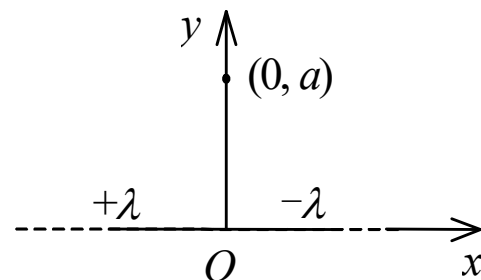


练习20 (静电场一)

1. 图中所示为一沿x轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷

密度分别为 $+\lambda(x<0)$ 和 $-\lambda(x>0)$ ，则Oxy坐标平面上点 $(0, a)$ 处的场强 E 为

- (A) 0 . (B) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \bar{i}$.
- (C) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \bar{i}$. (D) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\bar{i} + \bar{j})$.

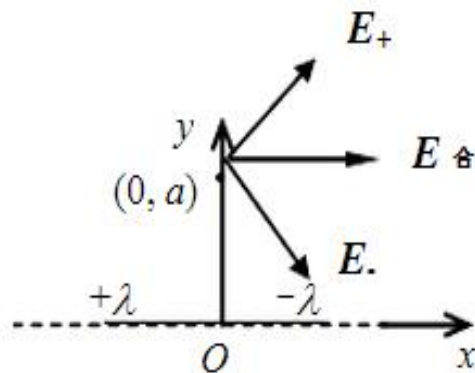


【提示】：左侧与右侧半无限长带电直线在 $(0, a)$ 处产生的场强大小 E_+ 、 E_- 大小为：

$$E_+ = E_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}, \text{ 方向如图。}$$

矢量叠加后，合场强大小为：

$$E_{\text{合}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}, \text{ 方向如图。}$$



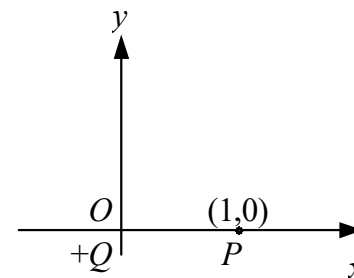
答案为：B

2. 在坐标原点放一正电荷 Q ，它在 P 点($x=+1, y=0$)产生的电场强度为 \vec{E} 。现在，另外有一个负电荷 $-2Q$ ，试问应将它放在什么位置才能使 P 点的电场强度等于零？

(A) x 轴上 $x>1$. (B) x 轴上 $0<x<1$.

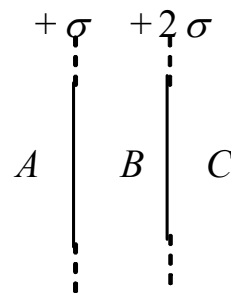
(C) x 轴上 $x<0$. (D) y 轴上 $y>0$.

(E) y 轴上 $y<0$.



答案为： C

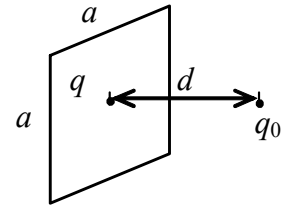
3. 两个平行的“无限大”均匀带电平面，其电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $+2\sigma$ ，如图所示，则A、B、C三个区域的电场强度分别为： $E_A = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_B = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_C = \underline{\hspace{2cm}}$ (设方向向右为正)。



【提示】：A、B、C三个区域的场强，为两“无限大”均匀带电平面在该区域独自产生场强的矢量叠加。

答案为： $-3\sigma / 2\varepsilon_0$ $-\sigma / 2\varepsilon_0$ $3\sigma / 2\varepsilon_0$

4. 真空中，一边长为 a 的正方形平板上均匀分布着电荷 q ；其中垂线上距离平板 d 处放一点电荷 q_0 如图所示．在 d 与 a 满足_____条件下， q_0 所受的电场力可写成 $q_0q / (4\pi\epsilon_0d^2)$ ．



提示： q_0 所受的电场力可写成 $q_0q / (4\pi\epsilon_0d^2)$ ，

此力类似两个点电荷之间的电场力

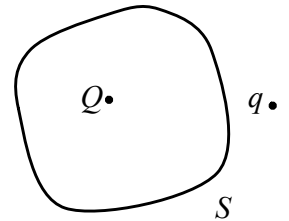
当 $d \gg a$ 时，正方形板可以看成点电荷

答案为： $d \gg a$

练习21 静电场(二)

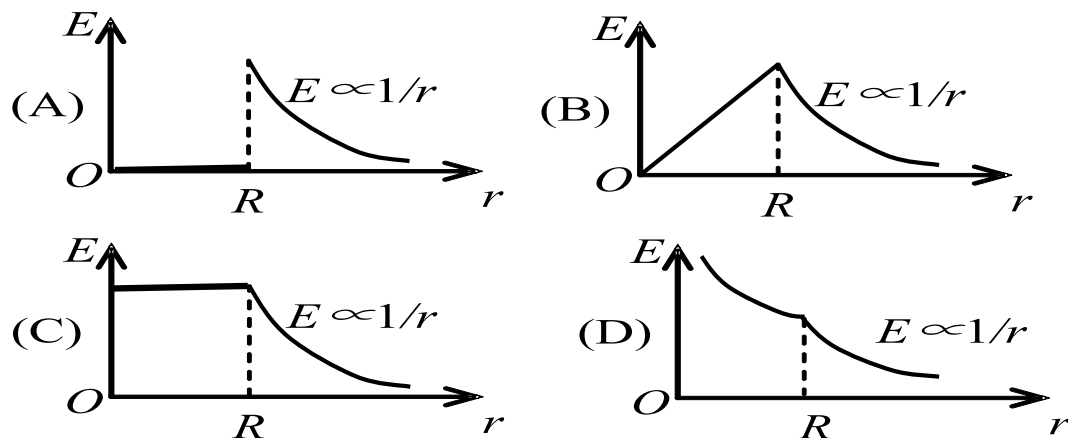
1.点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后：

- (A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变.
- (B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变.
- (C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化.
- (D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化.



答案为：D

2. 半径为 R 的“无限长”均匀带电圆柱体的静电场中各点的电场强度的大小 E 与距轴线的距离 r 的关系曲线为：



【提示】：由场分布的轴对称性，作闭合圆柱面（半径为 r ，高度为 L ）为高斯面。
据 Gauss 定理：

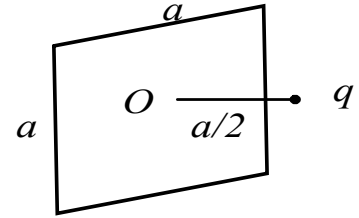
$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$

$$r \leq R \text{ 时, 有: } E \cdot 2\pi r L = \frac{\rho \cdot \pi r^2 L}{\epsilon_0}, \text{ 即: } E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \cdot r$$

$$r > R \text{ 时, 有: } E \cdot 2\pi r L = \frac{\rho \cdot \pi R^2 L}{\epsilon_0}, \text{ 即: } E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \cdot \frac{R^2}{r}$$

合杀刀：B

3. 如图所示，在边长为 a 的正方形平面的中垂线上，距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷，则通过该平面的电场强度通量为_____.



将平面补成一个边长为 a 的立方体， q 包含在立方体内

由高斯定理：

$$\Phi = \iint E ds = q / \varepsilon_0 \quad (\text{立方体通量})$$

通过一个平面

$$\Phi = q / \sigma \varepsilon_0$$

答案为： $q / \sigma \varepsilon_0$

4. 有一个球形的橡皮膜气球，电荷 q 均匀地分布在表面上，在此气球被吹大的过程中，被气球表面掠过的点(该点与球中心距离为 r)，其电场强度的大小将由_____变为_____.

解：有高斯定理 知：均匀带电球面内部场强为0,外部任意一点场强为 $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 。被气球掠过的点有球外变成球内。

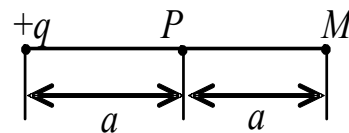
答案为： $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ，0

练习22 静电场(三)

1. 在点电荷 $+q$ 的电场中，若取图中 P 点处为电势零点，则 M 点的电势为

(A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$. (B) $\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$.

(C) $\frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$. (D) $\frac{-q}{8\pi\epsilon_0 a}$.



$$V_M = \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{2a}^a \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{-q}{8\pi\epsilon_0 a}$$

答案为：D

2. 半径为 r 的均匀带电球面1, 带有电荷 q , 其外有一同心的半径为 R 的均匀带电球面2, 带有电荷 Q , 则此两球面之间的电势差 U_1-U_2 为:

(A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)$. (B) $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)$.

(C) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r}-\frac{Q}{R}\right)$. (D) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$.

球面1上的电荷在内、外球面上各点产生的电势分别为

$$U_1' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad U_2' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

球面2上的电荷在内、外球面上各点产生的电势分别为

$$U_1'' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad U_2'' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

1,2两球面的电势差

$$U_{12} = U_1 - U_2 = (U_1' + U_1'') - (U_2' + U_2'') = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

3. 已知空气的击穿场强为30 kV/cm，空气中一带电球壳直径为1 m，以无限远处为电势零点，则这球壳能达到的最高电势是_____。

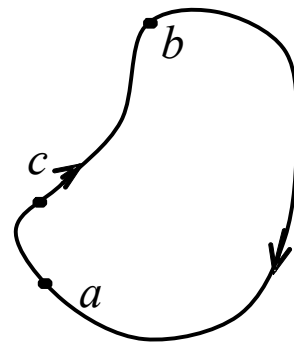
【提示】：带电球壳的电势： $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ ；球壳表面场强为： $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi R^2 \epsilon_0}$ 。

联立两式知： $V = ER$ 。

答案为： $1.5 \times 10^6 \text{ V}$

4. 静电场中有一质子(带电荷 $e=1.6\times 10^{-19}$)沿图示路径从 a 点经 c 点移动到 b 点时, 电场力作功 8×10^{-15} J. 则当质子从 b 点沿另一路径回到 a 点过程中, 电场力作 A _____;
若设 a 点电势为零, 则 b 点电势 $U_b=$ _____.

解: 电场力是保守力, 做功只取决于起点和终点的位置, 与路径无关。



$$A_{ba} = q(U_b - U_a) \Rightarrow U_b = \frac{A_{ba}}{q}$$

答案为: -8×10^{-15} J, -5×10^4 V

练习23 静电场(四)

1. 有一带正电荷的大导体，欲测其附近 P 点处的场强，将一电荷量为 q_0 ($q_0 > 0$) 的点电荷放在 P 点，如图所示，测得它所受的电场力为 F 。若电荷量 q_0 不是足够小，则
- (A) F/q_0 比 P 点处场强的数值大.
 - (B) F/q_0 比 P 点处场强的数值小.
 - (C) F/q_0 与 P 点处场强的数值相等.
 - (D) F/q_0 与 P 点处场强的数值哪个大无法确定.

q_0 的电量不是足够小，将影响导体上电荷的分布，近端的电荷在库仑力的作用下远离 P 点。

答案为： B

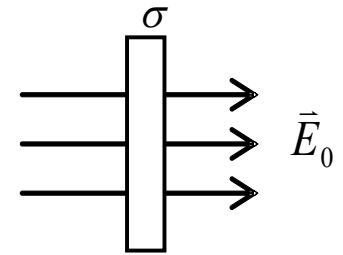
2. 一带电大导体平板，平板二个表面的电荷面密度的代数数和为 σ ，置于电场强度为 \vec{E}_0 的均匀外电场中，且使板面垂直于 \vec{E}_0 的方向。设外电场分布不因带电平板的引入而改变，则板的附近左、右两侧的合场强为：

(C) $E_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_0 + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

(C) $E_0 + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_0 + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

(C) $E_0 + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

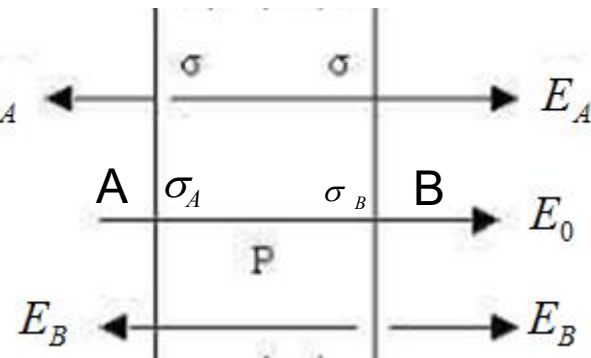
(C) $E_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$



