.74074075 5.92592593 6.11111112 6.2962963 6.48148149 6.66666667 6.85185186 7.03703704 7.22222223 7.40740741 7.5925926 7.77777778 7.96296297 8.14814816 8.33333334 8.51851853 8.70370371 8.8888889 9.07407408 9.25925927 9.44444445 9.62962964 9.81481482 10.00000001 10.18518519 10.37037038 10.55555556 10.74074075 10.92592593 11.11111112 11.29629631 11.48148149 11.66666668 11.85185186 12.03703705 12.22222223 12.40740742 12.5925926 12.77777779 12.96296297 13.14814816 13.33333334 13.51851853 13.70370371 13.8888889 14.07407408 14.25925926 14.44444444 14.62962961 14.8148148 15.00000003 15.18518523 15.37037033 15.55555549 15.74074081 15.92592607 16.11111077 16.29629581 16.48148662 16.66665089 16.85185695 17.0372212 17.22130064 17.40924188 17.59631865 17.73605399 18.1074402 18.03115407 16.95603806 26.47924371]

Wykresy przedstawiają różnicę między kolejnymi przybliżeniami z ostatnim rozwiązaniem dla różnych punktów startowych.




Gauss-Seidla vs Jacobi method zestaw 2
Gauss-Seidla
Jacobi
E(k)
10^{1}
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
k


Gauss-Seidla vs Jacobi method zestaw 3
Gauss-Seidla
Jacobi
E(k)
10^{1}
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
k

3 Analiza wyników

Analizując wykresy możemy stwierdzić, że lepszą a zarazem szybszą metodą okazuje się metoda Gaussa-Seidla, która zapewnia nam oczekiwane przybliżenie w mniejszej liczbie iteracji niż metoda Jacobi'ego. Dzieje się tak, ponieważ metoda Gaussa-Seidla w czasie iterowania używa wartości obliczonych w tym samym kroku, natomiast metoda Jacobi'ego używa wartości jedynie z poprzedniego kroku iteracyjnego. Mimo użytych różnych punktów startowych ilość kroków iteracyjnych rózni się minimalnie.