

Modelowanie Matematyczne - Projekt 3

Bartłomiej Krawczyk, 310774

Zadanie

Zestaw 6_JG

Opis modelowanego problemu:

Przedsiębiorstwo produkuje trzy produkty $P1$, $P2$, $P3$ (sztuki). Każdy z tych produktów potrzebuje trzech różnych składników $S1$, $S2$, $S3$ (kg/jednostkę). Każdy z produktów ma inną ceną jednostkową sprzedaży C_{P1} , C_{P2} , C_{P3} (tyś.PLN/jednostkę). Firma zwraca uwagę na ekologię i szacuje jednostkowy poziom zanieczyszczeń emitowanych dla poszczególnych produktów Z_{P1} , Z_{P2} , Z_{P3} (kg/jednostkę). Dostępne są również jednostkowe koszty produkcji K_{P1} , K_{P2} , K_{P3} (tyś.PLN/jednostkę).

Ograniczenia:

1. Nie można użyć więcej niż 110 kg składnika $S1$, ale 100 kg jest akceptowalne.
2. Zaleca się użycie 50 kg składnika $S2$, ale zużycie powyżej 55 kg nie jest akceptowalne.
3. Nie jest akceptowalne zużycie składnika $S3$ powyżej 50 kg.
4. Zakłada się, że produkcja produktu $P1$ powinna być nie mniejsza niż 3 sztuki, a produktu $P3$ nie mniejsza niż 5 sztuk.

Cele postawione przez zarządzających firmą:

1. Maksymalizacja zysków; dążenie do zysku na poziomie 150 tys. PLN, ale akceptowalny jest zysk na poziomie 130 tys PLN.
2. Minimalizacja emisji zanieczyszczeń; dążenie do emisji na poziomie 30 kg, ale poziom 35 kg jest akceptowalny.
3. Minimalizacja kosztów produkcji; dążenie do kosztów na poziomie 70 tys. PLN, ale koszty na poziomie 80 tys. są akceptowalne.

Polecenia do wykonania:

1. (2) Sformułować i opisać wielokryterialny model planowania produkcji z wykorzystaniem metody punktu odniesienia.
2. (3) Sformułować i opisać wielokryterialny model optymalnego planowania produkcji z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.
3. (10) Sformułować równoważne zadanie optymalizacji dla zadania 2 z wykorzystaniem zbiorów rozmytych adaptując podejście Zimmermana dla więcej niż jednego kryterium.
4. (3) Zapisz zadanie/zadania sformułowane w punkcie 1 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż to zadanie/zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.
5. (7) Zapisz zadania sformułowane w punkcie 3 w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem wybranego narzędzia implementacji (np. AMPL, AIMMS) i rozwiąż te zadania. W przypadku niedopuszczalności zadania zaproponuj zmianę celów i/lub innych parametrów.
6. (3) Porównaj rozwiązania zadań z poprzednich dwóch punktów.
7. (2) Rozwiąż zadanie z punktu 2 za pomocą pakietu R – FuzzyLP. Należy w obliczeniach rozpatrywać niezależnie każde z kryteriów.
8. (3) Zaproponuj i zastosuj graficzną formę analizy rozwiązań.

9. (2) Opisz zalety i wady modelowania opisanego problemu z wykorzystaniem zbiorów rozmytych.

Dane:

produkt	S1	S2	S3	Cx	Zx	Kx
P1	2	8	4	9	1	1
P2	10	1	0	21	1	3
P3	4	4	2	11	3	3

produkt [sztuki] \ składniki [kg/jednostkę]	S1	S2	S3
P1	2	8	4
P2	10	1	0
P3	4	4	2

produkt [sztuki] \ cena jednostkowa [tyś.PLN/jednostkę]	Cx
P1	9
P2	21
P3	11

produkt [sztuki] \ emitowane zanieczyszczenia [kg/jednostkę]	Zx
P1	1
P2	1
P3	3

produkt [sztuki] \ koszty produkcji [tyś.PLN/jednostkę]	Kx
P1	1
P2	3
P3	3

Opracowany domyślny model

Został przygotowany bazowy model na bazie, który w zależności od podpunktu zadania został rozbudowany o dodatkowe zbiory, parametry, zmienne decyzyjne, ograniczenia i funkcje oceny.

Zbiory

- $PRODUCTS = \{P1, P2, P3\}$ - zbiór możliwych do wyprodukowania produktów,
- $COMPONENTS = \{S1, S2, S3\}$ - zbiór składników, z których wytwarzane są produkty,
- $OBJECTIVES = \{S1S2incomeemissionscost\}$ - zbiór nazwanych zmiennych decyzyjnych, dla których ustalone są aspiracje. Tak zdefiniowany zbiór pozwala na uproszczenie zapisu niektórych ograniczeń.

Parametry

- $PRODUCT_INCOME[p], p \in PRODUCTS$ - jednostkowa cena sprzedaży produktów p (tyś.PLN/jednostkę),

<i>PRODUCTS</i>	<i>PRODUCT_INCOME</i> [<i>p</i>]
P1	9
P2	21
P3	11

- *EMITTED_POLLUTANTS*[*p*], $p \in PRODUCTS$ - jednostkowy poziom zanieczyszczeń emitowanych dla poszczególnych produktów *p* (kg/jednostkę),

<i>PRODUCTS</i>	<i>EMITTED_POLLUTANTS</i> [<i>p</i>]
P1	1
P2	1
P3	3

- *PRODUCTION_COST*[*p*], $p \in PRODUCTS$ - jednostkowe koszty produkcji produktu *p* (tyś.PLN/jednostkę),

<i>PRODUCTS</i>	<i>PRODUCTION_COST</i> [<i>p</i>]
P1	1
P2	3
P3	3

- *PRODUCT_COMPONENTS*[*p*][*c*], $p \in PRODUCTS, c \in COMPONENTS$ - wymagana ilość składnika *c* do wytworzenia produktu *p*.

