

Modelowanie Matematyczne - Projekt 3

Bartłomiej Krawczyk, 310774

Zadanie

Zestaw 6_JG

Opis modelowanego problemu:

Przedsiębiorstwo produkuje trzy produkty P_1 , P_2 , P_3 (sztuki). Każdy z tych produktów potrzebuje trzech różnych składników S_1 , S_2 , S_3 (kg/jednostkę). Każdy z produktów ma inną ceną jednostkową sprzedaży C_{P_1} , C_{P_2} , C_{P_3} (tyś.PLN/jednostkę). Firma zwraca uwagę na ekologię i szacuje jednostkowy poziom zanieczyszczeń emitowanych dla poszczególnych produktów Z_{P_1} , Z_{P_2} , Z_{P_3} (kg/jednostkę). Dostępne są również jednostkowe koszty produkcji K_{P_1} , K_{P_2} , K_{P_3} (tyś.PLN/jednostkę).

Ograniczenia:

1. Nie można użyć więcej niż 110 kg składnika S_1 , ale 100 kg jest akceptowalne.
2. Zaleca się użycie 50 kg składnika S_2 , ale zużycie powyżej 55 kg nie jest akceptowalne.
3. Nie jest akceptowalne zużycie składnika S_3 powyżej 50 kg.
4. Zakłada się, że produkcja produktu P_1 powinna być nie mniejsza niż 3 sztuki, a produktu P_3 nie mniejsza niż 5 sztuk.

Cele postawione przez zarządzających firmą:

1. Maksymalizacja zysków; dążenie do zysku na poziomie 150 tys. PLN, ale akceptowalny jest zysk na poziomie 130 tys PLN.
2. Minimalizacja emisji zanieczyszczeń; dążenie do emisji na poziomie 30 kg, ale poziom 35 kg jest akceptowalny.
3. Minimalizacja kosztów produkcji; dążenie do kosztów na poziomie 70 tys. PLN, ale koszty na poziomie 80 tys. są akceptowalne.

Polecenia do wykonania:

1. (2) Sformułować i opisać wielokryterialny model planowania produkcji z wykorzystaniem metody punktu odniesienia.
2. (3) Sformułować i opisać wielokryterialny model optymalnego planowania produkcji z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.
3. (10) Sformułować równoważne zadanie optymalizacji dla zadania 2 z wykorzystaniem zbiorów rozmytych adaptując podejście Zimmermana dla więcej niż jednego kryterium.
4. (3) Zapisz zadanie/zadania sformułowane w punkcie 1 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż to zadanie/zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.
5. (7) Zapisz zadania sformułowane w punkcie 3 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż te zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.
6. (3) Porównaj rozwiązania zadań z poprzednich dwóch punktów.
7. (2) Rozwiąż zadanie z punktu 2 za pomocą pakietu R – FuzzyLP. Należy w obliczeniach rozpatrywać niezależnie każde z kryteriów.
8. (3) Zaproponuj i zastosuj graficzną formę analizy rozwiązań.

9. (2) Opisz zalety i wady modelowania opisanego problemu z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.

Dane:

produkt	S1	S2	S3	Cx	Zx	Kx
P1	2	8	4	9	1	1
P2	10	1	0	21	1	3
P3	4	4	2	11	3	3

produkt [sztuki] \ składniki [kg/jednostkę]	S1	S2	S3
P1	2	8	4
P2	10	1	0
P3	4	4	2

produkt [sztuki] \ cena jednostkowa [tyś.PLN/jednostkę]	Cx
P1	9
P2	21
P3	11

produkt [sztuki] \ emitowane zanieczyszczenia [kg/jednostkę]	Zx
P1	1
P2	1
P3	3

produkt [sztuki] \ koszty produkcji [tyś.PLN/jednostkę]	Kx
P1	1
P2	3
P3	3

Opracowany domyślny model

Został przygotowany bazowy model na bazie, który w zależności od podpunktu zadania został rozbudowany o dodatkowe zbiory, parametry, zmienne decyzyjne, ograniczenia i funkcje oceny.