答案为：A

无限长均匀带电平面的场强分布：

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} E_A$$



金属板在外加电场时，电荷重新分布，设 σ_A σ_B

金属板A,B表面在空间激发的电场的场强为：

$$E_A = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} \quad E_B = \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

有静电平衡条件知，金属板内任意一点P场强为0，故：

$$E_P = E_0 + E_A + E_B = E_0 + \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} = 0$$

电荷守恒 $\sigma = \sigma_A + \sigma_B$ 得： $\sigma_A = \frac{\sigma_0}{2} - \varepsilon_0 E_0$ $\sigma_B = \frac{\sigma_0}{2} + \varepsilon_0 E_0$

有场叠加知： $E_{\text{左}} = E_0 - E_A - E_B = E_0 - \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

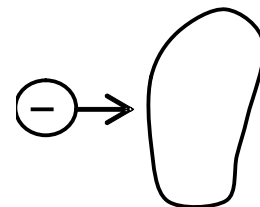
$$E_{\text{右}} = E_0 + E_A + E_B = E_0 + \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} = E_0 + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

3. 在一个不带电的导体球壳内，先放进一电荷为 $+q$ 的点电荷，点

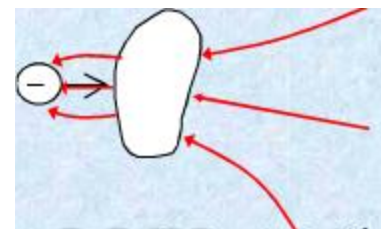
电荷不与球壳内壁接触。然后使该球壳与地接触一下，再将点电荷 $+q$ 取走。此时，球壳的电荷为_____，电场分布的范围是_____。

答案为： $-q$ ， 球壳外的整个空间。

4. 如图所示，将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近，则导体内的电场强度_____，导体的电势_____。(填增大、不变、减小)



导体静电平衡时，内部场强处处为0，所以导体内场强不变，沿电场方向电势降落，故电势减小。



答案为：不变， 减小

练习24 静电场(五)

1. 在静电场中，作闭合曲面 S ，若有 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$ (式中 \vec{D} 为电位移矢量)，则 S 面内必定
- (A) 既无自由电荷，也无束缚电荷.
 - (B) 没有自由电荷.
 - (C) 自由电荷和束缚电荷的代数和为零.
 - (D) 自由电荷的代数和为零.

答案为：D

2、一平行板电容器极板间为空气。现将电容器极板间充满相对介电常数为 ϵ_r 的均匀电介质，若维持极板上电量（例如切断电源后充介质）不变，则下列哪种说法不正确：

- (A) 电容扩大 $1/\epsilon_r$ 倍；
- (B) 电势能扩大 $1/\epsilon_r$ 倍；
- (C) 电位移矢量保持不变；
- (D) 面电荷密度保持不变。

答案为：A

3. 一平行板电容器，两板间充满各向同性均匀电介质，已知相对介电常量为 ϵ_r .若极板上的自由电荷面密度为 σ ，则介质中电位移的大小 D =_____，电场强度的大小 E =_____.

$$\oint D dS = \sigma \bullet S \Rightarrow D = \sigma$$

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E \Rightarrow E = D / \epsilon_0 \epsilon_r$$

答案为： σ , $\sigma/(\epsilon_0 \epsilon_r)$

4. 一空气平行板电容器，其电容值为 C_0 ，充电后将电源断开，其储存的电场能量为 W_0 。今在两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质，则此时电容值 $C = \underline{\hspace{2cm}}$ ，储存的电场能量 $W = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

初始时电容 $C_0 = \frac{Q_0}{U_0}$ 电源断开 Q_0 不变

由 $D = \epsilon_0 \epsilon_r E \Rightarrow E = D / \epsilon_0 \epsilon_r$ 当两极板充满电介质时，两板电势 $U = Ed$

$$U = Ed = \frac{Dd}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{Qd}{\epsilon_0 \epsilon_r S} = \frac{U_0}{\epsilon_r}$$

$$C = \frac{Q_0}{U} = \epsilon_r C_0$$

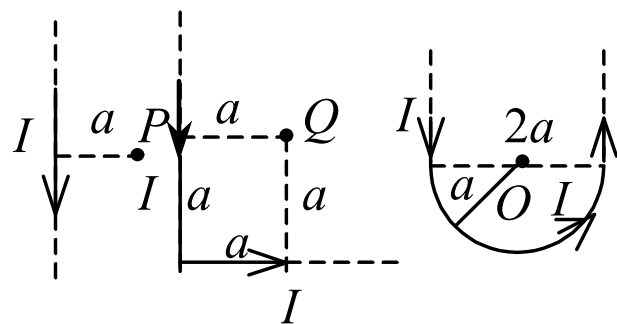
$$W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2\epsilon_r C_0} = \frac{W_0}{\epsilon_r}$$

答案为： $\epsilon_r C_0$ ， W_0 / ϵ_r

练习25

1. 通有电流 I 的无限长直导线有如图三种形状，则 P ， Q ， O 各点磁感强度的大小 B_P ， B_Q ， B_O 间的关系为：[**D**]

- (A) $B_P > B_Q > B_O$. (B) $B_Q > B_P > B_O$.
 (C) $B_Q > B_O > B_P$. (D) $B_O > B_Q > B_P$.



对长直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

P点, $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$, $\beta_1 = -\frac{\pi}{2}$ $B_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

Q点, 垂直段 $\beta_2 = -\frac{\pi}{2}$, $\beta_1 = \frac{\pi}{4}$, 水平段 $\beta_2 = 0$, $\beta_1 = \frac{\pi}{2}$ $B_Q = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sqrt{2} + 1)$

O点, $B_O = \frac{\mu_0 I}{4a}$

2. 如图两个半径为 R 的相同的金属环在 a 、 b 两点接触(ab 连线为环直径), 并相互垂直放置. 电流 I 沿 ab 连线方向由 a 端流入, b 端流出, 则环中心 O 点的磁感强度的大小为 [A]

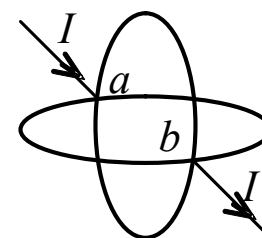
(A) 0.

(B) $\frac{\mu_0 I}{4R}$.

(C) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4R}$.

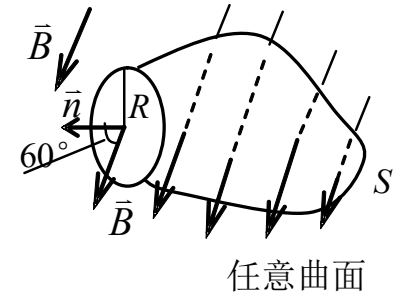
(D) $\frac{\mu_0 I}{R}$.

(E) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8R}$.



因为每个金属环上的某一段上的电流在环中心产生的磁感应强度都可以找到一个关于 O 点对称的一段电流来抵消(方向相反大小相等)用右手定则分别判断其在 O 点感应的磁感应强度.

3、在匀强磁场 \vec{B} 中，取一半径为 R 的圆，圆面的法线 \vec{n} 与 \vec{B} 成 60° 角，如图所示，则通过以该圆周为边线的如图所示的任意曲面 S 的磁通量 $\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{1}{2}B\pi R^2$



解析：因为和为0,圆面是正的,曲面就为负

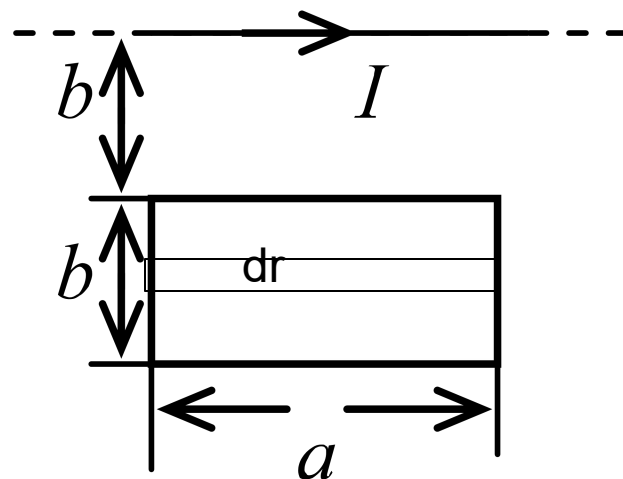
4. 在一根通有电流 I 的长直导线旁，与之共面地放着一个长、宽各为 a 和 b 的矩形线框，线框的长边与载流长直导线平行，且二者相距为 b ，如图所示．在此情形中，线框内的磁通量 $\Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$ ．

解析：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$dS = a dr$$

$$\phi = \int_b^{2b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$



练习26

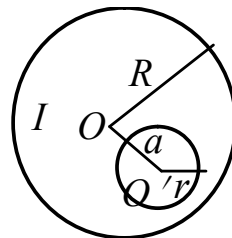
1. 在半径为 R 的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为 r 的长直圆柱体，两柱体轴线平行，其间距为 a ，如图．今在此导体上通以电流 I ，电流在截面上均匀分布，则空心部分轴线上 O' 点的磁感强度的大小为 [C]

(A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2}$

(B) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2 - r^2}{R^2}$

(C) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$

(D) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{a^2}{R^2} - \frac{r^2}{a^2} \right)$



解析：

导体中电流密度 $J = I / \pi(R^2 - r^2)$. 设想在导体的挖空部分同时有电流密度为 J 和 $-J$ 的流向相反的电流．这样，空心部分轴线上的磁感强度可以看成是电流密度为 J 的实心圆柱体在挖空部分轴线上的磁感强度 \bar{B}_1 和占据挖空部分的电流密度 $-J$ 的实心圆柱在轴线上的磁感强度 \bar{B}_2 的矢量和．由安培环路定理可

以求得
$$B_2 = 0, \quad B_1 = \frac{\mu_0 I a^2}{2\pi a(R^2 - r^2)}$$

所以挖空部分轴线上一点的磁感强度的大小就等于

$$B_1 = \frac{\mu_0 I a}{2\pi(R^2 - r^2)}$$

填补法

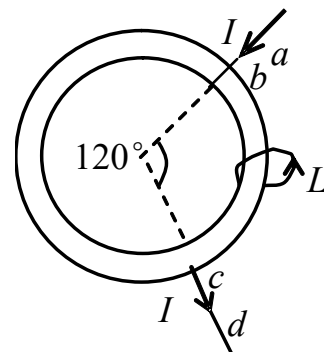
2. 如图，两根直导线 ab 和 cd 沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流 I 从 a 端流入而从 d 端流出，则磁感强度 \vec{B} 沿图中闭合路径 L 的积分 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ 等于 [D]

(A) $\mu_0 I$.

(B) $\frac{1}{3} \mu_0 I$.

(C) $\frac{\mu_0 I}{4}$.

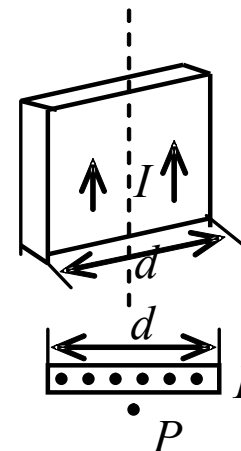
(D) $\frac{2\mu_0 I}{3}$.