<i>PRODUCT_COMPONENTS</i> [<i>p</i>][<i>c</i>]	S1	S2	S3
P1	2	8	4
P2	10	1	0
P3	4	4	2

Dodatkowe parametry wynikające z zadanych ograniczeń:

- *COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT*[*c*], $c \in COMPONENTS$ - maksymalna ilość składnika *c* jaką można wykorzystać,

<i>COMPONENTS</i>	<i>COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT</i> [<i>c</i>]
S1	110
S2	55
S3	50

- *MINIMAL_PRODUCTION*[*p*], $p \in PRODUCTS$ - minimalna ilość sztuk produktu *p* jaką należy wyprodukować,

<i>PRODUCTS</i>	<i>MINIMAL_PRODUCTION</i> [<i>p</i>]
P1	3
P2	0
P3	5

- *MIN_INCOME* = 130 - minimalny akceptowalny poziom zarobków,
- *MAX_EMISSIONS* = 35 - maksymalny akceptowalny poziom emisji zanieczyszczeń,
- *MAX_COST* = 80 - maksymalny akceptowalny koszt wytwarzania wszystkich produktów.

Parametry wynikające z zadanych aspiracji:

- $ASPIRATIONS[o], o \in OBJECTIVES$ - aspiracje ustalone dla poszczególnych zmiennych decyzyjnych.

$OBJECTIVES$	$ASPIRATIONS[o]$
S1	100
S2	50
income	150
emissions	30
cost	70

Zmienne decyzyjne

- $production[p], p \in PRODUCTS$ - zmienna reprezentująca ilość wyprodukowanych produktów typu p ,
- $component_usage[c], c \in COMPONENTS$ - reprezentuje całkowite wykorzystanie składnika typu c do produkcji wszystkich produktów,
- $income$ - zmienna pomocnicza oznaczająca całkowity zysk ze sprzedaży produktów,
- $emissions$ - całkowite zanieczyszczenia wyemitowane podczas produkcji wszystkich produktów,
- $cost$ - sumaryczne koszty produkcji wyrobów.

W celu prostszego zapisu wzorów na zadane aspiracje został zdefiniowany dodatkowy wektor zmiennych decyzyjnych:

- $objectives[o], o \in OBJECTIVES$ - zmienna agregująca wartości kilku innych zmiennych decyzyjnych. W ramach tej zmiennej zostały także zdefiniowane odpowiednie ograniczenia:

$$objectives[S1] = component_usage[S1]$$

$$objectives[S2] = component_usage[S2]$$

$$objectives[income] = income$$

$$objectives[emissions] = emissions$$

$$objectives[cost] = cost$$

Ograniczenia

Ograniczenia wynikające z treści:

- Poszczególne składniki są wykorzystywane do produkcji różnych produktów w różnych proporcjach:

$$\forall c \in COMPONENTS :$$

$$component_usage[c] = \sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCT_COMPONENTS[p, c] * production[p]$$

- Na całkowity zysk składają się zarobki ze sprzedaży wyprodukowanych wyrobów pomniejszone o koszty produkcji:

$$income = \left(\sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCT_INCOME[p] * production[p] \right) - cost$$

- Całkowity emisje są rezultatem zanieczyszczeń wytworzonych podczas produkcji poszczególnych produktów:

$$emissions = \sum_{p \in PRODUCTS} EMITTED_POLLUTANTS[p] * production[p]$$

- Całkowite koszty produkcji składają się z kosztów wytworzenia poszczególnych produktów:

$$cost = \sum_{p \in PRODUCTS} PRODUCTION_COST[p] * production[p]$$

Ograniczenia wynikające z zadanych ograniczeń:

- Zadane są limity wykorzystania poszczególnych składników, których przekroczenie jest nie akceptowalne:

$$\forall c \in COMPONENTS : component_usage[c] \leq COMPONENT_USAGE_HARD_LIMIT[c]$$

- Narzucona jest minimalna produkcja poszczególnych produktów:

$$\forall p \in PRODUCTS : production[p] \geq MINIMAL_PRODUCTION[p]$$

- Oczekujemy minimalnych zysków na poziomie MIN_INCOME :

$$income \geq MIN_INCOME$$

- Można wyprodukować maksymalnie $MAX_EMISSIONS$ zanieczyszczeń:

$$emissions \leq MAX_EMISSIONS$$

- Koszty produkcji nie mogą przekroczyć MAX_COST :

$$cost \leq MAX_COST$$

Funkcja oceny

Funkcje oceny, które są optymalizowane będą zdefiniowane oddzielnie w zależności od rozwiązywanego podpunktu.

1. Sformułować i opisać wielokryterialny model planowania produkcji z wykorzystaniem metody punktu odniesienia.

Model bazuje na przygotowanym modelu podstawowym. W tym rozdziale zostaną jedynie zdefiniowane parametry, ograniczenia, i zmienne decyzyjne, które zostały zdefiniowane, by wykorzystać metodę punktu odniesienia.