Zbiory

- $PRODUCTS = \{P1, P2, P3\}$ - zbiór możliwych do wyprodukowania produktów,
- $COMPONENTS = \{S1, S2, S3\}$ - zbiór składników, z których wytwarzane są produkty,
- $OBJECTIVES = \{S1, S2, income, emissions, cost\}$ - zbiór nazwanych zmiennych decyzyjnych, dla których ustalone są aspiracje. Tak zdefiniowany zbiór pozwala na uproszczenie zapisu niektórych ograniczeń,
- $MAX_OBJECTIVES = \{income\}$ - dodatkowy zbiór zmiennych decyzyjnych, które należy maksymalizować,
- $MIN_OBJECTIVES = \{S1, S2, emissions, cost\}$ - zbiór zmiennych decyzyjnych, które należy minimalizować.

Parametry

- $PRODUCT_INCOME[p]$, $p \in PRODUCTS$ - jednostkowa cena sprzedaży produktów p (tyś.PLN/jednostkę),

$PRODUCTS$	$PRODUCT_INCOME[p]$
P1	9
P2	21
P3	11

- $EMITTED_POLLUTANTS[p]$, $p \in PRODUCTS$ - jednostkowy poziom zanieczyszczeń emitowanych dla poszczególnych produktów p (kg/jednostkę),

$PRODUCTS$	$EMITTED_POLLUTANTS[p]$
P1	1
P2	1
P3	3

- $PRODUCTION_COST[p]$, $p \in PRODUCTS$ - jednostkowe koszty produkcji produktu p (tyś.PLN/jednostkę),

$PRODUCTS$	$PRODUCTION_COST[p]$
P1	1
P2	3
P3	3

- $PRODUCT_COMPONENTS[p][c]$, $p \in PRODUCTS$, $c \in COMPONENTS$ - wymagana ilość składnika c do wytworzenia produktu p .

$PRODUCT_COMPONENTS[p][c]$	S1	S2	S3
P1	2	8	4
P2	10	1	0
P3	4	4	2

Dodatkowe parametry wynikające z zadanych ograniczeń:

- $COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[c]$, $c \in COMPONENTS$ - maksymalna ilość składnika c jaką można wykorzystać,

<i>COMPONENTS</i>	<i>COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[c]</i>
S1	110
S2	55
S3	50

- *MINIMAL_PRODUCTION[p]*, $p \in PRODUCTS$ - minimalna ilość sztuk produktu p jaką należy wyprodukować,

<i>PRODUCTS</i>	<i>MINIMAL_PRODUCTION[p]</i>
P1	3
P2	0
P3	5

- *MIN_INCOME* = 130 - minimalny akceptowalny poziom zarobków,
- *MAX_EMISSIONS* = 35 - maksymalny akceptowalny poziom emisji zanieczyszczeń,
- *MAX_COST* = 80 - maksymalny akceptowalny koszt wytwarzania wszystkich produktów.

Parametry wynikające z zadanych aspiracji:

- *ASPIRATIONS[o]*, $o \in OBJECTIVES$ - aspiracje ustalone dla poszczególnych zmiennych decyzyjnych.

<i>OBJECTIVES</i>	<i>ASPIRATIONS[o]</i>
S1	100
S2	50
income	150
emissions	30
cost	70

Zmienne decyzyjne

- *production[p]*, $p \in PRODUCTS$ - zmienna reprezentująca ilość wyprodukowanych produktów typu p ,
- *component_usage[c]*, $c \in COMPONENTS$ - reprezentuje całkowite wykorzystanie składnika typu c do produkcji wszystkich produktów,
- *income* - zmienna pomocnicza oznaczająca całkowity zysk ze sprzedaży produktów,
- *emissions* - całkowite zanieczyszczenia wyemitowane podczas produkcji wszystkich produktów,
- *cost* - sumaryczne koszty produkcji wyrobów.