分析： 将铁环看为两部分组成，这两部分并联，所以其电流比

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{r 2\pi / 3}{r 4\pi / 3} = \frac{1}{2}, \quad I_1 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = 2I / 3$$

3. 如图所示，在宽度为 d 的导体薄片上有电流 I 沿此导体长度方向流过，电流在导体宽度方向均匀分布．导体外在导体中线附近处 P 点的磁感 \vec{B} 强度的大小为 $\mu_0 I / (2d)$ ．



俯视图

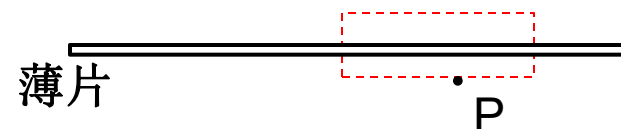
解：以导体所在的平面为对称，过 P 点做一个矩形回路，设回路的长为 L ，

则回路中包含的电流为 IL/d ，方向向外
根据安培环路定理有：

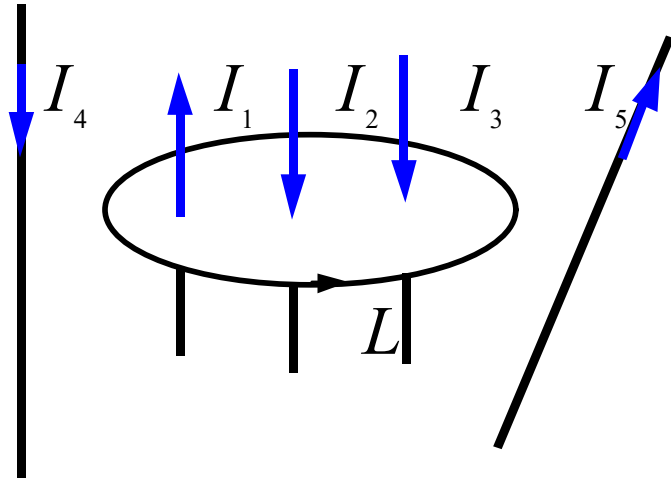
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{两边的} B \text{与} L \text{的方向垂直，点乘为零，}$$

所以有 $2B \cdot L = \mu_0 IL/d,$

得： $B = \mu_0 I / 2d$



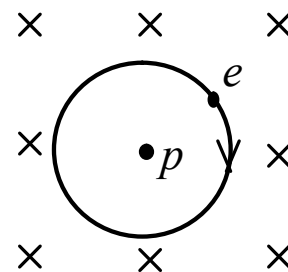
4. 如图所示，磁感强度 \vec{B} 沿闭合曲线 L 的环流 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underline{\mu_0(I_1 - I_2 - I_3)}$.



练习27

1. 按玻尔的氢原子理论，电子在以质子为中心、半径为 r 的圆形轨道上运动．如果把这样一个原子放在均匀的外磁场中，使电子轨道平面与 \vec{B} 垂直，如图所示，则在 r 不变的情况下，电子轨道运动的角速度将：[**A**]

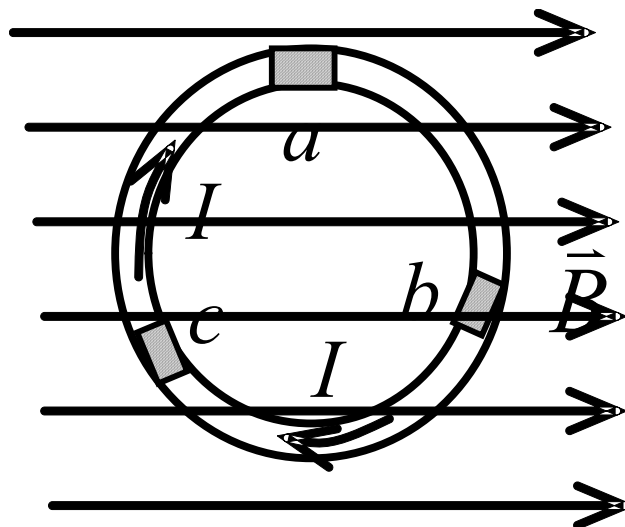
- (A) 增加. (B) 减小.
(C) 不变. (D) 改变方向.



解析：洛伦兹力向内，向心力指向圆心

2. 如图所示，在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中，有一圆形载流导线， a 、 b 、 c 是其上三个长度相等的电流元，则它们所受安培力大小的关系为 [C]

- (A) $F_a > F_b > F_c$. (B) $F_a < F_b < F_c$.
(C) $F_b > F_c > F_a$. (D) $F_a > F_c > F_b$.



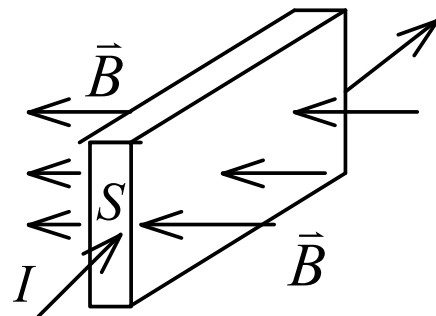
3. 截面积为 S ，截面形状为矩形的直的金属条中通有电流 I 。

金属条放在磁感强度为 \vec{B} 的匀强磁场中， \vec{B} 的方向垂直于金

属条的左、右侧面(如图所示)。在图示情况下金属条的上侧

面将积累 负 电荷，载流子所受的洛伦兹力

$f_m = \underline{IB / (nS)}$ 。 (金属中单位体积内载流子数为 n)



霍尔效应，金属的载流子为负电荷

$$I = svnq$$

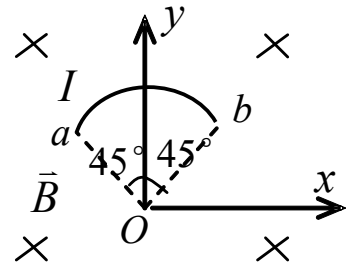
$$vq = \frac{I}{sn}$$



$$f_m = \frac{IB}{nS}$$

4. 如图，一根载流导线被弯成半径为 R 的 $1/4$ 圆弧，放在磁感强度为 B 的均匀磁场中，则载流导线 ab 所受磁场的作用力的

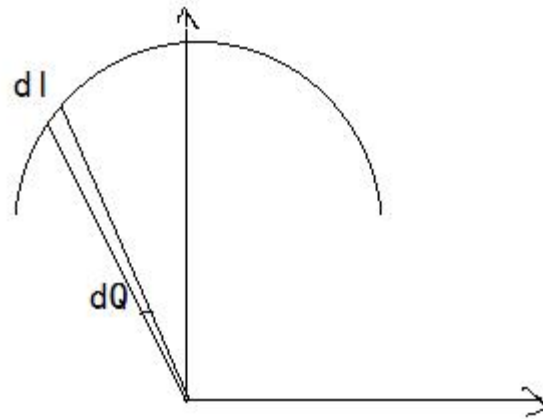
大小为 $\sqrt{2}BIR$ ，方向沿 y 轴正向。



$$dF = BIdl = BIRd\theta$$

$$dF_y = BIR \cos \theta d\theta$$

$$F = F_y = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} BIR \cos \theta d\theta = \sqrt{2}BIR$$



练习28

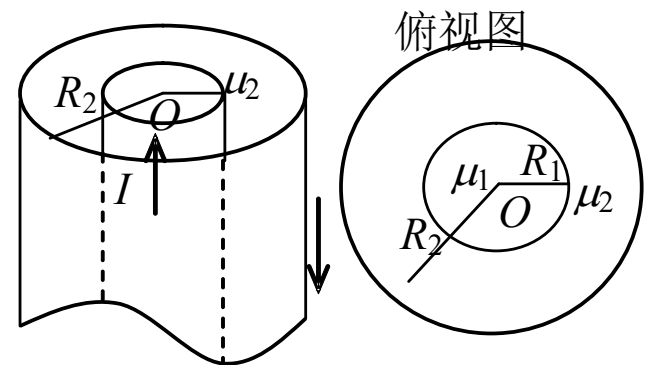
1. 关于稳恒电流磁场的磁场强度 \vec{H} ，下列几种说法中哪个是正确的？
- (A) \vec{H} 仅与传导电流有关.
 - (B) 若闭合曲线内没有包围传导电流，则曲线上各点的 \vec{H} 必为零.
 - (C) 若闭合曲线上各点 \vec{H} 均为零，则该曲线所包围传导电流的代数和为零.
 - (D) 以闭合曲线 L 为边缘的任意曲面的 \vec{H} 通量均相等.

[C]

解：若闭合曲线上各点 \vec{H} 均为零，则沿着闭合曲线 \vec{H} 环流也为零，根据安培环路定理，则该曲线所包围传导电流的代数和为零

2. 一个磁导率为 μ_1 的无限长均匀磁介质圆柱体，半径为 R_1 。其中均匀地通过电流 I 。在它外面还有一半径为 R_2 的无限长同轴圆柱面，其上通有与前者方向相反的电流 I ，两者之间充满磁导率为 μ_2 的均匀磁介质。则在 $0 < r < R_1$ 的空间磁场强度 \vec{H} 的大小等于 [**D**]

- (A) 0. (B) $I / (2\pi r)$
 (C) $\frac{I}{2\pi R_1}$. (D) $\frac{Ir}{2\pi R_1^2}$.



在 $0 < r < R_1$ 内作一半径为 r 的闭合曲线
 根据有磁介质的安培环路定理

$$H \cdot 2\pi r = \sum I = I \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2}$$

$$H = \textcolor{red}{D}$$

3. 一个半径为 R 、面电荷密度为 σ 的均匀带电圆盘，以角速度 ω 绕过圆心且垂直盘面的轴线 AA' 旋转；今将其放入磁感强度为 \vec{B} 的均匀外磁场中 \vec{B} 的方向垂直于轴线 AA' 。在距盘心为 r 处取一宽为 dr 的圆环，则圆环内相当于有电流 $\sigma\omega r dr$ ，该电流环所受磁力矩的大小为 $\pi\sigma\omega r^3 B dr$ ，圆盘所受合力矩的大小为 $\pi\sigma\omega R^4 B / 4$ 。

I 为单位时间内通过的电荷，

$$\text{则 } I = \sigma \Delta S = \sigma \omega r dr$$

$$M = P \times B = NIS \times B$$

$$P = \pi r^2 \sigma \omega r dr$$

$$\text{则 } M = \pi \sigma \omega r^3 B dr$$

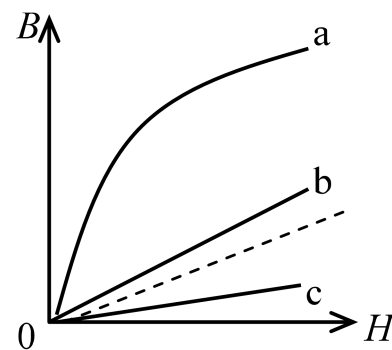
$$M_{\text{合}} = \int_0^R \pi \sigma \omega r^3 B dr = \pi \sigma \omega R^4 B / 4$$

4. 图示为三种不同的磁介质的 $B \sim H$ 关系曲线，其中虚线表示的是 $B = \mu_0 H$ 的关系。说明a、b、c各代表哪一类磁介质的 $B \sim H$ 关系曲线：

a代表铁磁质的 $B \sim H$ 关系曲线。

b代表顺磁质的 $B \sim H$ 关系曲线。

c代表抗磁质的 $B \sim H$ 关系曲线。



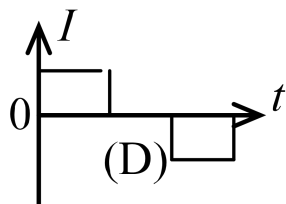
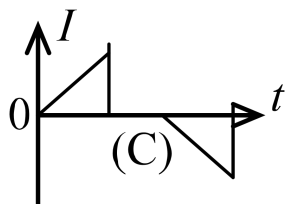
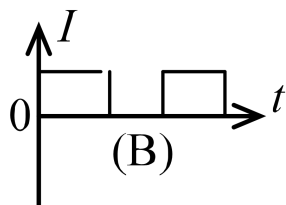
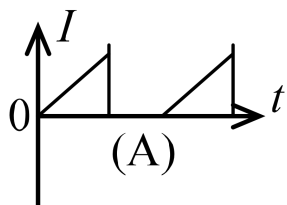
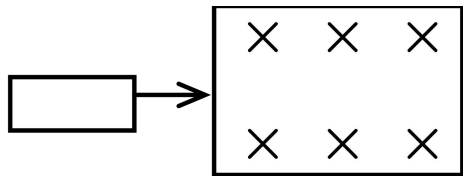
练习29

1. 将形状完全相同的铜环和木环静止放置，并使通过两环面的磁通量随时间的变化率相等，则不计自感时 （ **D** ）

- (A) 铜环中有感应电动势，木环中无感应电动势.
- (B) 铜环中感应电动势大，木环中感应电动势小.
- (C) 铜环中感应电动势小，木环中感应电动势大.
- (D) 两环中感应电动势相等.