W celu prostszego zapisu wzorów na zadane aspiracje został zdefiniowany dodatkowy wektor zmiennych decyzyjnych:

- *objectives[o]*, $o \in OBJECTIVES$ - zmienna agregująca wartości kilku innych zmiennych decyzyjnych. W ramach tej zmiennej zostały także zdefiniowane odpowiednie ograniczenia:

$$objectives[S1] = component_usage[S1]$$

$$objectives[S2] = component_usage[S2]$$

$$objectives[income] = income$$

$$objectives[emissions] = emissions$$

$$objectives[cost] = cost$$

W celu prostszego zapisu wzorów na zadane nieakceptowalne poziomy został zdefiniowany dodatkowy wektor zmiennych decyzyjnych:

- $hard_limits[o]$, $o \in OBJECTIVES$ - zmienna agregująca wartości kilku innych parametrów. W ramach tej zmiennej zostały także zdefiniowane odpowiednie ograniczenia:

$$hard_limits[S1] = COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[S1];$$

$$hard_limits[S2] = COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[S2];$$

$$hard_limits[income] = MIN_INCOME;$$

$$hard_limits[emissions] = MAX_EMISSIONS;$$

$$hard_limits[cost] = MAX_COST;$$

Ograniczenia

Ograniczenia wynikające z treści:

- Poszczególne składniki są wykorzystywane do produkcji różnych produktów w różnych proporcjach:

$$\forall c \in COMPONENTS :$$

$$component_usage[c] = \sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCT_COMPONENTS[p, c] \cdot production[p]$$

- Na całkowity zysk składają się zarobki ze sprzedaży wyprodukowanych wyrobów pomniejszone o koszty produkcji:

$$income = \left(\sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCT_INCOME[p] \cdot production[p] \right) - cost$$

- Całkowity emisje są rezultatem zanieczyszczeń wytworzonych podczas produkcji poszczególnych produktów:

$$emissions = \sum_{p \in PRODUCTS} EMITTED_POLLUTANTS[p] \cdot production[p]$$

- Całkowite koszty produkcji składają się z kosztów wytworzenia poszczególnych produktów:

$$cost = \sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCTION_COST[p] \cdot production[p]$$

Ograniczenia wynikające z zadanych ograniczeń:

- Zadane są limity wykorzystania poszczególnych składników, których przekroczenie jest nieakceptowalne:

$$\forall c \in COMPONENTS : component_usage[c] \leq COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[c]$$

- Narzucona jest minimalna produkcja poszczególnych produktów:

$$\forall p \in PRODUCTS : production[p] \geq MINIMAL_PRODUCTION[p]$$

- Oczekujemy minimalnych zysków na poziomie MIN_INCOME :

$$income \geq MIN_INCOME$$

- Można wyprodukować maksymalnie $MAX_EMISSIONS$ zanieczyszczeń:

$$emissions \leq MAX_EMISSIONS$$

- Koszty produkcji nie mogą przekroczyć MAX_COST :

$$cost \leq MAX_COST$$

Funkcja oceny

Funkcje oceny, które są optymalizowane będą zdefiniowane oddzielnie w zależności od rozwiązywanego podpunktu.

1. Sformułować i opisać wielokryterialny model planowania produkcji z wykorzystaniem metody punktu odniesienia.

Model bazuje na przygotowanym modelu podstawowym. W tym rozdziale zostaną zdefiniowane jedynie dodatkowe parametry, ograniczenia, i zmienne decyzyjne. Zostały one zdefiniowane, by wykorzystać metodę punktu odniesienia.

Zbiory

- $RANGE = \{utopia, nadir\}$ - zbiór pozwalający na ustalenie zakresu dla zmiennych celu.

Parametry

- $\beta = 10^{-3}$ - parametr pozwalający na ograniczenie wzrostu wartości funkcji oceny dla zmiennych decyzyjnych ponad zadany poziom aspiracji. Funkcja oceny dla parametrów, które ten poziom osiągnęły będzie rosła o β wolniej, niż dla tych zmiennych, które tego poziomu nie osiągnęły,
- $\varepsilon = 10^{-4}/5 = 2 \cdot 10^{-5}$ - parametr z wagą jaką będziemy przyjmować dla sumy zmiennych celu. Zapewnia on, że każde otrzymane rozwiązanie będzie efektywne,
- $OBJECTIVE_RANGE[o][r]$, $o \in OBJECTIVES$, $r \in RANGE$ - wyliczone na podstawie bazowego modelu dla każdej zmiennej celu wartości utopii i nadiru:

$OBJECTIVE_RANGE[o][r]$	utopia	nadir
S1	64	106
S2	48	55
income	208	134
emissions	22	28
cost	30	42

Zmienne decyzyjne

- $\lambda[o]$, $o \in OBJECTIVES$ - parametry normalizujące zakres zmienności kryteriów. Wyliczone na bazie wartości utopii i nadiru dla poszczególnych celów o ,
- $accomplishment[o]$, $o \in OBJECTIVES$ - wyznaczony poziom zadowolenia z osiągnięcia poszczególnych wartości zmiennych celu o ,
- $lower_bound$ - dolne ograniczenie wszystkich poziomów zadowolenia z osiągnięcia aspiracji.

Ograniczenia

- Wyliczamy parametr normalizujący λ na bazie wartości utopii i nadiru:

$$\lambda[o] = 1 / (OBJECTIVE_RANGE[o][utopia] - OBJECTIVE_RANGE[o][nadir])$$

- Wprowadzamy zmienną $lower_bound$, która będzie mniejsza niż każde z poziomów zadowolenia:

$$\forall o \in OBJECTIVES : lower_bound \leq accomplishment[o]$$

- Poziom zadowolenia dla wartości przekraczających aspirację będzie pomniejszony o β :

$$\forall o \in OBJECTIVES : accomplishment[o] \leq \beta \cdot \lambda[o] \cdot (objectives[o] - ASPIRATIONS[o])$$

- Poziom zadowolenia będzie rósł liniowo zgodnie z wartościami celu, do osiągnięcia poziomu aspiracji:

$$\forall o \in OBJECTIVES : accomplishment[o] \leq \lambda[o] \cdot (objectives[o] - ASPIRATIONS[o])$$

Funkcja oceny

- W pierwszej kolejności maksymalizujemy najmniejszy poziom zadowolenia, a z mniejszą wagą maksymalizujemy całkowite zadowolenie:

$$\max(lower_bound + \varepsilon \cdot \sum_{o \in OBJECTIVES} accomplishment[o])$$

2. Sformułować i opisać wielokryterialny model optymalnego planowania produkcji z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.

Model bazuje na przygotowanym modelu podstawowym. W tym rozdziale zostaną zdefiniowane jedynie dodatkowe parametry, ograniczenia, ograniczenia rozmyte, zmienne decyzyjne i cele rozmyte. Zostały one zdefiniowane, by wykorzystać metodę zbiorów rozmytych.

Zmienne decyzyjne

- $tolerance[o]$, $o \in OBJECTIVES$ - zmienna reprezentująca rozmycie ograniczeń (wartość stała). Zostało przyjęte, że dla zmiennych z górnym nieakceptowalnym ograniczeniem wartość jest dodatnia, a z dolnym ograniczeniem wartość ujemna.

Ograniczenia

- Przyjęty poziom tolerancji możemy osiągnąć poprzez odjęcie od ustalonych nieprzekraczalnych limitów naszych aspiracji:

$$\forall o \in OBJECTIVES : tolerance[o] = hard_limits[o] - ASPIRATIONS[o]$$

Ograniczenia rozmyte

- Nie powinniśmy wykorzystać więcej składnika $S1$ niż zadany poziom aspiracji z poziomem tolerancji równym $|tolerance[S1]|$:

$$component_usage[S1] \underset{\sim}{\leq} ASPIRATIONS[S1]$$

- Nie powinniśmy wykorzystać więcej składnika $S2$ niż zadany poziom aspiracji z poziomem tolerancji równym $|tolerance[S2]|$:

$$component_usage[S2] \underset{\sim}{\leq} ASPIRATIONS[S2]$$

Cele rozmyte

- Celujemy by zysk przekroczył poziom aspiracji z poziomem tolerancji równym $|tolerance[income]|$:

$$income \underset{\sim}{\leq} ASPIRATIONS[income]$$

- Celujemy by emisja zanieczyszczeń była mniejsza niż zadany poziom aspiracji z poziomem tolerancji równym $|tolerance[emissions]|$:

$$emissions \underset{\sim}{\leq} ASPIRATIONS[emissions]$$

- Celujemy by całkowite koszty były mniejsze niż zadany poziom aspiracji z poziomem tolerancji równym $|tolerance[cost]|$:

$$cost \underset{\sim}{\leq} ASPIRATIONS[cost]$$

3. Sformułować równoważne zadanie optymalizacji dla zadania 2 z wykorzystaniem zbiorów rozmytych adaptując podejście Zimmermana dla więcej niż jednego kryterium.