铜环和木环的磁通量对时间的变化率相等，则 $\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi}{dt}$ 相等

2. 如图所示，一矩形线圈，以匀速自无场区平移进入均匀磁场区，又平移穿出．在(A)、(B)、(C)、(D)各 $I-t$ 曲线中哪一种符合线圈中的电流随时间的变化关系(取逆时针指向为电流正方向，且不计线圈的自感)? (**D**)



解析:

进入时, ϕ 增加,

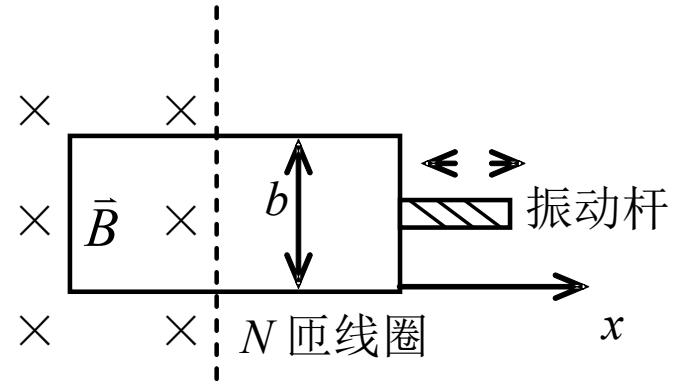
$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dBlv}{dt} = -Blv$$

完全进入线圈后 ϕ 不变 $\varepsilon_i = 0$

同理: 离开时 ϕ 减小,

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = Blv$$

3. 磁换能器常用来检测微小的振动. 如图, 在振动杆的一端固接一个 N 匝的矩形线圈, 线圈的一部分在匀强磁场 \vec{B} 中, 设杆的微小振动规律为 $x = A \cos \omega t$, 线圈随杆振动时, 线圈中的感应电动势为 _____.



解析:

由法拉第电磁感应定律: 线圈中感应电动势为

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NBb \frac{dx}{dt} = NBbA\omega \sin \omega t$$

4. 桌子上水平放置一个半径 $r = 10 \text{ cm}$ 的金属圆环，其电阻 $R = 1 \Omega$ 。若地球磁场磁感强度的竖直分量为 $5 \times 10^{-5} \text{ T}$ 。那么将环面翻转一次，沿环流过任一横截面的电荷 $q = \underline{3.14 \times 10^{-6} \text{ C}}$ 。

解析：

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = \pi r^2 B \cos \theta$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$q = \int I dt = \int - \frac{1}{R} d\Phi_m = \frac{\Delta \Phi_m}{R} = \frac{2\pi r^2 B}{R} = 3.14 \times 10^{-6} \text{ C}$$

练习30

1. 一根长度为 L 的铜棒，在均匀磁场中以匀角速度 ω 绕通过其一端 O 的定轴旋转着，的方向垂直铜棒转动的平面，如图所示．设 $t=0$ 时，铜棒与 Ob 成 θ 角(b 为铜棒转动的平面上一个固定点)，则在任一时刻 t 这根铜棒两端之间的感应电动势是 (**E**)

(A) $\omega L^2 B \cos(\omega t + \theta)$

(B) $\frac{1}{2} \omega L^2 B \cos \omega t$

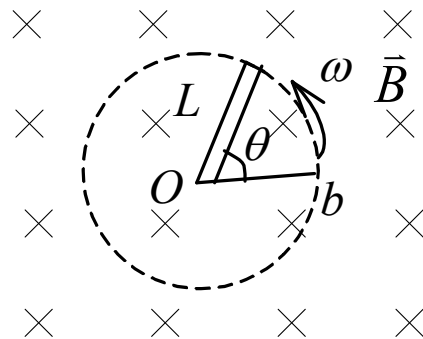
(C) $2\omega L^2 B \cos(\omega t + \theta)$

(D) $\omega L^2 B$

(E) $\frac{1}{2} \omega L^2 B$

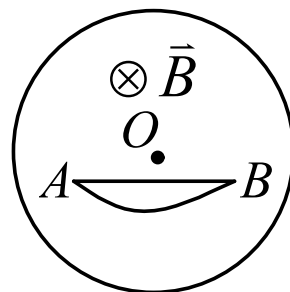
解析：参照书上例题

$$\varepsilon_i = \int_0^L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_0^L -\omega B L dl = -\frac{1}{2} \omega L^2 B$$



2. 在圆柱形空间内有一磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场, 如图所示. \vec{B} 的大小以速率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 变化. 在磁场中有 A 、 B 两点, 其间可放直导线 \overline{AB} 和弯曲的导线 \hat{AB} , 则 (D)

- (A) 电动势只在 \overline{AB} 导线中产生.
- (B) 电动势只在 \hat{AB} 导线中产生.
- (C) 电动势在 \overline{AB} 和 \hat{AB} 中都产生, 且两者大小相等.
- (D) \overline{AB} 导线中的电动势小于 \hat{AB} 导线中的电动势.



解析：

作径向辅助线 OA 和 OB,

(1) 直线 AB:

$$\Delta ABO \text{ 回路中的电动势为 } \varepsilon_{\Delta ABO} = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| -\frac{d(BS_{\Delta ABO})}{dt} \right| = \frac{dB}{dt} S_{\Delta ABO},$$

$$\text{又 } \varepsilon_{\Delta ABO} = \varepsilon_{AB} + \varepsilon_{BO} + \varepsilon_{OA},$$

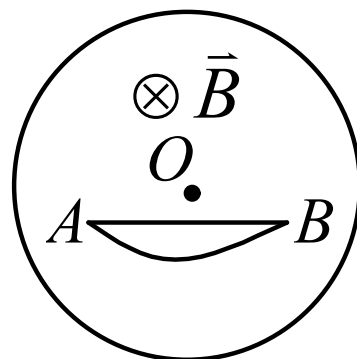
$$\text{其中, } \varepsilon_{OA} = \int_0^a \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_0^a E_k dl \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0, \text{ 同理, } \varepsilon_{BO} = 0,$$

$$\therefore \varepsilon_{AB} = \varepsilon_{\Delta ABO} = \frac{dB}{dt} S_{\Delta ABO};$$

(2) 弯曲的导线 AB:

类似于 (1) 的做法, 可得弧线 AB 中的电动势就等于扇形回路中的电动势,

$$\varepsilon_{\text{弧}AB} = \varepsilon_{\text{扇形}ABO} = \frac{dB}{dt} S_{\text{扇形}ABO}; \text{ 因为 } S_{\text{扇形}ABO} > S_{\Delta ABO}, \text{ 所以 } \varepsilon_{\text{弧}AB} > \varepsilon_{AB}.$$



3. 一根直导线在磁感强度 \vec{B} 为的均匀磁场中以速度 \vec{v} 运动切割磁力线.
导线中对应于非静电力场强(称作非静电场场强) $\vec{E}_k = \underline{\vec{v} \times \vec{B}}$.

4. 如图. 匀强磁场 \vec{B} , 垂直于纸面向里, 局限于半径为 R 的圆柱形空间区域, 磁感强度 \vec{B} 以 $d\vec{B}/dt = \text{常量}$ 的速率增加, D 点在圆柱形空间内, 到轴线距离为 r_1 , C 点在圆柱形空间外, 到轴线距离为 r_2 . 将一电子 (质量为 m , 电荷为 $-e$) 置于 D 点时电子的加速度大小 $|\vec{a}_D| =$ _____; 置于 C 点时电子的加速度大小 $|\vec{a}_C| =$ _____. 并在图中标明 \vec{a}_C , \vec{a}_D 的方向.

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r_1 E = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = -\pi r_1^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = -\frac{dB}{dt} \frac{r_1}{2} \quad \text{方向右手定则}$$

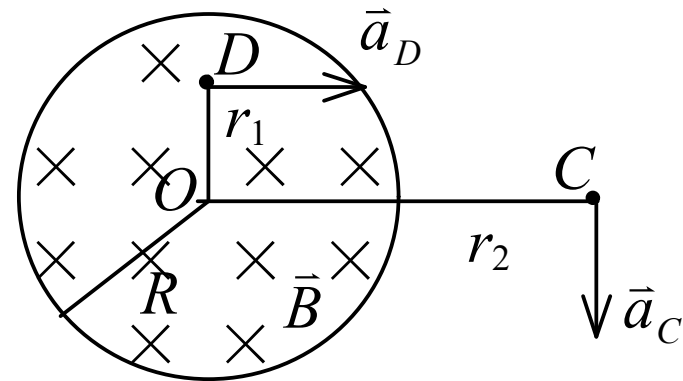
$$a_D = \frac{F_D}{m} = \frac{-eE_D}{m} = \frac{r_1 e}{2m} \cdot \frac{dB}{dt}$$

同理

$$2\pi r_2 E = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{R^2}{2r_2} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$a_C = \frac{F_C}{m} = \frac{-eE_C}{m} = \frac{R^2 e}{2mr_2} \frac{dB}{dt}$$



练习31

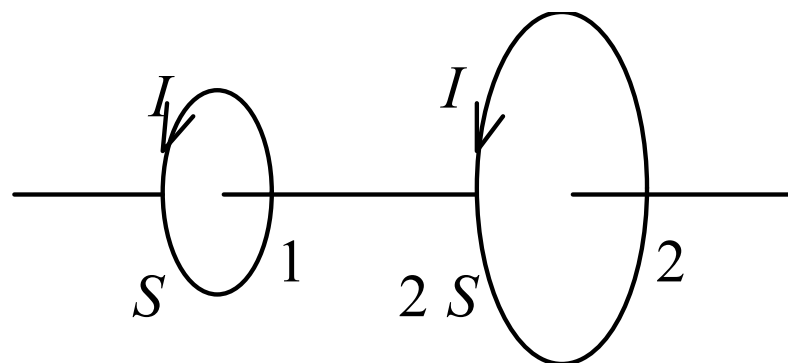
1. 面积为 S 和 $2S$ 的两圆线圈 1、2 如图放置，通有相同的电流 I 。线圈 1 的电流所产生的通过线圈 2 的磁通用 Φ_{21} 表示，线圈 2 的电流所产生的通过线圈 1 的磁通用 Φ_{12} 表示，则 Φ_{21} 和 Φ_{12} 的大小关系为：(C)

(A) $\Phi_{21} = 2\Phi_{12}$.

(B) $\Phi_{21} > \Phi_{12}$.

(C) $\Phi_{21} = \Phi_{12}$.

(D) $\Phi_{21} = \frac{1}{2}\Phi_{12}$.



解析：

$$\phi_{12} = M_{12}I$$

$$\phi_{21} = M_{21}I$$

$$M_{12} = M_{21}$$

$$\phi_{12} = \phi_{21}$$

2. 真空中一根无限长直细导线上通电流 I , 则距导线垂直距离为 a 的空间某点处的磁能密度为 (B)

- (A) $\frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right)^2$ (B) $\frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right)^2$
- (C) $\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi a}{\mu_0 I} \right)^2$ (D) $\frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2a} \right)^2$

解析： 距离为 a 的空间该点的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$w_m = \frac{1}{2} BH = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right)^2$$

3. 一自感线圈中，电流强度在 0.002 s内均匀地由10 A增加到12 A，此过程中线圈内自感电动势为 400 V，则线圈的自感系数为 $L = \underline{0.400 \text{ H}}$.