Model bazuje na przygotowanym modelu podstawowym. W tym rozdziale zostaną zdefiniowane jedynie dodatkowe parametry, ograniczenia, zmienne decyzyjne i funkcje oceny. Zostały one zdefiniowane, by wykorzystać metodę zbiorów rozmytych z podejściem Zimmermana dla więcej niż jednego kryterium.

Zmienne decyzyjne

- α - zmienna decyzyjna dla α -przekrojów,
- $tolerance[o], o \in OBJECTIVES$ - zmienna reprezentująca rozmycie ograniczeń (wartość stała). Zostało przyjęte, że dla zmiennych z górnym nieakceptowalnym ograniczeniem wartość jest dodatnia, a z dolnym ograniczeniem wartość ujemna.

Ograniczenia

- Zmienna α może przyjmować wartości z zakresu $[0; 1]$. Warto tutaj zwrócić uwagę, że przez narzucone górne ograniczenie na wartość α w efekcie możemy otrzymać rozwiązanie, które nie będzie najlepszym jeśli byśmy brali pod uwagę także inne kryteria:

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

- Przyjęty poziom tolerancji możemy osiągnąć poprzez odjęcie od ustalonych nieprzekraczalnych limitów naszych aspiracji:

$$\forall o \in OBJECTIVES : tolerance[o] = hard_limits[o] - ASPIRATIONS[o]$$

Definiujemy rozmyte ograniczenia:

- Ograniczenia dla celów, które maksymalizujemy (znak dla $tolerance[o]$ zależy od przyjętych założeń):

$$\forall o \in MAX_OBJECTIVES :$$

$$objectives[o] \geq ASPIRATIONS[o] + tolerance[o] \cdot (1 - \alpha)$$

- Ograniczenia dla celów, które minimalizujemy (znak dla $tolerance[o]$ zależy od przyjętych założeń):

$$\forall o \in MIN_OBJECTIVES :$$

$$objectives[o] \leq ASPIRATIONS[o] + tolerance[o] \cdot (1 - \alpha)$$

Przygotowany bazowy model

W celu minimalizacji ilości kopiowanego kodu został przygotowany model bazowy, który następnie został wykorzystany w obu przygotowanych modelach.

Plik zawierający zdefiniowane parametry - parameters.dat:

```
data;

set PRODUCTS := P1 P2 P3;
set COMPONENTS := S1 S2 S3;
set OBJECTIVES := S1 S2 income emissions cost;
set MAX_OBJECTIVES := income;
set MIN_OBJECTIVES := S1 S2 emissions cost;

param PRODUCT_INCOME :=
    P1    9,
    P2   21,
    P3   11;

param EMITTED_POLLUTANTS :=
    P1    1,
    P2    1,
    P3    3;

param PRODUCTION_COST :=
    P1    1,
    P2    3,
    P3    3;

param PRODUCT_COMPONENTS
:   S1  S2  S3  :=
P1   2   8   4
P2  10   1   0
P3   4   4   2  ;

param COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT :=
    S1   110,
    S2   55,
    S3   50;

param MINIMAL_PRODUCTION :=
    P1    3,
    P2    0,
    P3    5;

param MIN_INCOME := 130;
param MAX_EMISSIONS := 35;
param MAX_COST := 80;

param ASPIRATIONS :=
    S1           100,
    S2           50,
    income       150,
    emissions    30,
    cost         70;

end;
```

Bazowy plik z modelem - task.mod:

```
set PRODUCTS;
set COMPONENTS;
set OBJECTIVES;
set MAX_OBJECTIVES;
set MIN_OBJECTIVES;

param PRODUCT_INCOME{p in PRODUCTS};
param EMITTED_POLLUTANTS{p in PRODUCTS};
param PRODUCTION_COST{p in PRODUCTS};
param PRODUCT_COMPONENTS{p in PRODUCTS, c in COMPONENTS};

param COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT{c in COMPONENTS};
param MINIMAL_PRODUCTION{p in PRODUCTS};

param MIN_INCOME;
param MAX_EMISSIONS;
param MAX_COST;

param ASPIRATIONS{o in OBJECTIVES};

#####

var production{p in PRODUCTS} integer >= 0;

var component_usage{c in COMPONENTS};

var income;

var emissions;

var cost;

#####

var objectives{o in OBJECTIVES};
s.t. objectives_1: objectives['S1'] = component_usage['S1'];
s.t. objectives_2: objectives['S2'] = component_usage['S2'];
s.t. objectives_3: objectives['income'] = income;
s.t. objectives_4: objectives['emissions'] = emissions;
s.t. objectives_5: objectives['cost'] = cost;

#####

var hard_limits{o in OBJECTIVES};
s.t. hard_limits_1: hard_limits['S1'] = COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT['S1'];
s.t. hard_limits_2: hard_limits['S2'] = COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT['S2'];
s.t. hard_limits_3: hard_limits['income'] = MIN_INCOME;
s.t. hard_limits_4: hard_limits['emissions'] = MAX_EMISSIONS;
s.t. hard_limits_5: hard_limits['cost'] = MAX_COST;

#####

subject to component_usage_constraint{c in COMPONENTS}:
    component_usage[c] = sum{p in PRODUCTS} PRODUCT_COMPONENTS[p, c] * production[p];
```

```

subject to income_constraint:
    income = (sum{p in PRODUCTS} PRODUCT_INCOME[p] * production[p]) - cost;

subject to emissions_constraint:
    emissions = sum{p in PRODUCTS} EMITTED_POLLUTANTS[p] * production[p];

subject to cost_constraint:
    cost = sum{p in PRODUCTS} PRODUCTION_COST[p] * production[p];

#####

subject to component_usage_hard_limit_constraint{c in COMPONENTS}:
    component_usage[c] <= COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[c];

subject to minimal_production_constraint{p in PRODUCTS}:
    production[p] >= MINIMAL_PRODUCTION[p];

#####

subject to min_income_constraint:
    income >= MIN_INCOME;

subject to max_emissions_constraint:
    emissions <= MAX_EMISSIONS;

subject to max_cost_constraint:
    cost <= MAX_COST;

```

4. Zapisz zadanie/zadania sformułowane w punkcie 1 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż to zadanie/zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.

Przygotowany model jest rozszerzeniem modelu bazowego opisanego w rozdziale poprzednim.

Dodatkowo zostały zdefiniowane kolejne zbiory i parametry - 1-parameters.dat:

```
data;

set RANGE := utopia nadir;

param BETA := 1e-3;
param EPSILON := 2e-5;

param OBJECTIVE_RANGE
:      utopia      nadir      :=
S1      64          106
S2      48          55
income  208         134
emissions 22         28
cost     30          42      ;

end;
```

Następnie zmienne decyzyjne, ograniczenia i funkcje oceny zostały zdefiniowane w skrypcie do uruchomienia - 1-task.run:

```
reset;

option solver cplex;
option cplex_options "time=180";

model task.mod;
data 1-parameters.dat;

#####

set RANGE;

param BETA;
param EPSILON;

param OBJECTIVE_RANGE{o in OBJECTIVES, r in RANGE};

data 1-parameters.dat;

#####

var lambda{o in OBJECTIVES};

var accomplishment{o in OBJECTIVES};

var lower_bound;

#####
```

```

subject to lambda_calculation_constraint{o in OBJECTIVES}:
    lambda[o] = 1 / (OBJECTIVE_RANGE[o, 'utopia'] - OBJECTIVE_RANGE[o, 'nadir']);

subject to lower_bound_constraint{o in OBJECTIVES}:
    lower_bound <= accomplishment[o];

subject to accomplishment_achieved_constraint{o in OBJECTIVES}:
    accomplishment[o] <= BETA * lambda[o] * (objectives[o] - ASPIRATIONS[o]);

subject to accomplishment_constraint{o in OBJECTIVES}:
    accomplishment[o] <= lambda[o] * (objectives[o] - ASPIRATIONS[o]);

#####

maximize max_constraint:
    lower_bound + EPSILON * sum{o in OBJECTIVES} accomplishment[o];

#####

solve;

#####

display income;
display emissions;
display cost;
display production;
display component_usage;
display lambda;