解析： $\mathcal{E} = -L(dI/dt)$

4. 无限长密绕直螺线管通以电流 I ，内部充满均匀、各向同性的磁介质，磁导率为 μ 。

管上单位长度绕有 n 匝导线，则

管内部的磁感强度为 $\mu n I$ ，内部的磁能密度为 $\mu n^2 I^2 / 2$ 。

解析：

$$\int_l H \cdot dl = \sum I$$

$$H \cdot l = n I$$

$$B = \mu n I$$

$$w_m = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \mu n^2 I^2$$

电磁场和电磁波

练习32

1. 关于位移电流，下列几种说法中哪个是正确的？（ C ）

(A) 真空中的位移电流产生焦耳热。

(B) 位移电流存在电荷的移动。

(C) 位移电流来源于变化的电场。

(D) 在真空中不可能有位移电流。

解析：真空中的位移电流本质上是变化着的电场，与电荷的定向运动无关；载流导体中产生的热量 Q 叫做焦耳热

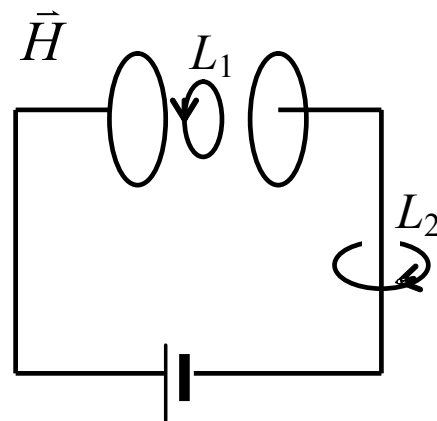
2. 如图, 平板电容器(忽略边缘效应)充电时, 沿环路 L_1 的磁场强度 \vec{H} 的环流与沿环路 L_2 的磁场强度 \vec{H} 的环流两者, 必有: (C)

(A) $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' > \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}' .$

(B) $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}' .$

(C) $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' < \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}' .$

(D) $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = 0 .$



$$\text{位移电流 } I_D = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d(\vec{D} \cdot \vec{S})}{dt} = \frac{d\sigma S}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

$$\text{传导电流 } I_i = \frac{dI}{dt} I_i = \int_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$$I_{D'} = \frac{I_D \Delta S}{S} = \int_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

显然必有 **C** (全电流定律)

3. 在没有自由电荷与传导电流的变化电磁场中, 沿闭合环路 l (设环路包围的面积为 S)

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\iint_S \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \cdot d\vec{S}}{\quad} \quad \text{或} \quad \frac{d\Phi_D}{dt}.$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-\iint_S \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\quad} \quad \text{或} \quad \frac{-d\Phi_m}{dt}.$$

4. 加在平行板电容器极板上的电压变化率 $1.0 \times 10^6 \text{ V/s}$ ，在电容器内产生1.0 A的位移电流，则该电容器的电容量为_____ μF .

$$I_d = C \frac{dU}{dt}$$

$$1.0 = C \times 1.0 \times 10^6$$

$$C = 1.0 \times 10^{-6} \text{ F}$$

练习33

1. 在双缝干涉实验中，入射光的波长为 λ ，用玻璃纸遮住双缝中的一个缝，若玻璃纸中光程比相同厚度的空气的光程大 2.5λ ，则屏上原来的明纹处 (**B**)

- (A) 仍为明条纹； (B) 变为暗条纹；
(C) 既非明纹也非暗纹； (D) 无法确定是明纹，还是暗纹

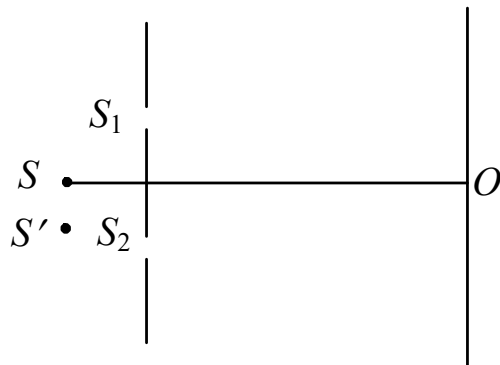
解析：

以中央明纹进行分析：

原来的0级条纹到两波源的路程差是0，现在是2.5波长，即半波长的奇数倍,就出现暗条纹.

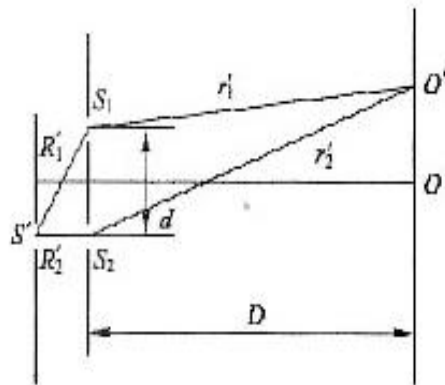
2. 在双缝干涉实验中，若单色光源 S 到两缝 S_1 、 S_2 距离相等，则观察屏上中央明条纹位于图中 O 处．现将光源 S 向下移动到示意图中的 S' 位置，则
(**B**)

- (A) 中央明条纹也向下移动，且条纹间距不变．
- (B) 中央明条纹向上移动，且条纹间距不变．
- (C) 中央明条纹向下移动，且条纹间距增大．
- (D) 中央明条纹向上移动，且条纹间距增大．



解析：在双缝干涉实验中，若把单缝 S 从双缝 S_1 、 S_2 的中心对称轴位置稍微向下移动，通过双缝 S_1 、 S_2 的光仍然是相干光，仍可产生干涉条纹，中央明纹的位置经过 S_1 、 S_2 到 s 的路程差任等于0．

由于 $s's_1 > s's_2$ ，中央亮纹 P 的位置略向上移．



根据公式 $\Delta = \lambda \frac{D}{d}$ 条纹间距不变

3. 如图，在双缝干涉实验中，若把一厚度为 e 、折射率为 n 的薄云母片覆盖在 S_1 缝上，中央明条纹将向_____移动；覆盖云母片后，两束相干光至原中央明纹 O 处的光程差为_____.

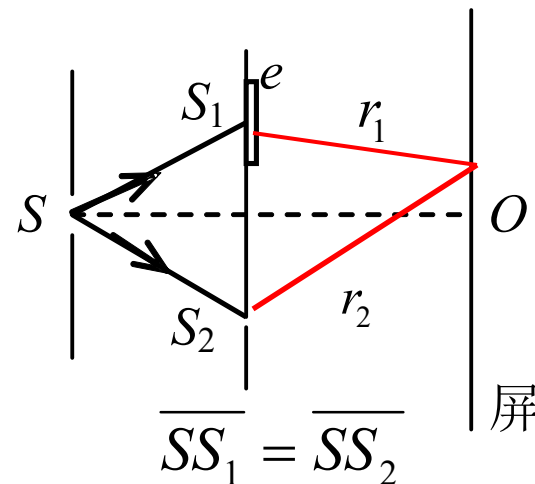
光程差 $\Delta = r_2 - [r_1 - e + ne]$

零级明纹 $\Delta = 0$

$$r_2 - r_1 = (n-1)e > 0$$

$$r_2 > r_1$$

与零级明纹相比， S_1 前有介质时，应向上移动

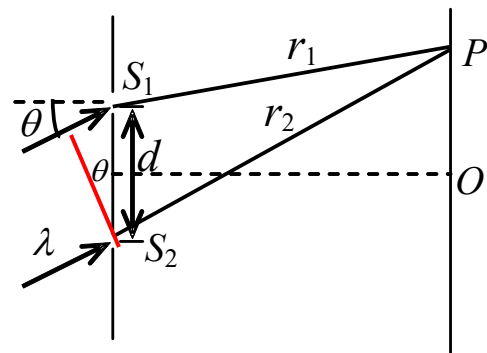


4. 如图所示，两缝 S_1 和 S_2 之间的距离为 d ，媒质的折射率为 $n=1$ ，平行单色光斜入射到双缝上，入射角为 θ ，则屏幕上 P 处，两相干光的光程差为_____.

过 S_2

作平行光的垂线，由三角关系可知垂线与 S_1S_2 夹角为 θ ，则两相干光的光程差由三角关系可知

$$\delta = r_1 - r_2 + d \sin \theta$$



练习34

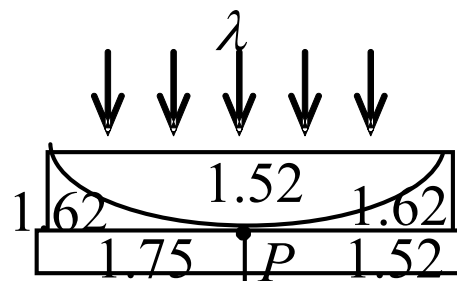
1. 在图示三种透明材料构成的牛顿环装置中，用单色光垂直照射，在反射光中看到干涉条纹，则在接触点 P 处形成的圆斑为 (D)

(A)全明.

(B)全暗.

(C)右半部明，左半部暗.

(D)右半部暗，左半部明.



图中数字为各处的折射率

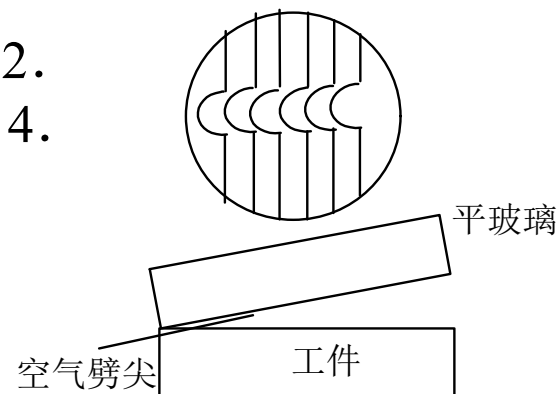
解析: $n_2=1.62$

左边 $\delta = 2en_2 + \lambda = k\lambda$ 为明纹

右边 $\delta = 2en_2 + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$ 为暗纹

2. 用劈尖干涉法可检测工件表面缺陷，当波长为 λ 的单色平行光垂直入射时，若观察到的干涉条纹如图所示，每一条纹弯曲部分的顶点恰好与其左边条纹的直线部分的连线相切，则工件表面与条纹弯曲处对应的部分 (C)

- (A) 凸起，且高度为 $\lambda/4$. (B) 凸起，且高度为 $\lambda/2$.
(C) 凹陷，且深度为 $\lambda/2$. (D) 凹陷，且深度为 $\lambda/4$.



解析：

两束反射光为斜面反射光和工件反射光,加入工件平整的话,会观察到等间距的平行干涉条纹,若是不平整有凹陷的话条纹会提前出现,有凸起的话条纹会滞后出现

3. 一束波长为 $\lambda=600\text{ nm}$ ($1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$)的平行单色光垂直入射到折射率为 $n=1.33$ 的透明薄膜上，该薄膜是放在空气中的. 要使反射光得到最大限度的加强，薄膜最小厚度应为_____nm.

反射光要干涉加强，其光程差应为半波长的偶数倍

垂直入射时，由于从 $n=1$ 到 $n=1.33$,考虑半波损失，

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot \lambda$$

$$e = \frac{\lambda}{4n} = 113(\text{nm})$$

4. 若在迈克耳孙干涉仪的可动反射镜 M 移动0.620 mm过程中，观察到干涉条纹移动了2300条，则所用光波的波长为_____nm. (1 nm=10⁻⁹ m)

$$\Delta d = \Delta N \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{\Delta N} = 539.13 \text{ nm}$$

练习35

1. 根据惠更斯-菲涅耳原理，若已知光在某时刻的波阵面为 S ，则 S 的前方某点 P 的光强度决定于波阵面 S 上所有面积元发出的子波各自传到 P 点的

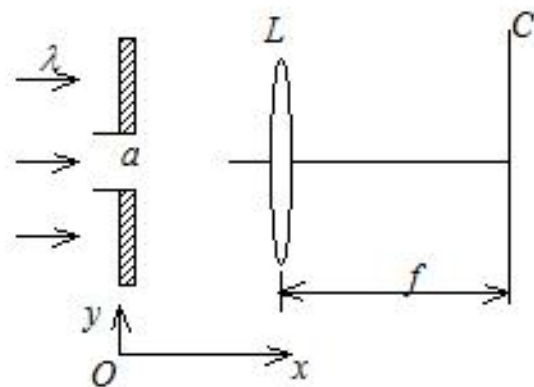
- (A) 振动振幅之和. (B) 光强之和.
(C) 振动振幅之和的平方. (D) 振动的相干叠加. []

解：D

惠更斯-菲涅尔原理：波阵面上各点都可以看成子波波源，其后波场中各点波的强度由各子波在该点的相干叠加决定。

2. 在如图所示的单缝夫琅禾费衍射装置中, 将单缝宽度 a 稍稍变宽, 同时使单缝沿 y 轴正方向作微小平移(透镜屏幕位置不动), 则屏幕 C 上的中央衍射条纹将

- (A) 变窄, 同时向上移;
- (B) 变窄, 同时向下移;
- (C) 变窄, 不移动;
- (D) 变宽, 同时向上移;
- (E) 变宽, 不移.



[]

解: 中央衍射条纹的半角宽度 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$, a 变宽时 $\sin \varphi$

减小, 条纹变窄。单缝沿 $+y$ 方向作微小位移, 透镜的光轴并未移动, 各条光线到屏的光程不变, 中央衍射条纹不移动。

答案: C

3.在单缝的夫琅和费衍射实验中，屏上第三级暗纹对应的单缝处波面可划分为 6 个半波带，若将缝宽缩小一半，原来第三级暗纹处将是 第一级明 纹。

单缝衍射明暗条纹满足：

$$a \sin \varphi = \begin{cases} \pm k \lambda & \text{暗条纹} & k = 1, 2, 3 \dots \\ \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & \text{明条纹} & k = 0, 1, 2, 3 \dots \end{cases}$$

(1) 第三级即 $k = 3$ ，则 $a \sin \varphi = 3\lambda = 6 \cdot \frac{\lambda}{2}$

(2) $a_2 = 0.5a \Rightarrow a_2 \sin \varphi = 1.5\lambda$ ，明条纹，且 $k = 1$

4. 平行单色光垂直入射在缝宽为 $a=0.15\text{ mm}$ 的单缝上. 缝后有焦距为 $f=400\text{mm}$ 的凸透镜, 在其焦平面上放置观察屏幕. 现测得屏幕上中央明条纹两侧的两个第三级暗纹之间的距离为 8 mm , 则入射光的波长为 $\lambda=$ _____.

解: $a \sin \theta = 2k \frac{\lambda}{2}, k = 3, \sin \theta = \frac{3\lambda}{a} = \frac{x}{f}$

$$\lambda = \frac{ax}{3f} = \frac{1.5 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-3}}{3 \times 400 \times 10^{-3}} = 500\text{ nm}$$

解: $b \sin \theta = k\lambda = 3\lambda$

此暗纹到中心的距离为 $x_3 = f \tan \theta_3$

$$\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta \quad x_3 \approx 3f \lambda / b .$$

两侧第三级暗纹的距离是 $2x_3 = 6f \lambda / b = 8.0\text{mm}$

$$\therefore \lambda = (2x_3) b / 6f = 500\text{ nm}$$

练习36

1. 波长为 λ 的单色光垂直入射于光栅常数为 d 、缝宽为 a 、总缝数为 N 的光栅上，取 $k=0, -1, 1, \dots$ 则决定出现主极大的衍射角 θ 的公式可写成

$$(A) Na \sin \theta = k \lambda$$

$$(B) a \sin \theta = k \lambda$$

$$(C) Nd \sin \theta = k \lambda$$

$$(D) d \sin \theta = k \lambda$$

光栅干涉（即多光束干涉）的主极大的必要条件为

❖ 单色光垂直照射光栅时 $d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = k \lambda$
此公式称为光栅公式

$K=0$ ——对应的是零级主极大， $K=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 分别称为1级主极大，2级主极大...以光栅法线为起点，**逆时针为正级次**；**顺时针为负级次**。

❖ 位置 **主极大位置与缝数 N 无关** (λ, d 一定)

2.在光栅光谱中，假如所有偶数级次的主极大都恰好在单缝衍射的暗纹方向上，因而实际上不出现，那么此光栅每个透光缝宽度**a**和相邻两缝间不透光部分宽度**b**的关系为 （ **B** ）

$$(A)a = \frac{1}{2}b \qquad (B)a = b;$$

$$(C)a = 2b \qquad (D)a = 3b$$

解：光栅偶数级次明条纹公式：

$$(a + b)\sin \varphi = 2k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2..$$

单缝衍射暗条纹公式：

$$a \sin \varphi = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2..$$

$$\therefore (a + b)\sin \varphi / 2 = a \sin \varphi \Rightarrow a = b$$

3.用波长为 λ 的单色平行光垂直入射在一块多缝光栅上其光栅常数 $d=3\mu\text{m}$ ，缝宽 $a=1\mu\text{m}$ ，则在单缝衍射的中央明条纹中共有 5 谱线（主极大）

解：

光栅方程： $(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda$

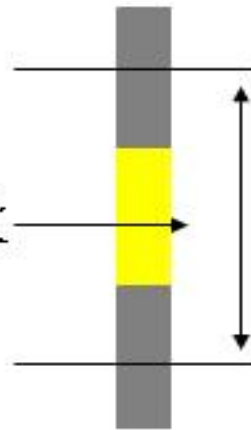
题中, $d = 3a \Rightarrow 3a\sin\varphi = \pm k\lambda$

满足单缝衍射暗纹条件： $a\sin\varphi = \pm k'\lambda$

从而 $k = 3k'$, $k = 3, 6, 9, \dots$ 缺级

只能看到 $0, \pm 1, \pm 2$, 共5条谱线

单缝衍射的中央明条纹



$k'=1$,

此时 $k=3$

$k=3$ 时，本来光栅应该形成 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ 共7条明条纹，由于在 $k=3$ 处形成缺级，所以只有前面五条了

4. 汽车两盏前灯相距 l , 与观察者相距 $S = 10 \text{ km}$. 夜间人眼瞳孔直径 $d = 5.0 \text{ mm}$. 人眼敏感波长为 $\lambda = 550 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$), 若只考虑人眼的圆孔衍射, 则人眼可分辨出汽车两前灯的最小间距 $l = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$.

$$l/S = 1.22\lambda/d$$

$$l = \frac{1.22\lambda S}{d} = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-7} \times 10^4}{5 \times 10^{-3}} \text{ m} = 1.34 \text{ m}$$

练习37

1 在双缝干涉实验中，用单色自然光，在屏上形成干涉条纹，若在两缝后放一个偏振片，则 [B]

- (A) 干涉条纹的间距不变，但明纹的亮度加强。
- (B) 干涉条纹的间距不变，但明纹的亮度减弱。
- (C) 干涉条纹的间距变窄，且明纹的亮度减弱。
- (D) 无干涉条纹。

条纹间距与放偏振片与否无关。

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{D\lambda}{a}$$

放偏振片后，通过的光强减少，明纹亮度减弱。

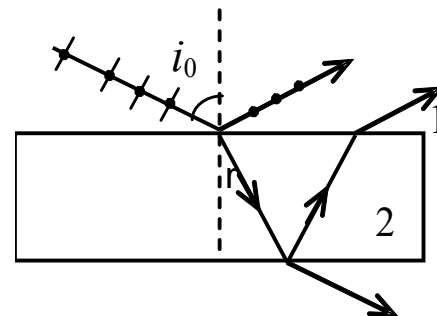
2. 一束自然光自空气射向一块平板玻璃(如图), 设入射角等于布儒斯特角 i_0 , 则在界面2的反射光 (**B**)

(A) 是自然光.

(B) 是线偏振光且光矢量的振动方向垂直于入射面.

(C) 是线偏振光且光矢量的振动方向平行于入射面.

(D) 是部分偏振光.



依题意: $\operatorname{tgi}_0 = \frac{n}{1} = n$, $r = 90^\circ - i_0$, $\therefore \operatorname{tgr} = \operatorname{tg}(90^\circ - i_0) = \operatorname{ctgi}_0 = \frac{1}{\operatorname{tgi}_0} = \frac{1}{n}$

而 r 是界面 2 上的入射角, $\operatorname{tgr} = \frac{1}{n}$ 显然满足布儒斯特定律,

\therefore 界面 2 的反射光是线偏光, 且 光矢量的振动方向垂直 于入射面。

3. 一束平行的自然光，以 60° 角入射到平玻璃表面上。若反射光束是完全偏振的，则透射光束的折射角是_____；玻璃的折射率为_____。

解：此时入射角为起偏振角。根据布儒斯特定律，折射角为 $r = 90^\circ - i_0 = 30^\circ$ ，玻璃的折

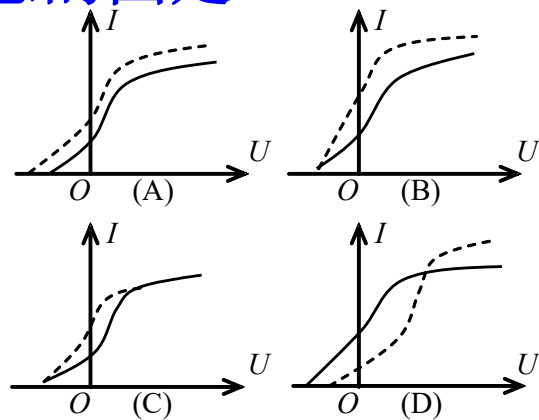
射率由 $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$ ，得到

$$n_2 = n_1 \tan i_0 = 1 \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

4. 在光学各向异性晶体内部有一确定的方向，沿这一方向寻常光和非常光的传播速度相等，这一方向称为晶体的光轴。只具有一个光轴方向的晶体称为单轴晶体。

练习38 量子物理基础(一)

1. 以一定频率的单色光照射在某种金属上，测出其光电流曲线在图中用实线表示，然后保持光的频率不变，增大照射光的强度，测出其光电流曲线在图中用虚线表示。满足题意的图是



[**B**]

解题关键：

光的强度 $I = Nh\nu$, 其中 N 为单位时间内通过垂直于光线的单位面积的光子数。保持光的频率 ν 不变，增大照射光强 I ，则光子数 N 增加，光电子数也随之增加，电流 i 也增加。给定光材料，截止电压只与频率有关，因此本问截止电压不变。

2.康普顿效应的主要特点是

(A) 散射光的波长均比入射光的波长短，且随散射角增大而减小，但与散射体的性质无关。

(B) 散射光的波长均与入射光的波长相同，与散射角、散射体性质无关。

(C) 散射光中既有与入射光波长相同的，也有比入射光波长长的和比入射光波长短的.这与散射体性质有关。

(D) 散射光中有些波长比入射光的波长长，且随散射角增大而增大，有些散射光波长与入射光波长相同。这都与散射体的性质无关

1922-1923年康普顿研究了x射线被较轻物质(石墨，石蜡等)散射后光的成分，发现散射谱线中除了有波长原波长相同的成分外，还有波长比较长的成分，这种散射现象称为康普顿散射或康普顿效应。

[**D**]

实验结果为:1)散射光中除了和原波长 λ_0 相同的谱线外，还有 $\lambda > \lambda_0$ 的谱线。

2)波长的改变量 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$,随散射角 φ 的增大而增大。

3)对于不同元素的散射物质，在同一散射角下，波长的改变量 $\Delta\lambda$ 相同。波长为 λ 的散射强度随散射原子序数的增加而减小。

3. 在光电效应实验中，测得某金属的遏止电压 $|U_a|$ 与入射光频率 ν 的关系曲线如图2所示，由此可知该金属的红限频率 $\nu_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Hz}$ ；逸出功 $A = \underline{\hspace{2cm}} \text{ eV}$.