```

Wyniki

Zysk (tyś.PLN)	Poziom emisji (kg)	Koszty (tys.PLN)
154	23	33

Produkt	Ilość wytworzonych sztuk
P1	3
P2	5
P3	5

Material	Wykorzystanie (kg)
S1	76
S2	49
S3	22

Wszystkie ograniczenia zostały spełnione, a także wszystkie aspiracje zostały osiągnięte.

5. Zapisz zadania sformułowane w punkcie 3 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż te zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.

Przygotowany model jest rozszerzeniem modelu bazowego opisanego w jednym z poprzednich rozdziałów.

W pliku 3-task.run zostały zdefiniowane dodatkowe zmienne decyzyjne, ograniczenia i funkcje oceny:

```
reset;

option solver cplex;
option cplex_options "time=180";

model task.mod;
data parameters.dat;

#####

var alpha >= 0;
s.t. alpha_constraint: alpha <= 1;

var tolerance{o in OBJECTIVES};

#####

subject to tolerance_constraint{o in OBJECTIVES}:
    tolerance[o] = hard_limits[o] - ASPIRATIONS[o];

subject to zimmerman_greater_constraint{o in MAX_OBJECTIVES}:
    objectives[o] >= ASPIRATIONS[o] + tolerance[o] * (1 - alpha);

subject to zimmerman_lower_constraint{o in MIN_OBJECTIVES}:
    objectives[o] <= ASPIRATIONS[o] + tolerance[o] * (1 - alpha);

#####

maximize max_constraint:
    alpha;

#####

solve;

#####

display income;
display emissions;
display cost;
display production;
display component_usage;
display alpha;
display tolerance;
```

Wyniki

Zysk (tys.PLN)	Poziom emisji (kg)	Koszty (tys.PLN)
154	23	33

Produkt	Ilość wytworzonych sztuk
P1	3
P2	5
P3	5

Materiał	Wykorzystanie (kg)
S1	76
S2	49
S3	22

Wszystkie ograniczenia zostały spełnione, a także wszystkie aspiracje zostały osiągnięte.

6. Porównaj rozwiązania zadań z poprzednich dwóch punktów.

Model	Zysk (tys.PLN)	Poziom emisji (kg)	Koszty (tys.PLN)
metoda punktu odniesienia	154	23	33
zbiory rozmyte z podejściem Zimmermana	154	23	33

Produkt	metoda punktu odniesienia	zbiory rozmyte z podejściem Zimmermana
P1	3	3
P2	5	5
P3	5	5

Materiał	metoda punktu odniesienia	zbiory rozmyte z podejściem Zimmermana
S1	76	76
S2	49	49
S3	22	22

Oba modele uzyskały dokładnie takie same wyniki.

Uzyskane wyniki są bardzo pozytywne. Wszystkie aspiracje zostały spełnione.

Zostało zauważone, że w przypadku podejścia Zimmermana ograniczenie $\alpha \leq 1$ mogło prowadzić do rozwiązania, które byłoby zdominowane (pod względem zysku, poziomu emisji lub kosztów). Dla podanych parametrów, po usunięciu tego górnego ograniczenia maksymalna osiągnięta wartość zmiennej α jaką udało się uzyskać to 1.2. Tak uzyskane rozwiązanie okazuje się być jednakowe jak rozwiązanie z tym ograniczeniem, jednak przy maksymalizacji ograniczonej do wartości 1, nie mielibyśmy pewności czy tak jest na pewno.

7. Rozwiąż zadanie z punktu 2 za pomocą pakietu R – FuzzyLP. Należy w obliczeniach rozpatrywać niezależnie każde z kryteriów.

8. Zaproponuj i zastosuj graficzną formę analizy rozwiązań.

9. Opisz zalety i wady modelowania opisanego problemu z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.

Zalety	Wady
TODO	TODO