由图可遏止电压 $|U_a| = |-2| = 2V$,

红限频率 $\nu_0 = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

根据光电效应方程 $h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + W$

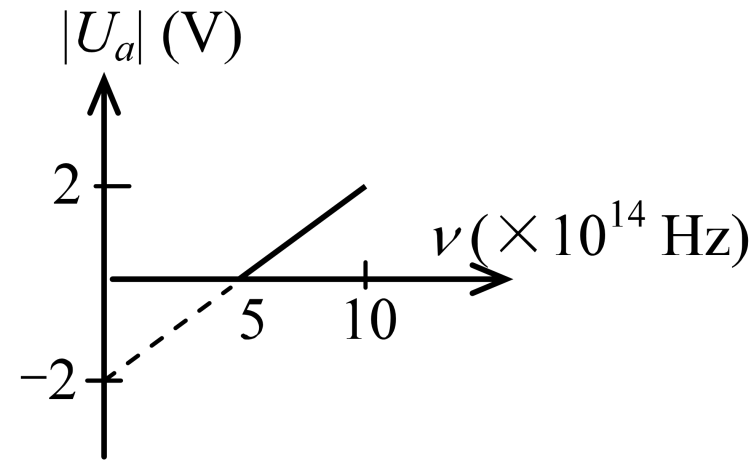
$$h\nu = eU_a + W$$

$$U_a = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

直线的斜率 $\Delta U_a / \Delta \nu = h/e$

$$h = \frac{\Delta U_a}{\Delta \nu} e = \frac{2}{5} e$$

$$\text{逸出功 } W = h\nu_0 = \frac{2}{5} e \cdot 5 = 2eV$$



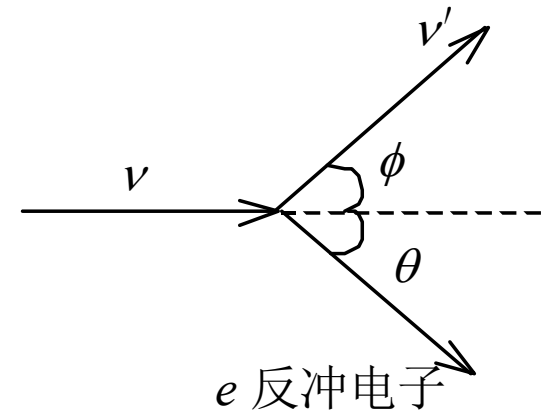
4. 如图3所示，一频率为 ν 的入射光子与起始静止的自由电子发生碰撞和散射．如果散射光子的频率为 ν' ，反冲电子的动量为 p ，则在与入射光子平行的方向上的动量守恒定律的分量形式为

能量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

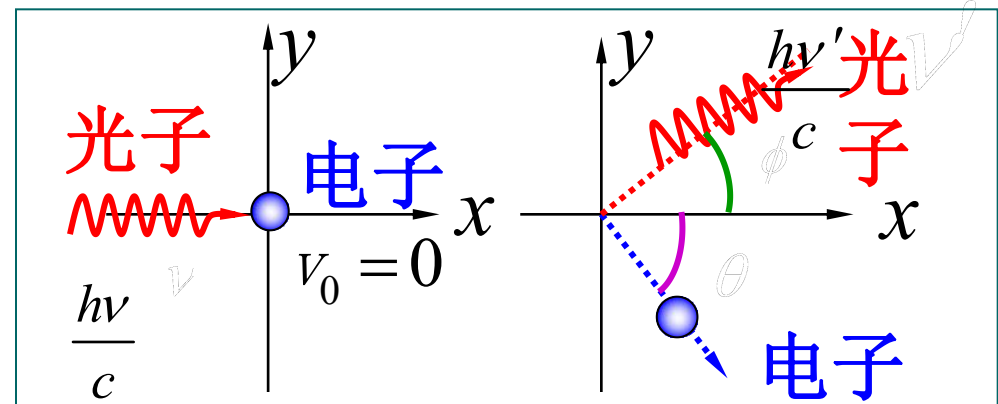
动量守恒

$$\frac{h\nu_0}{c}\bar{e}_0 = \frac{h\nu}{c}\bar{e} + m\bar{v}$$



水平方向动量守恒：

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu' \cos \phi}{c} + p \cos \theta$$



练习39 量子物理基础(二)

1. 氢原子光谱的巴耳末线系中谱线最小波长与最大波长之比为

(A) 7/9. (B) 5/9.

(C) 4/9. (D) 2/9.

解题关键:

[B]

解：由巴耳末公式 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, $n = 3, 4, 5 \dots$

当 $n \rightarrow \infty$ 时，有 $\tilde{\nu}_1 = \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \frac{1}{2^2}$

当 $n = 3$ 时，有 $\tilde{\nu}_2 = \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$

$$\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} = \frac{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)}{R \frac{1}{2^2}} = \frac{5}{9}$$

2. 在气体放电管中，用能量为**12.1 eV**的电子去轰击处于基态的氢原子，此时氢原子所能发射的光子的能量只能是

(A) 12.1 eV.

(B) 10.2 eV.

(C) 12.1 eV, 10.2 eV和 1.9 eV.

(D) 12.1 eV, 10.2 eV和 3.4 eV.

解题关键：

氢原子各能级能量：

$$n=1, E_1 = -13.6\text{eV}$$

$$n=2, E_2 = -3.4\text{eV}$$

$$n=3, E_3 = -1.5\text{eV}$$

$$n=4, E_4 = -0.85\text{eV}$$

12.1eV的电子可使：

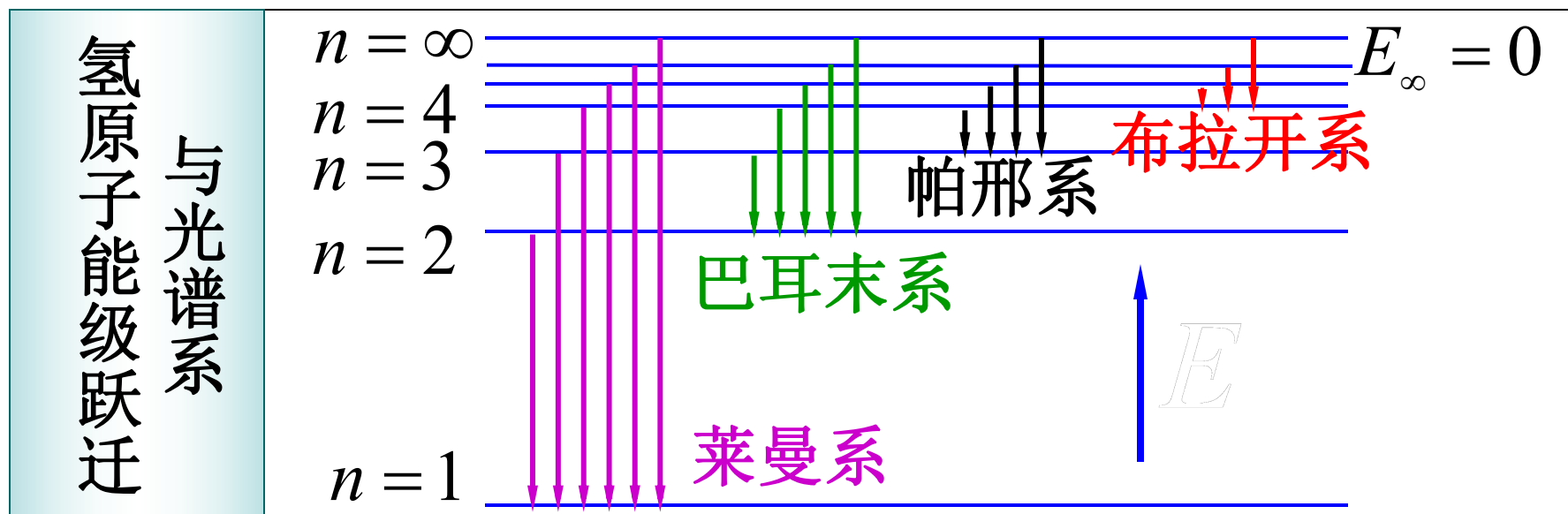
$$1 \rightarrow 2, \text{对应发射出的光子能量为 } \Delta E_{12} = 13.6\text{eV} - 3.4\text{eV} = 10.2\text{eV}$$

$$1 \rightarrow 3, \text{对应发射出的光子能量为 } \Delta E_{13} = 13.6\text{eV} - 1.5\text{eV} = 12.1\text{eV}$$

$$2 \rightarrow 3, \text{对应发射出的光子能量为 } \Delta E_{23} = 3.4\text{eV} - 1.5\text{eV} = 1.9\text{eV}$$

3. 在氢原子光谱中，赖曼系(由各激发态跃迁到基态所发射的各谱线组成的谱线系)的最短波长的谱线所对应的光子能量为 13.6 eV；巴耳末系的最短波长的谱线所对应的光子的能量为 3.4 eV.

解题关键：



按照经典理论，电子在轨道上运动时，具有电势能和动能，因此电子在某一轨道运动时，其总能量为

$$E_n = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$\because \text{库伦力提供向心力} \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{故此轨道总能量为} \quad E = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_n}$$

$$\text{将 } r_n \text{ 所满足量子化条件} \quad r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \quad \text{代入}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

赖曼系是由各激发态跃迁到基态。

$$\text{由赖曼公式 } \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{当 } n \rightarrow \infty \text{ 时, 对应最短波长 } \lambda_{\min}, \text{ 有最大频率 } \tilde{\nu}_{\max} = R \frac{1}{1^2} = R,$$

$$\text{对应于把基态电子电离所需的能量 } E_1 = \left| -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \right| = 13.6 \text{ eV}$$

巴耳末系是由各激发态跃迁到第二能级。

$$\text{由巴耳末公式 } \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{当 } n \rightarrow \infty \text{ 时, 对应最短波长 } \lambda_{\min}, \text{ 有最大频率 } \tilde{\nu}_{\max} = R \frac{1}{2^2} = \frac{R}{4},$$

对应于把处于第二能级的电子电离所需的能量

$$E_1 = \left| -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{2^2} \right| = 3.4 \text{ eV}$$

4. 处于基态的氢原子吸收了**13.06 eV**的能量后，可激发到 **$n = 5$** 的能级，当它跃迁回到基态时，可能辐射的光谱线有**10**条。

解题关键：

基态能级

$$E_1 = -13.58 \text{ eV}$$

激发态能级

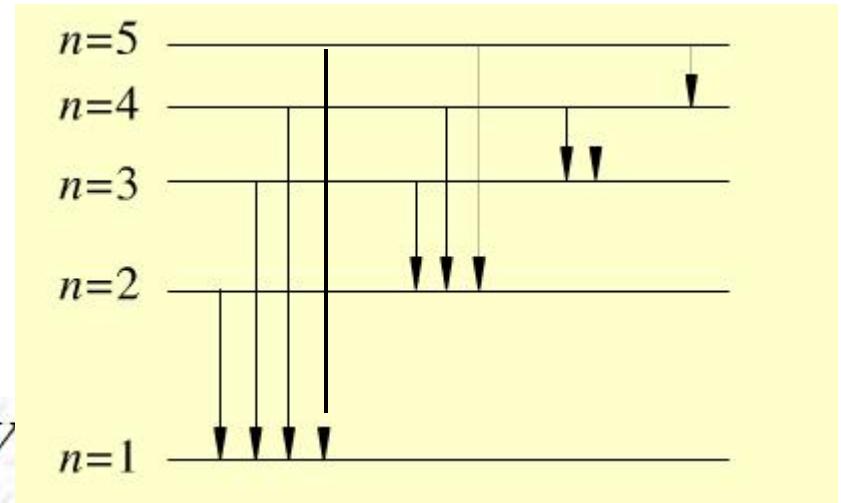
$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = -\frac{13.58}{n^2} \text{ eV} \quad (n > 1)$$

氢原子的电离能

$$E_{\text{电离}} = E_{\infty} - E_1 = 13.58 \text{ eV}$$

第5能级

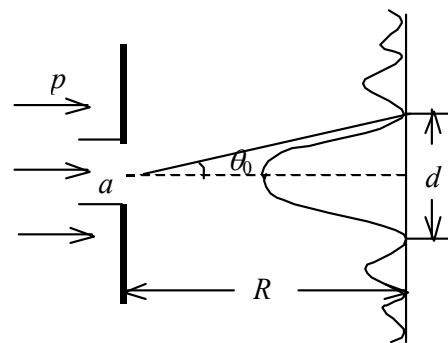
$$E_5 = 0.54 \text{ eV}$$



练习40 量子物理基础(三)

1. 如图所示，一束动量为 p 的电子，通过缝宽为 a 的狭缝. 在距离狭缝为 R 处放置一荧光屏，屏上衍射图样中央最大的宽度 d 等于

- (A) $2a^2/R$.
- (B) $2ha/p$.
- (C) $2ha/(Rp)$.
- (D) $2Rh/(ap)$.



解题关键：

衍射公式： $a \sin \theta = \lambda$

物质波公式： $p = \frac{h}{\lambda}$

$$\because \sin \theta \cong \tan \theta = \frac{\frac{d}{2}}{R} = \frac{d}{2R}$$

$$\therefore d = \sin \theta \cdot 2R = \frac{2R\lambda}{a} = \frac{2Rh}{ap}$$

[**D**]

[**D**]

2. 不确定关系式表示在x方向上

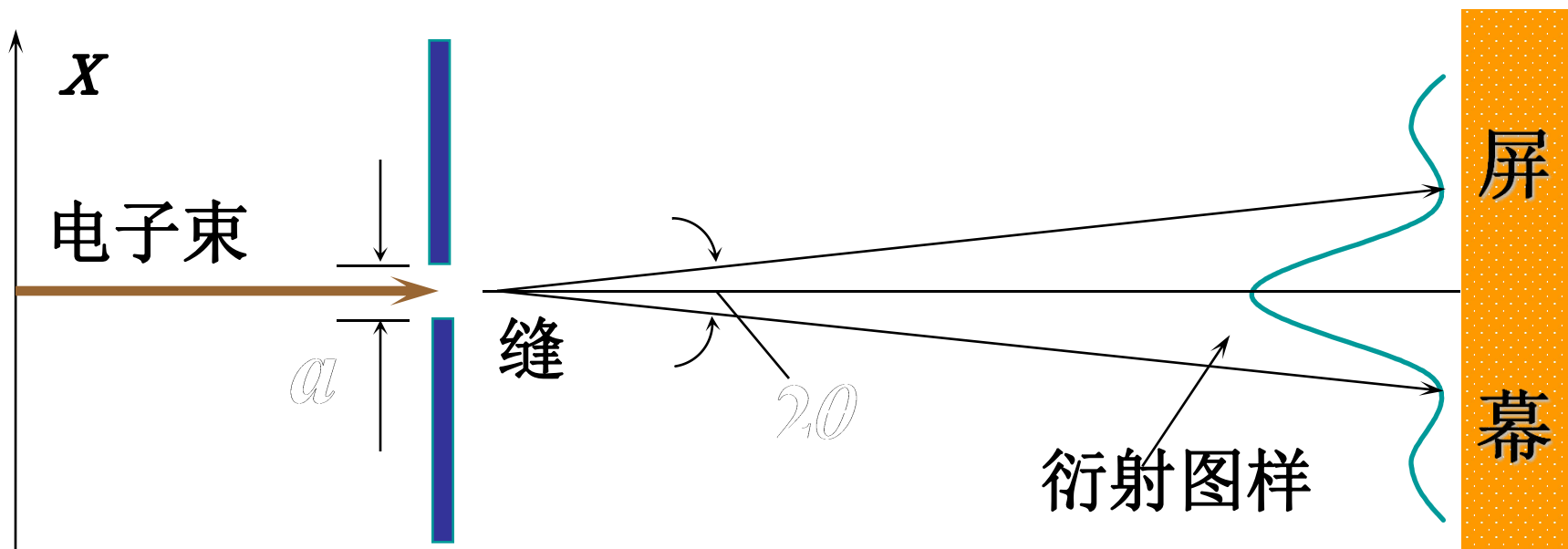
- (A) 粒子位置不能准确确定.
- (B) 粒子动量不能准确确定.
- (C) 粒子位置和动量都不能准确确定.
- (D) 粒子位置和动量不能同时准确确定.

解题关键:

理论和实验都证明：波动性使微观粒子的坐标和动量（或时间和能量）**不能同时取确定值**。

测不准关系

微观粒子的空间位置要由概率波来描述，概率波只能给出粒子在各处出现的概率。任意时刻不具有确定的位置和确定的动量。



x 方向电子的位置不准确量为:

$$\Delta x = a$$

经严格证明此式应为：

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq \hbar/2$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq \hbar/2$$

\hbar 称为约化普朗克常数或普朗克常数

这就是著名的海森伯测不准关系式

3. 低速运动的质子和 α 粒子，若它们的德布罗意波长相同，则它们的动量之比 $p_p : p_\alpha =$ 1:1 ； 动能之比 $E_p : E_\alpha =$ 4:1

解题关键：

质子质量数是1

α 粒子中有2个质子，2个中子，质量数是4

α 粒子与质子的关系 $m_\alpha : m_p = 4:1$, $\lambda_\alpha : \lambda_p = 1:1$

(1) 由 $p = \frac{h}{\lambda}$ ，而 $\lambda_p : \lambda_\alpha = 1:1 \Rightarrow p_p : p_\alpha = 1:1$

(2) $E_k = \frac{p^2}{2m}$ ，从而 $E_p : E_\alpha = m_\alpha : m_p = 4:1$

答案：1:1, 4:1

4. 在戴维孙——革末电子衍射实验装置中，自热阴极K发射出的电子束经 $U = 500 \text{ V}$ 的电势差加速后投射到晶体上。这电子束的德布罗意波长为 0.0549 nm。(电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

解题关键：

(电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，

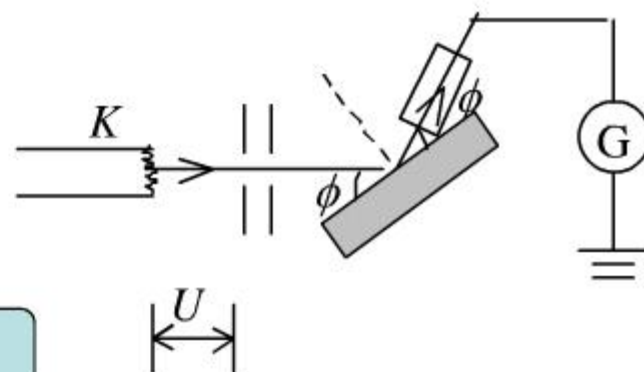
普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

$$eU = \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$p = m_e v$$

本题不考虑相对论效应

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2em_e U}}$$



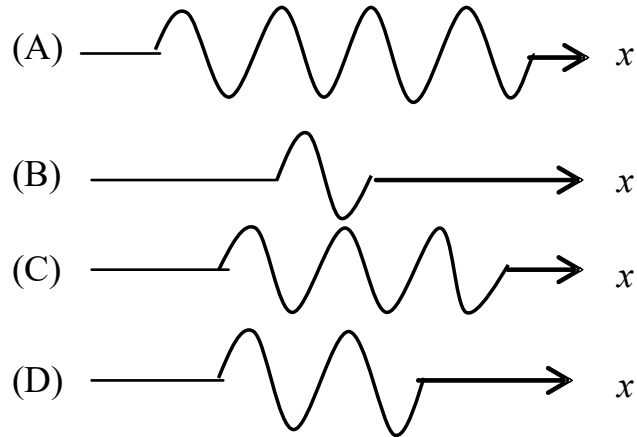
练习41 量子物理基础(四)

1. 将波函数在空间各点的振幅同时增大 D 倍，则粒子在空间的分布概率将 (D)

- (A) 增大 D^2 倍. (B) 增大 $2D$ 倍.
(C) 增大 D 倍. (D) 不变

振幅增大 D 倍，波函数的系数增大 D 倍，
但归一化后波函数依旧不变，因此分布
概率不变

2. 设粒子运动的波函数图线分别如图(A)、(B)、(C)、(D)所示, 那么其中确定粒子动量的精确度最高的波函数是哪个图? (A)



$$\Delta x \Delta p \geq h$$

Δx 越测不准, Δp 越测得准

3. 粒子在一维无限深方势阱中运动（势阱宽度为 a ），其波函数为

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{3\pi x}{a} \quad (0 < x < a),$$

粒子出现的概率最大的各个位置是 $x =$ _____.

概率密度等于波函数模的平方，因此

$$C = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{3\pi x}{a}$$

$$\text{当} \sin \frac{3\pi x}{a} = 1 \text{ 时,}$$

$$X = a/6, a/2, 5a/6$$

4. 按照量子力学计算：

(1) 氢原子中处于主量子数 $n=3$ 能级的电子，轨道动量矩可能取的值分别为 _____ \hbar 。

(2) 若氢原子中电子的轨道动量矩为 $\sqrt{12}\hbar$ ，则其在外磁场方向的投影可能取的值分别为 _____ \hbar 。

$$n=3 \text{ 时, } (L=\sqrt{l(l+1)}\hbar)$$

$$l=0, L=0$$

$$l=1, L=\sqrt{2}\hbar$$

$$l=2, L=\sqrt{6}\hbar$$

$$12 = 3(3+1)$$

则取值为 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$

练习42 量子物理基础(五)

1. 氢原子中处于3d量子态的电子，描述其量子态的四个量子数(n, l, m_l, m_s)可能取的值为 (**D**)

(A) $(3, 0, 1, -\frac{1}{2})$.

(B) $(1, 1, 1, -\frac{1}{2})$.

(C) $(2, 1, 2, \frac{1}{2})$.

(D) $(3, 2, 0, \frac{1}{2})$.

3d量子态

主量子数 $n=3$

角量子数 $l=2$, (s, p, d, f.....对应的角量子数分别为0,1,2,3.....)

磁量子数 m_l 的可能取值是0, ± 1 , ± 2

自旋量子数 m_s 的可能取值是 $\pm 1/2$

2. 直接证实了电子自旋存在的最早的实验之一是 (**D**)
- (A) 康普顿实验. (B) 卢瑟福实验.
(C) 戴维孙—革末实验. (D) 斯特恩—革拉赫实验.

斯特恩—革拉赫实验

http://baike.baidu.com/link?url=p0x8h1UbCq7oBrWW1RJh9g0syINLAzHsTq3iP88P5hZfEVZ3MeQQZK5OytfauUmX5xJa4xE8mG-SRV03zTQEGjNMWnq4FH_K6zLAKIaxv6TGxu75FEKA1rS1DFvyGQM574b2qcOW9bfcjeR0wJFss34KyGAGAPMXY5wS-4KvwbF962adqRjQrjNgQC68komP

3. 在原子的 L 壳层中, 电子可能具有的四个量子数(n, l, m_l, m_s)是 (C)

(1) $(2, 0, 1, \frac{1}{2})$. (2) $(2, 1, 0, -\frac{1}{2})$.

(3) $(2, 1, 1, \frac{1}{2})$. (4) $(2, 1, -1, -\frac{1}{2})$.

L层,就是 $n=2$ (K L M N.....)

l (角量子数)表示原子轨道(或电子云)的形状; 决定电子能量的次要因素.

取值: $0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$ 等

光谱符号: s, p, d, f, ..., 等 所以是0, 1

m (磁量子数)决定原子轨道或电子云在空间的伸展方向.

m 值受 l 值的限制, m 可有 $(2l+1)$ 种状态

所以是0, ± 1

自旋量子数(m_s)

它是描述核外电子的自旋状态的量子数.

取值: $+1/2$ 和 $-1/2$

所以可能的数值是

$(2, 0, 0, +1/2)$ $(2, 0, 0, -1/2)$ $(2, 1, 0, +1/2)$ $(2, 1, 0, -1/2)$
 $(2, 1, 1, +1/2)$ $(2, 1, 1, -1/2)$ $(2, 1, -1, +1/2)$ $(2, 1, -1, -1/2)$

4. 原子内电子的量子态由 n 、 l 、 m_l 及 m_s 四个量子数表征. 当 n 、 l 、 m_l 一定时, 不同的量子态数目为 2; 当 n 、 l 一定时, 不同的量子态数目为 $2 \times (2l + 1)$; 当 n 一定时, 不同的量子态数目为 $2n^2$.

当主量子数 n 一定时, l 只能取 $0 \sim (n-1)$ 以内的整数值, m_l 只能 $-l \sim l$ 以内的整数值
 电子是自旋二分之一粒子、无论 n 为多少、 m_s 只能取 $+1/2$ 、 $-1/2$ 的值
 于是对于给定的 n , 就有 $2^* (1+3+5+\dots+2n-1) = 2n^2$